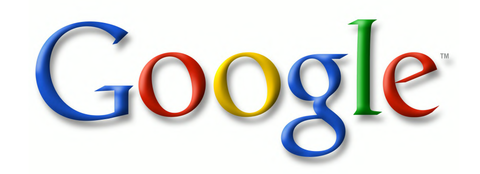


This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

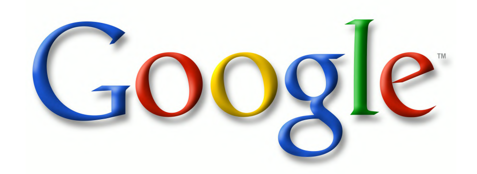
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`



Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

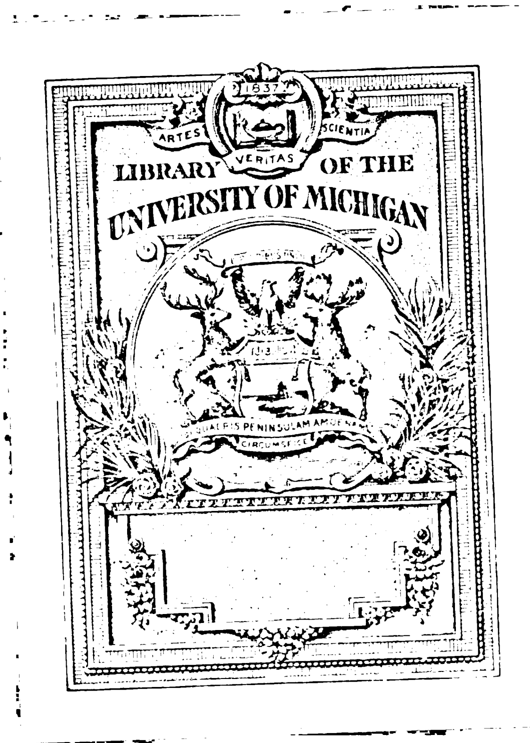
Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE



EXPERIMENTELLE ELEKTRIZITÄTSLEHRE

VERBUNDEN MIT EINER EINFÜHRUNG
IN DIE MAXWELLSCHE UND DIE ELEKTRONENTHEORIE
DER ELEKTRIZITÄT UND DES LICHTS

DARGESTELLT VON

DR. HERMANN STARKE
A. O. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT GREIFSWALD

ZWEITE AUF GRUND DER FORTSCHRITTE DER WISSENSCHAFT
UMGEARBEITETE AUFLAGE

MIT 334 IN DEN TEXT GEDRUCKTEN ABBILDUNGEN



LEIPZIG UND BERLIN
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER
1910

COPYRIGHT 1910 BY B. G. TEUBNER IN LEIPZIG.

ALLE RECHTE,
EINSCHLIESZLICH DES ÜBERSETZUNGSRECHTS, VORBEHALTEN.

VORWORT ZUR ERSTEN AUFLAGE.

Anläßlich eines Ferienkursus über die moderne Elektrizitätslehre erging an mich die Aufforderung des Verlegers, das darin Gesagte dem Druck zu übergeben. Wenn ich dieser Aufforderung nunmehr Folge leiste, so geschieht es deshalb, weil mir in der Tat das Bedürfnis nach einem Buche vorzuliegen scheint, welches den Mittelweg zwischen rein theoretischer Behandlung und der Art und Weise einschlägt, in welcher der Stoff in den Lehrbüchern der Experimentalphysik seine Bearbeitung findet. Diesem Bedürfnis habe ich mit dem vorliegenden Werk abzuhelfen gesucht, welches neben der Darstellung der wichtigsten im elektrischen Laboratorium und experimental-physikalischen Hörsaal gelehrten Dinge auch eine Einführung in das Studium der modernen theoretischen Elektrizitätslehre bieten soll.

In allererster Linie habe ich den Zweck im Auge gehabt, ein Lehrbuch für die Studierenden der Naturwissenschaften zu schaffen, deren Wünsche mir durch meine mehrjährige Lehrtätigkeit am Physikalischen Institut der Berliner Universität einigermaßen bekannt sind. In den Kapiteln über elektrische und magnetische Messungen, sowie auch in dem Abschnitt, welcher der Besprechung der Wechselströme gewidmet ist, habe ich daher die Aufgaben, welche im Praktikum des Berliner Physikalischen Instituts gestellt werden, besonders berücksichtigt. Indessen hoffe ich, daß auch weitere Kreise, die den Wunsch haben, tiefer in die Kenntnis der elektrischen Erscheinungen auch ohne größere mathematische Vorkenntnisse einzudringen, Nutzen von dem Studium des vorliegenden Buches haben werden. An vielen Stellen habe ich mich bemüht, auch das Interesse des Lehrers zu berücksichtigen, indem ich Winke für die praktische Ausführung von Vorlesungsexperimenten einflocht. Dies gilt insbesondere von den Abschnitten über elektrische Schwingungen und Elektrizitätsleitung in Gasen, welche des öfteren von mir in akademischen Vorlesungen behandelt worden sind. In der Bezeichnungsweise der vorkommenden physikalischen Größen habe ich mich, wenn auch nicht in allen

229320

Punkten, so doch im großen und ganzen den Vorschlägen des wissenschaftlichen Ausschusses der Deutschen Physikalischen Gesellschaft angeschlossen.

Bei der Beschaffung der Figuren bin ich von einer Anzahl elektrotechnischer Firmen durch leihweise Überlassung von Klischees freundlichst unterstützt worden, wofür ich denselben sehr zu Dank verpflichtet bin. Es sind dies die Firmen: Allgemeine Elektrizitäts-Gesellschaft, Berlin (Abbildung von Dynamomaschinen, Induktoren, Turbinenunterbrecher); Siemens & Halske, Berlin (Mehrzahl der Meßinstrumente); Hartmann & Braun, Frankfurt a. M., Keiser & Schmidt, Berlin (Meßinstrumente); Ferd. Ernecke, Berlin, E. Leybolds Nachf., Köln, Max Kohl, Chemnitz (Demonstrationsapparate); Mechaniker Albrecht, Tübingen (Braunsches Elektrometer); Fr. Klingelfuß & Co., Basel (Funkentransformator).

Ein Teil der Figuren im elften Abschnitt ist mit freundlicher Erlaubnis des Herrn Professor Richarz dessen vortrefflichem Werkchen: Neuere Fortschritte auf dem Gebiete der Elektrizität, Leipzig, B. G. Teubner 1902, entnommen worden. Ebendort habe ich das wesentliche von dem Inhalt der §§ 298, 299 entlehnt.

Herr Dr. G. Leithäuser hat mir in freundschaftlichster Weise bei der Korrektur geholfen, wofür ich ihm an dieser Stelle herzlich danke.

Berlin, Oktober 1904.

H. STARKE.

VORWORT ZUR ZWEITEN AUFLAGE.

Die Neuauflage hat mancherlei Änderungen und Zusätze und damit eine nicht unerhebliche Vergrößerung des Umfangs erfahren. Von den sechs ersten Abschnitten ist, abgesehen von der Hinzufügung einiger neuer Paragraphen (20, 39, 40, 41, 54 73, 80, 81, 90), nur im fünften eine wesentliche Erweiterung zu verzeichnen, indem neben der Thermodynamik der galvanischen Elemente auch die Theorie des Ionendruckes aufgenommen worden ist. Es geschah dies insbesondere im Hinblick auf die weiterhin erfolgende Anwendung der gleichen Betrachtungen auf die Elektronen in Metallen. Zu einigen Zusätzen in

den Abschnitten über elektrische und magnetische Messungen sah ich mich durch die Einführung des Buches im praktischen Unterricht an einer Reihe von Hochschulen veranlaßt. Die Darstellung der Induktionserscheinungen im VII. Abschnitt ist mehr der Maxwellschen Theorie angepaßt worden, als es in der Erstauflage geschehen war. Fast unverändert geblieben ist der zehnte Abschnitt über Wechselströme. Die Aufnahme der neueren Fortschritte in der drahtlosen Telegraphie brachte dagegen erhebliche Änderungen in der Einteilung des elften Abschnitts mit sich. Die Theorie der Kondensatorschwingungen wurde durch diejenige der Resonanzerscheinungen ergänzt. Viele Zusätze und Änderungen in dem die Elektrizitätsleitung in Gasen behandelnden Abschnitt suchen den neuen Fortschritten auf diesem Gebiet tunlichst gerecht zu werden. Der Radioaktivität ist ein besonderer Abschnitt eingeräumt worden. Vollständig neu hinzugetreten sind der XII. und XIII. Abschnitt, in welchen die Bekanntschaft mit den wichtigsten Anwendungen der Elektronentheorie auf die optischen Erscheinungen sowie auf die elektrischen und thermischen Vorgänge in Metallen vermittelt werden soll. In einem Anhang endlich habe ich eine kurze Einführung in die Grundgedanken der Relativitätstheorie zu geben versucht, die, auf Experimenten der Elektrizitätslehre sich aufbauend, eine immer durchgreifendere Bedeutung in der gesamten Physik gewinnt.

Den Firmen, welche mich durch Überlassung von Klischees wiederum sehr unterstützt haben, bin ich zu großem Dank verpflichtet. Ebenso Herrn Professor Zenneck, mit dessen freundlicher Erlaubnis eine Anzahl von Figuren seinem Werke: „Elektromagnetische Schwingungen und drahtlose Telegraphie, Stuttgart 1909, Ferd. Enke“ entlehnt sind.

GREIFSWALD, August 1910.

H. STARKE.

INHALTSÜBERSICHT.

BEZEICHNUNGEN.

... Elektrizität	e	Stromstärke . . .	
	r	Widerstand . . .	
	m	Spezif. Leitvermögen	
... Ladung	n	Ionenkonzentration	
	p	Überführungszahl . . .	
		Beweglichkeiten der I...	
		Dissoziationsgrad . . .	
	F	Ladung des Grammäqui...	
		Koeffizient d. gegenseit... tion . . .	
		Koeffizient d. Selbstindu...	
		Schwingungsdauer ganze... gung . . .	
		Periodenzahl (in einer Se...	
		" (in 2π Sekun...	
		Wellenlänge . . .	
		Lichtgeschwindigkeit (im ... Raum) . . .	
		Absolute Temperatur . . .	
		Energie . . .	

Einleitung.

1. Mechanische Grundbegriffe. Wenn wir sehen, wie eine geriebene Siegellackstange fähig ist, leichte Körper anzuziehen, oder wie in der Nähe eines Drahtes, welcher die Pole eines galvanischen Elements verbindet, eine Magnetnadel sich aus ihrer Meridianstellung bewegt, so haben wir damit Wirkungen vor uns, welche wir einem besonderen Zustand der Siegellackstange und des Drahtes oder einem besonderen Vorgang, der sich in ihnen abspielt, zuschreiben müssen. Eine nähere Untersuchung dieser Wirkungen zeigt, wie wir sehen werden, daß man erstere Wirkung als herrührend von einem durch das Reiben auf der Siegellackstange erzeugten Agens, genannt Elektrizität, und letztere Wirkung als durch ein Strömen dieses gleichen Agens im Draht veranlaßt ansehen kann. Da diese Wirkungen in sehr verschiedener Stärke auftreten können, so müssen wir weiter schließen, daß das Quantum Elektrizität, die Elektrizitätsmenge, sehr verschieden sein kann, ohne daß wir uns klar zu werden vermögen, was eigentlich eine solche Elektrizitätsmenge ist.

Unserem Vorstellungsvermögen am nächsten liegen die mechanischen Größen, weil wir durch täglichen Umgang mit ihnen vertraut geworden sind. Alle mechanischen Größen lassen sich in gewisse Beziehungen zueinander bringen in der Weise, daß man eine Größe aus anderen definieren kann, bis auf drei, welche sich überhaupt nicht mehr definieren lassen. Es sind dies die drei Grundbegriffe der Mechanik, die Begriffe der Länge, Masse, Zeit, bezeichnet mit den Buchstaben l, m, t. Eine Definition dieser Größen ist für uns nicht nötig, sie sind uns so geläufig, daß sie für uns die einfachsten Begriffe bilden, welche wir nun zur Definition anderer, komplizierterer Größen anwenden können. Alle anderen Größen der Mechanik können wir ohne Schwierigkeit auf diese drei Grundgrößen zurückbe-

ziehen, und sie werden uns durch die Kenntnis ihres Zusammenhangs mit diesen erst verständlich und definierbar. So sehen wir z. B. Körper sich bewegen. Wir sprechen dabei von einer Geschwindigkeit des sich bewegenden Körpers und führen damit eine neue mechanische Größe ein. Indem wir sie definieren als die Länge, welche der Körper pro Zeiteinheit zurücklegt, haben wir sie in Beziehung zu den Grundeinheiten gebracht. Es ist Geschwindigkeit $= \frac{\text{Länge}}{\text{Zeit}}$, oder, wie man sich auszudrücken pflegt, es ist die Dimension einer Geschwindigkeit

$$[\text{Geschwindigkeit}] = \left[\frac{\text{Länge}}{\text{Zeit}}\right] = [l t^{-1}].$$

Man versteht unter Dimension einer Größe einen symbolischen Ausdruck, welcher den Zusammenhang der Größe mit den absoluten Grundgrößen der Länge, Masse, Zeit erkennen läßt. In ähnlicher Weise sind auch die komplizierteren Größen der Mechanik mit den Grundgrößen in Beziehung zu bringen. Als unsere erste Aufgabe wollen wir den Versuch betrachten, ob es uns gelingt, auch die unserem Vorstellungsvermögen gänzlich fernstehenden elektrischen Größen in Beziehung zu denjenigen der Länge, Masse, Zeit und damit unserem Verständnis näher zu bringen. Von Vorteil für das Verständnis alles Folgenden wird es sein, die Definitionen der wichtigsten mechanischen Größen und ihrer Einheiten uns ins Gedächtnis zurückzurufen.

Einheit der Länge ist das cm, d. i. der hundertste Teil des Abstandes zweier Marken auf einem in Paris aufbewahrten Normalmaßstabe bei der Temperatur 0^0. Der Abstand dieser Marken ist sehr angenähert gleich dem vierzigmillionsten Teil des an einem Meridian gemessenen Erdumfanges.

Einheit der Masse ist das g, d. i. die Masse des tausendsten Teils eines in Paris aufbewahrten Platinstücks, des „kilogramme des archives“. Es ist letzteres möglichst genau der Masse eines Kubikdezimeters Wasser von 4^0 Celsius gleich angefertigt worden.

Einheit der Zeit ist die Sekunde, d. i. der $24 \times 60 \times 60^{\text{ste}}$ Teil des mittleren Sonnentages.

Die Einheit der Geschwindigkeit hat ein Körper, welcher sich pro sek 1 cm weit bewegt.

Unter **Beschleunigung** versteht man den Geschwindigkeitszuwachs pro sek. Ein Körper, welcher zunächst ruhend nach einer Sekunde eine Geschwindigkeit von zehn Metern besitzt, erfährt damit eine absolute Geschwindigkeitsänderung von 1000 cm pro sek. Seine Beschleunigung ist gleich 1000 absoluten Einheiten. Es ist

$$\text{Beschleunigung} = \frac{\text{Geschwindigkeitszuwachs}}{\text{Zeit}}.$$

Daher die Dimension einer

$$[\text{Beschleunigung}] = \left[\frac{\text{Geschwindigkeit}}{\text{Zeit}}\right] = [l t^{-2}].$$

Nur die Einwirkung einer Kraft ist imstande, den Bewegungszustand einer Masse zu ändern, d. h. derselben eine positive oder negative Beschleunigung zu erteilen. Es ist dies der Inhalt des zweiten **Newtonschen** Gesetzes. Die wirkende Kraft ist natürlich um so größer, je größer die Masse und die ihr erteilte Beschleunigung ist. Das Produkt dieser beiden Größen bildet das Maß für die Kraft. Es ist Kraft = Masse $\times$ Beschleunigung. Damit ist die Dimension [Kraft] = $[m l t^{-2}]$ gegeben, wie auch die Definition der Krafteinheit. Die Kraft ist dann in absolutem Maße gleich Eins, wenn durch sie die Masse 1 gr die Beschleunigung 1 $\frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ erfährt. Diese Einheit hat den Namen **Dyne**.

Die Schwerkraft erteilt den freifallenden Körpern in der Sekunde einen Geschwindigkeitszuwachs von 9,81 m. Die Beschleunigung g ist also gleich 981 absoluten Einheiten. Mit der Kraft mg sucht die Masse m zu fallen; auf ein Gramm wirkt daher die Erde mit einer Kraft von 981 Dynen anziehend; eine Dyne ist also dem Gewicht von $\frac{1}{981}$ g, d. h. annähernd etwa eines mg gleich.

Arbeit leistet man gegen eine Kraft, wenn man den Angriffspunkt der Kraft um eine gewisse Strecke gegen die Kraftrichtung verschiebt, z. B. gegen die Schwere, wenn man ein Gewicht hebt. Umgekehrt leistet die Kraft eine Arbeit, wenn die Verschiebung ihres Angriffspunktes in ihrer Richtung erfolgt. Die Größe der Arbeit ist Kraft $\times$ Wegstrecke, ihre Dimension [Arbeit] = [Kraft] $\cdot$ $[l]$ = $[m l^2 t^{-2}]$. Die Einheit der Arbeit heißt

1 Erg und wird dann geleistet, wenn der Angriffspunkt einer Dyne um 1 cm verschoben wird, z. B. also, wenn 1 mg (genauer $\frac{1}{981}$ g) um 1 cm gehoben wird. Hebt man 1 kg um 1 m, so leistet man die Arbeit 1 Kilogrammeter = $981 \cdot 10^5$ Erg.

Die Arbeit, welche eine Maschine pro Sekunde leisten kann, heißt Effekt. Die absolute Einheit des Effektes besitzt sie dann, wenn sie 1 Erg pro sek leistet. Die technischen Einheiten sind wegen der Kleinheit dieses Wertes wesentlich größer gewählt. Die Effektgröße: 1 Pferdekraft = 1 HP ist gleich dem Effekt von 75 mkg pro sek = $75 \cdot 100 \cdot 1000 \cdot 981$ Erg pro sek = ca. $7{,}36 \cdot 10^9$ Erg pro sek. Die Effektgröße von 10^7 Erg pro sek hat man mit dem Namen 1 Watt bezeichnet. Wir werden später in Abschnitt IV diese Größe näher kennen lernen. Es ist 1 HP = ca. 736 Watt = ca. $736 \cdot 10^7$ Erg pro sek.

Wenn ich eine Masse m gegen die auf sie wirkende Schwerkraft mg um eine Strecke h hebe, so leiste ich dabei die Arbeit mgh. Diese Arbeit geht nicht verloren, sie speichert sich in dem gehobenen Körper als Energie der Lage oder potentielle Energie auf, die der Körper wieder abgeben kann, dadurch daß er wieder auf die ursprüngliche Höhe zurückfällt. Der Körper erhält also durch das Heben einen Zuwachs seiner potentiellen Energie = mgh. Fällt der Körper frei um die gehobene Strecke h zurück, so verliert er die potentielle Energie mgh, erlangt aber eine gewisse Geschwindigkeit und damit eine andere Form von mechanischer Energie, welche Massen besitzen können, nämlich Energie der Bewegung oder kinetische Energie. Wieviel, läßt sich leicht berechnen, indem wir im Ausdruck für die potentielle Energie die Höhe h eliminieren. Braucht der Körper t sek, um in seine alte Lage zurückzufallen, so ist seine Endgeschwindigkeit $v = gt$, weil er ja in jeder Sekunde den Geschwindigkeitszuwachs g erfährt. Da die Bewegung eine gleichförmig beschleunigte ist, so ist die Fallhöhe h dieselbe, um welche der Körper mit der gleichförmigen mittleren Geschwindigkeit $g\frac{t}{2}$ in der Zeit t gefallen wäre, d. i.

$$h = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{v^2}{2g}.$$

Setzt man dies in den Ausdruck der potentiellen Energie ein,

so erhält man $mgh = \frac{1}{2} mv^2$. Eine mit der Geschwindigkeit v sich bewegende Masse m besitzt also die kinetische Energie $\frac{1}{2} mv^2$. Die Dimension [Energie] ergibt sich als gleich der Dimension [Arbeit] oder als [Masse $\times$ Geschwindigkeit^2]. D. h. es ist [Energie] $= [ml^2t^{-2}]$.

In der eben geschilderten Weise lassen sich alle rein mechanischen Größen ohne weiteres auf die Grundgrößen der Länge, Masse, Zeit zurückbeziehen und aus ihnen definieren. Anders verhält es sich mit den anderen, nicht rein mechanischen Größen. Wenn wir auch diese in Beziehung zu den Grundgrößen der Mechanik bringen wollen, so muß dies durch das Aufsuchen einer experimentellen Beziehung zu irgendeiner Größe der Mechanik geschehen. Dies ist z. B. leicht geschehen für die physikalische Größe, welche wir mit Wärmemenge bezeichnen. Wenn ein heißer Körper sich abkühlt, so gibt er eine gewisse Wärmemenge ab. Wir können uns unter einer Wärmemenge zunächst nichts vorstellen. Das Experiment lehrt, daß eine Wärmemenge einer Energiemenge äquivalent sein muß; denn wir können Maschinen konstruieren, welche Wärme direkt in mechanische Energie verwandeln, umgekehrt auch Anordnungen treffen, durch welche das Umgekehrte geleistet wird. Wir können daher Wärmemengen direkt in mechanischen Energie- oder Arbeitseinheiten, d. h. Erg ausdrücken. Messungen von Joule haben ergeben, daß die in der Wärmelehre als Wärmeeinheit gewählte Gramm-Kalorie, d. h. die Wärmemenge, welche die Temperatur von 1 g Wasser mittlerer Zimmertemperatur um 1° Celsius erhöht, der mechanischen Arbeit von 0,427 Kilogrammeter, d. h. $0{,}427 \times 1000 \times 100 \times 981$ Erg $= 419 \cdot 10^5$ Erg äquivalent ist.

In ähnlicher Weise sind wir nun auch in der Lage, zwischen elektrischen und mechanischen Größen Beziehungen zu finden. Es muß allerdings betont werden, daß wir dadurch der Erkenntnis des Wesens der Elektrizität oder des Magnetismus in keiner Weise näher gekommen sind, ganz ebensowenig, wie wir im obigen Fall aus der Wärmelehre durch die Aufstellung der Beziehung Wärmemenge = Energie nun eigentlich wissen, was Wärme ist. Die Beziehungen der elektrischen zu den mechanischen Größen leiten sich aus der experimentellen Beobachtung her,

daß elektrische Vorgänge mechanische Bewegungserscheinungen hervorzurufen vermögen.

Zwei ihrer Natur nach vollständig verschiedene Vorgänge werden hierbei benutzt, und es bauen sich darauf zwei grundsätzlich verschiedene Definitionsweisen und Maßsysteme auf. Das eine, das elektrostatische Maßsystem, gründet sich auf den Fundamentalversuch aus der Lehre der ruhenden, statischen Elektrizität, daß zwei elektrisch geladene Körper eine mechanische Kraft aufeinander ausüben, indem sie sich anzuziehen oder abzustoßen imstande sind. Das zweite, das elektromagnetische Maßsystem gründet sich auf den Fundamentalversuch der Lehre der bewegten Elektrizität oder des Galvanismus, daß ein von einem elektrischen Strom durchflossener Draht auf einen in seiner Nähe befindlichen Magneten eine bewegende Kraft ausübt.

Erster Abschnitt.

Grundgesetze und Definitionen der Elektrostatik. Das elektrostatische Maßsystem.

2. Reibungselektrizität. Schon seit längsten Zeiten war es bekannt, daß manche Körper durch Reiben die Fähigkeit erhalten, leichte Körper anzuziehen, elektrisch zu werden. Man nannte bei den ersten Versuchen, die Reihe dieser Körper festzustellen, dieselben idioelektrische Körper, im Gegensatz zu den anelektrischen, welche diese Fähigkeit nicht besitzen. Zu den letzteren sollten insbesondere die Metalle gehören. Der englische Physiker Gray zeigte im Jahre 1727, daß dieser Unterschied nicht besteht, daß derselbe einer anderen Eigenschaft halber nämlich nur scheinbar vorhanden ist. Er wies nach, daß die einzelnen Körper sich hinsichtlich des Leitungsvermögens für Elektrizität unterschieden, daß es Leiter und Nichtleiter oder Isolatoren gäbe. Erstere können dann unter gewöhnlichen Versuchsverhältnissen durch Reiben nicht elektrisch werden, weil jede erzeugte Elektrizität sofort abgeleitet wird. Er zeigte, daß auch die Metalle, welche die besten Elektrizitätsleiter sind, Reibungselektrizität aufweisen, sobald sie isoliert sind. Es gibt zwischen Leitern und Nichtleitern keine scharfe Grenze, sondern es existieren viele Abstufungen zwischen ihnen, denen die sog. Halbleiter entsprechen.

Dufay machte 1773 die Entdeckung der beiden Elektrizitätsarten, der positiven und negativen Elektrizität, und wies nach, daß gleichartige Elektrizitäten sich abstoßen, ungleichartige sich anziehen. Glas wird durch Reiben mit Seidenzeug oder amalgambestrichenem Leder positiv, Hartgummi, Schellack durch Reiben mit Pelzwerk negativ elektrisch. Die Anziehungs- und Abstoßungserscheinungen demonstriert man zweckmäßig an Seidenpapierballons, welche an langen feinen Fäden mit Zwischen-

Bezeichnet man diese Entfernung mit r, die in irgendeiner beliebigen Einheit gemessenen Ladungen der Kugeln mit e und e', so kann man dies Gesetz mathematisch formulieren. Es ist die zwischen den Ladungen wirkende abstoßende Kraft

$$F = \text{Konst} \cdot \frac{e \cdot e'}{r^2}.$$

Die Größe der Konstanten hängt hier ganz von der Wahl der Einheit ab, in welcher wir die Ladungen messen.

Dies Gesetz ist in seiner Form vollständig dem Newtonschen Gravitationsgesetz für die Anziehung zweier in der Entfernung r voneinander befindlichen Massen gleich. Dieselbe hat die Größe:

$$G = f \cdot \frac{m m'}{r^2}.$$

Die beiden Gesetze unterscheiden sich nur dadurch voneinander, daß in letzterem sämtliche darin vorkommenden Größen von bekannter Art sind und in bekannten Einheiten zu messen sind. Es ist daher auch die Gravitationskonstante f ihrer Dimension nach gegeben. Es ist $[f] = \frac{[\text{Kraft}] \cdot [l^2]}{[m^2]} = [m^{-1} l^3 t^{-2}]$. Im Coulombschen Gesetz ist die Konstante unbestimmt, da an Stelle der Masse im Newtonschen Gesetz die unbekannte Größe Elektrizitätsmenge getreten ist. Man hat hier den Schritt getan, dadurch daß man die Konstante dimensionslos, d. h. als eine reine Zahl annahm und ihr einen bestimmten Zahlwert (Eins) gab, eine Definition für die Einheit der Elektrizitätsmenge festzusetzen. Das Coulombsche Gesetz lautet dann:

$$F = \frac{e e'}{r^2},$$

und damit hat man der Größe Elektrizitätsmenge einen bestimmten Zusammenhang mit den mechanischen Grundgrößen, d. h. eine bestimmte Dimension, zuerteilt und auch ihre Einheit festgesetzt. Es ist nämlich:

$$[\text{Kraft}] = \left[\frac{\text{Elektrizitätsmenge}^2}{\text{Länge}^2}\right],$$

also

$$[\text{Elektrizitätsmenge}] = [l \sqrt{\text{Kraft}}] = m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-1},$$

und da für $e = e' = 1$, $r = 1$ auch $F = 1$ ist, so ist Ein-

heit der Elektrizitätsmenge diejenige, welche eine ihr gleiche in der Entfernung 1 cm mit der Kraft 1 Dyne abstößt.

Damit haben wir die Grundlage des elektrostatischen Maßsystems gewonnen. Um einen Begriff über die Größenordnung der elektrostatischen Einheit der Elektrizitätsmenge zu geben, sei hier vorweg bemerkt, daß sie auf einer Kugel von 1 cm Radius enthalten ist, welche man auf 300 Volt aufladet.

6. Ausbreitung der elektrischen Kraft. Wiewohl Newton selbst das Unbefriedigende seiner Erklärungsweise einsah, so ergaben seine Untersuchungen doch, daß die Anziehungskraft zwischen den Massen der Planeten sich so darstellen läßt, als ob sie eine direkte Fernwirkung durch den einflußlosen, leeren Raum sei. Coulomb und mit ihm fast alle anderen Physiker nahmen dasselbe für die elektrische Wirkung an. Die zwischen zwei elektrisch geladenen Körpern wirkende Kraft soll danach eine reine, unvermittelte Fernwirkung sein, sie soll momentan mit dem Auftreten zweier Ladungen vorhanden sein, momentan mit dem Verschwinden einer der Ladungen aufhören, d. h. sich zeitlos durch den einflußlosen Raum fortpflanzen. Faraday war der erste, welcher, das Ungenügende einer solchen Auffassung einsehend, sich eine neue, vollkommen andersartige Vorstellung von dem Wesen der Kraftwirkung bildete. Er sah dieselbe als veranlaßt an durch gewisse Zustandsänderungen in einem hypothetischen Medium, welches als überall, auch im äußersten Vakuum, vorhanden und alle Körper durchdringend angesehen werden muß. Dieser sog. Äther soll, in eine Art Spannungszustand versetzt, die elektrischen Kraftwirkungen hervorrufen, deren Ausbreitung nun nicht mehr als zeitlos angesehen zu werden braucht. Das Wesentliche an der Faradayschen Anschauung im Gegensatz zu der Annahme reiner Fernwirkung ist, daß dem zwischen den Ladungen befindlichen Medium eine wichtige Rolle zuerteilt wird. Auf dem Boden dieser Nahewirkungstheorie stehend, machte Faraday eine große Reihe der glänzendsten Entdeckungen. Trotzdem drang er mit ihr nicht durch, wohl hauptsächlich deswegen, weil er mit seiner Theorie in einem vollständigen Gegensatz zu der Anschauung

der größten Autoritäten auf dem Gebiete der Elektrizitätslehre sich befand, auch wohl weil seine Abhandlungen in schwer verständlicher Form geschrieben waren. Erst James Clerk Maxwell brachte Faradays geniale Ideen in streng mathematische Form und errichtete das berühmte große Gebäude der „Maxwellschen Theorie“. Besonders die Versuche von H. Hertz bewiesen das Übergewicht derselben über die nunmehr als veraltet anzusehende Fernwirkungstheorie.

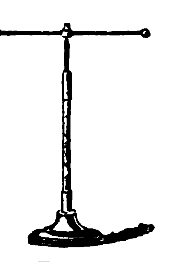
7. Das elektrische Feld. Kraftlinien. Wir werden uns gleich von Anfang an auf den Grund und Boden Faraday-Maxwellscher Anschauungsweise stellen, ohne indessen zunächst auf den eigentlichen Mechanismus der Zustandsänderung des Zwischenmediums, des sog. Dielektrikums, einzugehen. Wir behaupten nur mit Faraday, daß ein elektrisch geladener Körper um sich herum eine Zustandsänderung erzeuge, um sich ein Kraftfeld hervorrufe. Bringt man in dieses Kraftfeld eine kleine + geladene Kugel, so sucht sie sich zu bewegen. Die Richtung dieser Bewegung gibt die Richtung des Kraftfeldes an. Zieht man im Raume um einen geladenen Körper Linien, welche überall die Feldrichtung haben, so erhält man die Kraftlinien. Ein geladener Körper muß sich unter alleinigem Einfluß des elektrischen Feldes längs einer Kraftlinie bewegen. Die Kraftlinien um einen geladenen Punkt sind Kugelradien um den Punkt als Mittelpunkt. Unter Intensität des elektrischen Feldes $\mathfrak{E}$ (auch „elektrische Kraft“ oder „elektrische Feldstärke“) an einer Stelle im Raume versteht man die mechanische Kraft in Dynen, welche auf die Elektrizitätsmenge 1 an dieser Stelle ausgeübt wird. Sie ist eine gerichtete, eine sog. Vektorgröße, weil zu ihrer vollständigen Definition die Kenntnis ihrer Richtung und ihrer Größe notwendig ist. Um graphisch die Intensität des elektrischen Feldes an Richtung und Größe darzustellen, zeichnet man die Kraftlinien im Raume so, daß ihre Dichte, d. h. die Anzahl, welche das qcm senkrecht schneiden, numerisch gleich dem absoluten Wert der Intensität des elektrischen Feldes ist. In einem räumlichen Kraftlinienmodell wird also an jeder Stelle durch ein kleines, senkrecht zu den Kraftlinien stehendes Flächenelement q eine Anzahl Kraftlinien

hindurchgehen, welche gegeben ist durch $\mathfrak{N} = \mathfrak{E} \cdot q$, wo $\mathfrak{E}$ die elektrische Feldstärke an der betreffenden Stelle ist.

Rührt das Feld z. B. von einem mit der Elektrizitätsmenge 1 geladenen Punkt (kleine Kugel) her, so ist in Entfernung 1 cm von demselben die Feldstärke $\mathfrak{E} = 1$, d. h. die Kraftlinien müssen so dicht gezeichnet werden, daß die Flächeneinheit der um den Punkt mit dem Radius 1 beschriebenen Kugel von einer Kraftlinie, die gesamte Einheitskugel also von 4π Kraftlinien geschnitten wird. Der radiale Kraftlinienverlauf ist zugleich eine graphische Darstellung des Coulombschen Gesetzes, denn in doppelter Entfernung wird 1 qcm von dem vierten Teil Kraftlinien geschnitten, in dreifacher Entfernung vom neunten Teil usf.

Ein elektrisches Feld ist homogen, wenn die Feldstärke überall an Richtung und Größe gleich ist. Die Kraftlinien sind äquidistante gerade Linien.

Den Verlauf der Kraftlinien um einen geladenen Körper zeigt man mit dem elektrischen Kompaß (Fig. 2.) Derselbe besteht aus zwei Korkkugeln, welche unter Zwischenschaltung eines Bernsteinstäbchens (zwecks guter Isolation) an den Enden eines um eine Spitze drehbaren Glasstäbchens befestigt sind und entgegengesetzt aufgeladen werden. Nach der Richtung der + geladenen Korkkugel zeigt ein an dem Stäbchen befestigter Papierpfeil. Derselbe weist dann wie eine Magnetnadel im Magnetfeld stets in Richtung der elektrischen Feldlinien. Wie man ein Magnetfeld mit Eisenfeilspänen objektiv zeigen kann, so läßt sich in sehr schöner Weise auch ein elektrisches Feld zwischen kleinen, auf eine Seite einer Glasplatte geklebten Stanniolblättchen beliebiger Form durch Aufstreuen von Rutilpulver demonstrieren (Rutil hat hohe Dielektrizitätskonstante. Wahrscheinlich bewirkt aber wenigstens zum Teil ein geringes Leitungsvermögen der Pulverteilchen deren Anordnung in Richtung der Kraftlinien).


Fig. 2.

8. Einheit der elektrischen Feldstärke $\mathfrak{E} = 1$. Die elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}$ war definiert als die mechanische Kraft,

welche die Elektrizitätsmenge 1 im Felde erfährt, sie ist mithin dann gleich Eins, wenn auf den elektrischen Einheitspol die Kraft 1 Dyne ausgeübt wird. Befindet sich im Feld die Elektrizitätsmenge e, so ist die auf sie wirkende Kraft $= \mathfrak{E} \cdot e$. Es muß also das Produkt aus Feldstärke und Elektrizitätsmenge die Dimension einer Kraft haben, mithin

$$[\mathfrak{E}] = \left[\frac{\text{Kraft}}{\text{El. menge}}\right] = \left[\frac{\text{Kraft}}{l\sqrt{\text{Kraft}}}\right] = \frac{\sqrt{\text{Kraft}}}{l} = m^{\frac{1}{2}} l^{-\frac{1}{2}} t^{-1}.$$

9. Der Gaußsche Satz. Durch eine mit dem Radius 1 um einen mit der Elektrizitätsmenge $+1$ geladenen Punkt beschriebene Kugelfläche treten nach § 7 4π Kraftlinien aus. Es sind dies alle von dem Punkt überhaupt ausgehenden Kraftlinien. Dieselben durchsetzen jede beliebige um den Punkt beschriebene geschlossene Fläche. Hat der Punkt die Ladung e, so gehen $4\pi e$ Kraftlinien von ihm aus und durchsetzen jede um ihn beschriebene geschlossene Fläche nach außen hin. Ist die Ladung negativ, so gehen die Kraftlinien von außen nach innen. Sind innerhalb der geschlossenen Fläche mehrere Punkte mit den Ladungen e_1, e_2, $e_3 \cdots$ vorhanden, so ist die Anzahl die Fläche durchsetzender Kraftlinien gegeben durch

$$\mathfrak{N} = 4\pi (e_1 + e_2 + e_3 + \cdots) = 4\pi e$$

wenn mit e die Gesamtladung bezeichnet wird. Negative Ladungen sind negativ zu rechnen. Sind daher innerhalb der geschlossenen Fläche gleich starke positive und negative Ladungen, d. h. ist überhaupt keine freie Ladung dort vorhanden, so ist die Anzahl ein- und austretender Kraftlinien gleich, es sind dann keine freien Enden von Kraftlinien innerhalb der Fläche.

Ist aber innerhalb der beliebigen geschlossenen Fläche die eine Ladung im Betrage e im Überschuß vorhanden, so müssen innerhalb derselben $4\pi e$ Kraftlinien frei endigen. (Gaußscher Satz.) Freie Ladungen sind also notwendig mit freien Enden von Kraftlinien verbunden.

10. Das elektrische Potential V. Unter dem elektrischen Potential in einem Punkte eines elektrischen Feldes versteht man die Arbeit, welche notwendig ist, um die

Elektrizitätsmenge Eins aus dem Unendlichen an den betreffenden Punkt zu schaffen.

Diese auf den ersten Blick etwas sonderbar erscheinende Definition wie auch der Name Potential wird sofort verständlich, sobald wir die Energie betrachten, welche eine Elektrizitätsmenge in einem elektrischen Felde besitzt. Nehmen wir an, wir hätten ein elektrisches Feld, und wir brächten an einen Punkt desselben, welcher das Potential V besitzt, eine Elektrizitätsmenge $+e$, so kann dies nur mit einem gewissen Arbeitsaufwand geschehen, wie wenn ich eine Masse im Felde der Schwere hebe. Dieser Arbeitsaufwand ist nach der Definition des Potentials gleich eV; dadurch, daß sich $+e$ wieder aus dem Feld heraus bewegt, wird die Arbeit wieder herausgegeben, sie ist also als potentielle Energie aufgespeichert, ebenso wie bei einem gehobenen Stein die Hebearbeit nicht verloren ist, sondern als Energie der Lage ihm erhalten bleibt und beim Herunterfallen als Arbeit wieder gewonnen und zum Betrieb einer Maschine verwendet werden kann. Ist $e = 1$, so beträgt die aufgespeicherte Energie nur V, und wir haben als Definition des Potentials V auch diese:

> Es ist das Potential V an einem Punkt die potentielle Energie, welche die Elektrizitätsmenge 1 an diesem Punkte besitzt.

Es muß allerdings hier die Voraussetzung hinzugefügt werden, daß die Intensität des elektrischen Feldes durch das Einbringen des elektrischen Einheitspoles nicht geändert wird (siehe auch §§ 21, 34).

Unter Berücksichtigung des Umstandes, daß das Produkt aus Elektrizitätsmenge und Potential eine Arbeitsgröße darstellen muß, ergibt sich die Dimension des elektrostatischen Potentials:

$$[\text{Potential}] = \left[\frac{\text{Arbeit}}{\text{Elektrizitätsmenge}}\right] = [\sqrt{\text{Kraft}}] = m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-1}.$$

11. Äquipotential- oder Niveauflächen. Eine Fläche, welche durch alle Punkte gleichen Potentials gelegt ist, heißt Äquipotential- oder Niveaufläche. Gehören die Punkte 1 und 2 des durch die ausgezogenen Kraftlinien dargestellten, in diesem

Fall von einem geladenen Punkt herrührend gedachten Feldes (Fig. 3) einer solchen Fläche an, so hat also V in beiden Punkten den gleichen Wert: es ist also dieselbe Arbeit zu leisten, ob ich eine Elektrizitätsmenge aus großer Entfernung nach 1 oder 2 bringe. Mithin ist die Arbeit, welche nötig ist, um die Elektrizitätsmenge von 1 nach 2 zu bringen, gleich Null. Dies gilt für alle einer Niveaufläche angehörigen Punkte, mithin leiste ich keine Arbeit, wenn ich Elektrizität auf einer Niveaufläche bewege. Daraus folgt unmittelbar, daß auf eine Elektrizitätsmenge keine Kraft in Richtung einer Niveaufläche wirken kann, daß die Niveauflächen also überall senkrecht zu den Kraftlinien des Feldes verlaufen. Die Niveauflächen des von einem geladenen Punkt ausgehenden Feldes sind Kugelflächen, welche diesen Punkt zum Mittelpunkt haben.

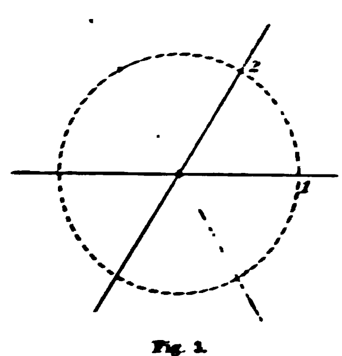


Fig. 3.

12. Beziehung zwischen Potential V und elektrischer Feldstärke $\mathfrak{E}$. Betrachten wir zwei auf einer Kraftlinie liegende Punkte 1 und 2 in einem elektrischen Felde, welche so nahe aneinander gelegen sind, daß wir die Feldstärke $\mathfrak{E}$ in ihnen als gleich ansehen können. In einem homogenen Feld ist diese Voraussetzung für beliebige Entfernung der Punkte erfüllt. Hat das elektrische Potential in den beiden Punkten die Werte V_1 bzw. V_2, so ist $V_1 - V_2$, die Potentialdifferenz zwischen diesen Punkten, die Arbeit, welche notwendig ist, um die positive Einheit der Elektrizitätsmenge von 2 nach 1 zu schaffen. Ist a der Abstand der beiden Punkte, so ist diese Arbeit andererseits gleich Kraft mal Weg, also gleich $-\mathfrak{E}a$. Es ist daher $V_1 - V_2 = -\mathfrak{E}a$ oder

$$\mathfrak{E} = -\frac{V_1 - V_2}{a} = \frac{V_2 - V_1}{a}.$$

Das negative Vorzeichen ist zu wählen, weil die Arbeit gegen die von 1 nach 2 gerichtete elektrische Kraft geleistet wird. Es ist mithin die elektrische Feldstärke numerisch gleich der Abnahme des Potentials pro Längeneinheit.

Liegen die Punkte 1 und 2 nicht auf einer Kraftlinie, son-

dern beliebig in dem homogenen Feld (Fig. 4), so ist die Arbeit, welche zu leisten ist, um die Elektrizitätsmenge Eins von 2 nach 1 zu schaffen, dieselbe, ob ich dies auf dem direkten Wege a bewerkstellige oder erst von 2 nach dem mit 1 äquipotentiellen Punkt 1′ und von diesem auf einer Niveaufläche nach 1. Letztere Arbeit ist Null. Die Arbeit, welche für die Beförderung der Elektrizitätsmenge von 2 nach 1′ nötig ist, ist aber nach vorigem, da die Entfernung $\overline{21'} = a \cos \alpha$ ist, gegeben durch

$$V_1 - V_2 = - \mathfrak{E} a \cos \alpha = - \mathfrak{E}' a.$$

Hierin bedeutet α den Winkel, welchen die Verbindungslinie der Punkte mit der Feldrichtung bildet.

Fig. 4.

$\mathfrak{E}' = \mathfrak{E} \cos \alpha$ ist die in Richtung der Verbindungslinie a wirkende Komponente der Feldstärke. Es ist also allgemein

$$\mathfrak{E}' = \frac{V_2 - V_1}{a}$$

oder in Worten:

Es ist die elektrische Feldstärke in beliebiger Richtung gleich der Potentialdifferenz zweier in dieser Richtung benachbarter Punkte dividiert durch deren Abstand.

Ferner folgt aus der bisherigen Betrachtung der Satz:

Die Arbeit, welche aufzuwenden ist, um ein Elektrizitätsquantum von einem Punkt niederen zu einem Punkt höheren Potentials zu bringen, ist unabhängig von dem Wege, auf welchem dies geschieht.

Für die absolute Einheit der Potentialdifferenz gelten folgende Sätze, die sich unmittelbar aus obigen Erörterungen ergeben:

Potentialdifferenz Eins besteht zwischen zwei Punkten, wenn die Arbeit 1 Erg erforderlich ist, um die Elektrizitätsmenge Eins vom einen zum anderen Punkt überzuführen.

Oder auch:

Potentialdifferenz Eins besteht zwischen zwei in der Feldrichtung um 1 cm entfernten Punkten in einem elektrischen Feld mit der Intensität Eins.

Ist das elektrische Feld mit dem Ort veränderlich, so hat man für die Betrachtung dieses Paragraphen den Abstand der Punkte sehr klein zu wählen. Ist dann dV die Potentialdifferenz, dx der Abstand der Punkte, so ist die Feldstärke

$$\mathfrak{E} = -\frac{dV}{dx}.$$

Der Quotient der rechten Seite heißt als Quotient zweier unendlich kleiner Größen Differentialquotient. Es ist also die elektrische Feldstärke in einer Richtung x der negative Differentialquotient des Potentials nach dieser Richtung, d. i. die Abnahme des Potentials in dieser Richtung pro Zentimeter, wenn die Feldstärke $\mathfrak{E}$ längs des Zentimeters die gleiche wäre.

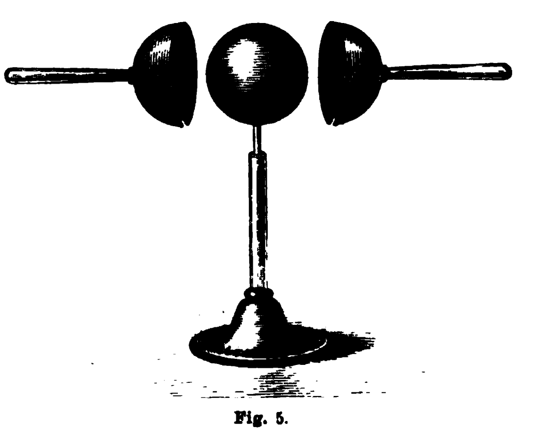
13. Unterschied zwischen Leitern und Isolatoren. Die elektrischen Leiter unterscheiden sich von den Isolatoren dadurch, daß sich kein elektrisches Feld in ihnen im Gleichgewicht halten kann. Unter jeder noch so kleinen Potentialdifferenz tritt ein Strömen von Elektrizität ein, bis die Potentialdifferenz vernichtet ist. Die Elektrizität besitzt in Leitern volle Bewegungsfreiheit und ist imstande, den kleinsten elektrischen Kräften zu folgen.

Auf einem System miteinander verbundener Leiter herrscht daher im Gleichgewichtszustand überall das gleiche Potential, ebenso wie in kommunizierenden Röhren, welche Wasser leiten, im Ruhezustand das Wasser gleich hoch steht. Die Oberfläche des Leiters ist eine Niveaufläche und wird von den Kraftlinien in senkrechter Richtung verlassen.

14. Die elektrische Ladung, welche einem massiven Leiter erteilt wird, befindet sich nur auf dessen Oberfläche. Dieser Satz folgt unmittelbar aus der Eigenschaft der Leiter, kein elektrisches Feld im Gleichgewicht in sich zu erhalten, in Verbindung mit dem Gaußschen Satz (§ 9). Denn da das Feld im Inneren des Konduktors überall gleich Null, so wird auch jede beliebige geschlossene Fläche im Inneren desselben von keinen Kraftlinien geschnitten, mithin keine Ladung enthalten. Die Kraftlinien enden nur frei auf der Oberfläche, welche die ganze Ladung enthält.

15. Innerhalb einer geschlossenen Niveaufläche, welche keine Ladung umschließt, ist die elektrische Kraft überall gleich Null, das Potential also überall gleich dem auf der Niveaufläche. Der Beweis folgt unmittelbar aus dem Gaußschen Satz. Denn, nehmen wir an, innerhalb der Niveaufläche sei das Potential nicht konstant, so müssen wir dort eine Reihe anderer Niveauflächen ziehen können, welche die erste natürlich nicht schneiden können, sondern auch als geschlossene Flächen innerhalb derselben bleiben müssen. Ist eine innen liegende Niveaufläche z. B. eine solche höheren Potentials, so müssen Kraftlinien von ihr nach der gegebenen Niveaufläche verlaufen, woraus nach dem Gaußschen Satz eine der Voraussetzung widersprechende positive Ladung innerhalb der letzteren folgen würde. Hat die innere Niveaufläche niedrigeres Potential, so würde ebenso eine innere negative Ladung folgen. Es muß daher innen überall das gleiche Potential herrschen. Eine geschlossene Niveaufläche ist z. B. ein hohler geschlossener Leiter. Befindet sich innerhalb desselben kein geladener Körper, so ist in seinem ganzen Inneren das Potential konstant, er verhält sich mithin so, als ob er massiv wäre.

16. Die elektrische Ladung, welche einem geschlossenen hohlen Leiter erteilt wird, befindet sich nur auf dessen äußerer Oberfläche. Da im Inneren des geschlossenen hohlen Leiters sich kein elektrisches Feld befindet, so folgt dieser Satz durch die gleiche Betrachtung wie in § 14. Das Fehlen von Ladungen im Inneren von geschlossenen Leitern kann man mit


Fig. 5.

Hilfe des Apparats (Fig. 5) demonstrieren. Ladet man die Kugel, umhüllt sie dann mit den Halbkugeln und stellt vorübergehend

Kontakt zwischen der so gebildeten äußeren Kugel und der inneren her, so findet man nach Abheben der Kugelschalen die innere Kugel ihrer Ladung beraubt. Die ganze Ladung ist auf die Halbkugeln übergegangen. Setzt man (Fig. 6) ein empfindliches Elektroskop in das Innere eines Metallkäfigs und verbindet den Knopf des Elektroskops mit dem Drahtgeflecht metallisch, so erfolgt auch bei kräftigster Aufladung des letzteren kein Ausschlag (Faraday). Ladet man einen hohlen Metallzylinder und berührt ihn mit einer an isolierender Handhabe gehaltenen Probekugel von innen, so zeigt letztere nach dem Herausnehmen auch an einem empfindlichen Elektroskop keine Spur einer Ladung. Berühren von außen dagegen ergibt eine starke Ladung der Probekugel.

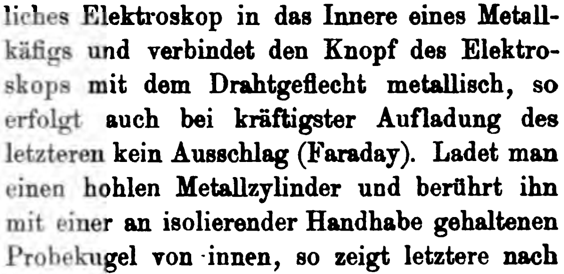




Fig. 6

Die Sätze der letzten Paragraphen hatten sämtlich zur Voraussetzung, daß die Kraft, welche zwei geladene kleine Körper aufeinander ausüben, dem Quadrat ihrer Entfernung umgekehrt proportional ist. Die eben genannten Experimente bilden einen strengen Beweis für die Richtigkeit dieses Gesetzes.

17. Messung von Potentialdifferenzen. Die Meßinstrumente für Potentialdifferenzen, die sog. Elektrometer, beruhen durchweg auf dem Prinzip, daß innerhalb des Instruments mit Hilfe der zu messenden Potentialdifferenz ein elektrisches Feld erzeugt wird, in welchem ein geladener leichter Körper eine Antriebskraft erfährt, welche ihn in meßbarer Weise verschiebt.

Das empfindlichste dieser Instrumente ist das Thomsonsche Quadrantelektrometer (Fig. 7). Der geladene, bewegliche Körper ist ein bifilar aufgehängtes Aluminiumblech mit lemniskatenförmiger Begrenzung. Ein an dieser „Nadel" befestigter, sehr feiner Platindraht taucht in ein Gefäß mit Schwefelsäure. Durch die leitende Säure hindurch kann man die Nadel hoch aufladen. Die zu messende Potentialdifferenz wird an zwei kreuz-

weise verbundene Metallquadrantenpaare gelegt, welche eine Dose um die Nadel bilden. In dem so innerhalb der Quadranten erzeugten elektrischen Felde bewegt sich die Nadel, wenn sie + geladen ist, vom Quadranten höheren nach dem niederen Potentials. Ist V_1 das Potential des einen, V_2 das des anderen Quadrantenpaares, ferner N das Potential der beweglichen Nadel, so ist die ablenkende Kraft f der Differenz $V_1 - V_2$, sowie der Differenz zwischen N und dem Mittelwert von V_1 und V_2 proportional, d. h.

$$f = C(V_1 - V_2)\left(N - \frac{V_1 + V_2}{2}\right).$$

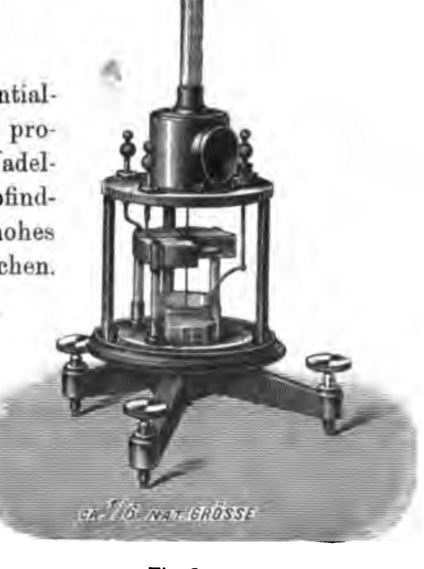


Fig. 7.

Wird die Nadel auf ein sehr hohes Potential N aufgeladen, so hoch, daß das mittlere Potential der Quadranten dagegen zu vernachlässigen ist, so ist die ablenkende Kraft gleich

$$f = C(V_1 - V_2)N$$

zu setzen. Sie ist also der Potentialdifferenz zwischen den Quadranten proportional. Ferner ist sie auch dem Nadelpotential proportional, also die Empfindlichkeit des Instruments durch ein hohes Aufladen der Nadel sehr groß zu machen.

Eine weitere viel angewendete Schaltung des Quadrantelektrometers ist die sog. idiostatische Schaltung. Es wird hierbei die Nadel mit dem einen Quadrantenpaar leitend verbunden. Ist z. B. $N = V_1$, so wird

$$f = \frac{C}{2}(V_1 - V_2)^2,$$

d. h. die ablenkende Kraft ist in dieser Schaltung dem Quadrat der Potentialdifferenz zwischen den Quadranten proportional.

Das Goldblattelektrometer besteht aus zwei an einem Metallstäbchen befestigten Goldschaumblättchen (oder Aluminiumblättchen). Dieselben befinden sich isoliert innerhalb eines

metallischen Gehäuses. Die Punkte mit der zu messenden Potentialdifferenz werden leitend mit Gehäuse bzw. Blättchen verbunden. Jedes Blättchen bewegt sich dann in dem elektrischen Felde, welches das andere Blättchen um sich herum bis zum Gehäuse verbreitet, d. h. es tritt Divergenz der Blättchen ein. Fig. 8 zeigt das auf diesem Prinzip beruhende Exnersche Elektrometer. Das Kolbesche Elektrometer (Fig. 9) und das in der Technik benutzte Braunsche Elektrometer (Fig. 10) gründen sich auf dasselbe Prinzip. In ihnen ist nur ein bewegliches Blättchen bzw. leicht beweglicher Aluminiumhebel vorhanden, das zweite durch ein festes Metallstativ ersetzt. Sehr empfindlich sind das Bohnenbergersche und das Hankelsche Elektroskop, bestehend aus einem dünnen Metallblättchen, welches zwischen zwei isolierten kleinen Metallplatten hängt und mit Hilfe einer Hochspannungsbatterie oder einer Zambonischen Säule hoch aufgeladen wird. Die zu messende Potentialdifferenz wird an die Metallplatten angelegt. In dem so zwischen letzteren entstehenden elektrischen Feld bewegt sich das Blättchen. Potentialdifferenzen von der Größenordnung eines Volt sind so bequem nachzuweisen. Das Blättchen kann in sehr zweckmäßiger Weise durch einen feinen Faden (Wollastondraht oder leitender Quarzfaden) ersetzt werden, in welcher Form man das Instrument Fadenelektrometer nennt.



Fig. 8.

Diese Elektrometer haben im Gegensatz zu dem Kolbeschen, Braunschen und Exnerschen mit dem Quadrantelektrometer den großen Vorteil gemeinsam, für entgegengesetzte Ladungen entgegengesetzt gerichtete Ablenkungen zu zeigen. Dem Quadrantelektrometer kann man eine sehr große Empfindlichkeit (ca. $\frac{1}{1000}$ Volt) dadurch erteilen, daß man seine Nadel an einem feinen Quarzfaden aufhängt (Dolezalek). Die notwendige Leitfähigkeit erteilt man dem Faden durch einmaliges Eintauchen

in eine Chlorkalziumlösung. Das Fadenelektrometer verbindet mit auch recht großer Empfindlichkeit den Vorteil, eine ungemein kleine Kapazität zu besitzen. Es wird daher mit Vorteil zur Messung kleiner Elektrizitätsmengen verwendet.

Außerordentlich große Empfindlichkeit mit sehr geringer Kapazität besitzt ein von C. T. R. Wilson vorgeschlagenes Elektroskop. Das hängende sehr dünne Blättchen ist zur Erde abgeleitet, wird von einer hoch (ca. 200 Volt) aufgeladenen Metallplatte angezogen und stellt sich daher unter einem schiefen Winkel ein, bei dem die Schwere der Anziehung nach der

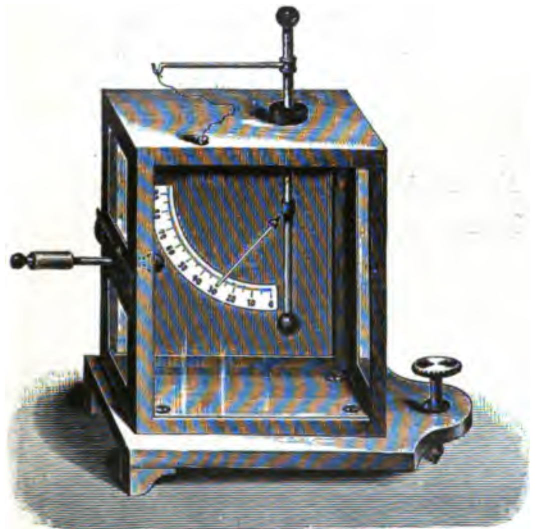


Fig. 9.



Fig. 10.

Platte das Gleichgewicht hält. Neigt man jetzt das Instrument, so kommt das Blättchen sehr bald in eine labile Lage, bei deren geringster Überschreitung es plötzlich ganz nach der Platte gezogen wird. Nahe an dieser labilen Lage ist das Elektroskop äußerst empfindlich für kleinste Aufladung des Blättchens, zeigt nach einer Angabe von Wilson für ein Volt eine Blättchenverschiebung von 4 mm an der Ablesestelle, die bei der benutzten Okularskala des Mikroskops 200 Skalenteilen entsprechen.

18. Das Potential der Erde wird gleich Null gesetzt. Das Potential Null besteht unserer Definition nach im Unend-

lichen. Da der Erdboden ein hinreichend guter Leiter ist, der auch selbst im Verhältnis zu ausgedehnten elektrischen Feldern noch bis ins Unendliche reicht, so können wir bezüglich solcher elektrischer Vorgänge, welche wir messend verfolgen, das Potential der Erde gleich Null setzen. Dies gilt aber nicht mehr, sobald universelle elektrische Felder in Betracht zu ziehen sind. Daß wir das Potential der Erde gleich Null setzen, ist also eine willkürliche Festsetzung, welche nur für unsere Laboratoriummessung gültig ist, die uns aber erst gestattet, das Potential eines Körpers zu messen, da unsere Meßinstrumente nur die Bestimmung von Potentialdifferenzen gestatten. In der Festsetzung, das Potential der Erde als den Nullpunkt unserer Potentialmessungen zu wählen, ist dieselbe Willkür enthalten, wie etwa darin, daß man den Nullpunkt unserer Höhenmessungen auf den Meeresspiegel verlegt.

19. Das Potential in der Entfernung r von einem mit $+e$ geladenen Punkt ist $V=\frac{e}{r}$. Die elektrische Kraft ist in der Entfernung r von $+e$

$$\mathfrak{E}=\frac{e}{r^2}=-\frac{dV}{dr},$$

woraus durch Integration zunächst folgt

$$V=\frac{e}{r}+\text{Konst.}$$

Die Konstante muß aber gleich Null sein, weil im Unendlichen ($r=\infty$) $V=0$ sein soll. In der Entfernung r ist also

$$V=\frac{e}{r},$$

in der Entfernung $r+dr$ ist

$$V+dV=\frac{e}{r+dr}.$$

Die Differenz ist

$$dV=-\frac{edr}{r^2+rdr}=-\frac{edr}{r^2}.$$

Letzteres, weil bei der Kleinheit von dr das Produkt rdr gegen das Quadrat von r zu vernachlässigen. Es ist also

$$-\frac{dV}{dr}=\frac{e}{r^2},$$

durch die Lösung also die Ausgangsgleichung befriedigt.

20. Das Potential im Abstand r vom Mittelpunkt einer mit $+e$ geladenen Kugel ist für außerhalb derselben gelegene Punkte auch $V = \frac{e}{r}$, mithin die Wirkung der Kugel auf äußere Punkte so, als ob ihre Ladung im Mittelpunkt vereinigt wäre. Man verbindet zum Beweis dieses Satzes den Punkt P mit dem Mittelpunkt C der Kugel und betrachtet zunächst die Wirkung eines mit seiner Ebene zu der Verbindungslinie senkrecht stehenden, aus der Kugeloberfläche ausgeschnittenen Kreisringes (Fig. 11). ϑ sei der Winkel, den der nach dem Kreisring gezogene Radius R der Kugel mit der Linie CP, $d\vartheta$ der sehr kleine Winkel, den die beiden nach den Begrenzungskreisen des sehr schmalen Ringes gezogenen Radien mit einander bilden. Dann ist $Rd\vartheta$ die Breite des Ringes und, da $R \sin \vartheta$ sein Radius ist, das 2π fache davon sein Umfang, daher sein Flächeninhalt

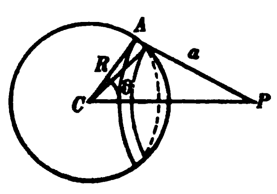


Fig. 11.

$$df = 2\pi R^2 \sin \vartheta d\vartheta.$$

Hat auf der Kugeloberfläche die Ladung der Flächeneinheit, d. i. die Flächendichte die Größe σ, so ist die Ladung des Ringes

$$2\pi R^2 \sigma \sin \vartheta d\vartheta$$

und das von der Ringladung herrührende Potential in P wegen der überall gleichen Entfernung a

$$\frac{2\pi R^2 \sigma \sin \vartheta d\vartheta}{a}.$$

Nun ist aber aus dem $\triangle\, CPA$:

$$a^2 = r^2 + R^2 - 2rR \cos \vartheta,$$

also für die Veränderung von a mit ϑ:

$$2ada = 2rR \sin \vartheta d\vartheta$$

$$\frac{da}{r} = \frac{R \sin \vartheta d\vartheta}{a}.$$

Setzt man dies in den Potentialwert ein, so wird dieser

$$\frac{2\pi R \sigma da}{r}$$

und man erhält das Potential, welches in P durch die gesamte Kugeloberfläche f hervorgerufen wird, durch Summation dieses

Ausdruckes für alle Kreisringe, aus denen die Kugelfläche besteht. Der P nächstgelegene hat die Entfernung $a = r - R$, der entfernteste $a = r + R$, man hat also zwischen diesen Grenzen zu integrieren. Es wird demnach für äußere Punkte:

$$V_a = \frac{2\pi R\sigma}{r}\int_{r-R}^{r+R} da = \frac{4\pi R^2\sigma}{r} = \frac{\sigma f}{r} = \frac{e}{r}.$$

Die Betrachtung gilt natürlich auch für Punkte, welche im Inneren der Kugel gelegen sind. In diesem Fall sind nur die Integrationsgrenzen andere, indem der kleinste und größte Abstand a des inneren Punktes von den beiden die Kugel an den Enden der Achse krönenden Kreisringen hier durch $R - r$ und $R + r$ gegeben sind. Bildet man das Integral zwischen diesen Grenzen, so wird für innere Punkte:

$$V_i = 4\pi R\sigma = \frac{4\pi R^2\sigma}{R} = \frac{e}{R}$$

d. h. das Potential im Inneren der Kugel vom Radius R hat für alle Punkte den konstanten Wert $\frac{e}{R}$, den es für die Oberfläche der Kugel hat. Dies muß nach § 15 ja auch so sein.

21. Die elektrostatische Einheit des Potentials besitzt ein Leiter dann, wenn die Arbeit 1 Erg nötig ist, um die Elektrizitätsmenge + 1 aus dem Unendlichen auf den Leiter zu schaffen.

Dabei ist die ideale Voraussetzung gemacht, daß die Hinzufügung der Einheit das bestehende Potential nicht oder, genauer, nur in vernachlässigbarer Weise beeinflußt. Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, so muß man definieren: Einheit des Potentials besitzt ein Leiter, wenn die Arbeit $\frac{1}{n}$ Erg nötig ist, um die Elektrizitätsmenge $\frac{1}{n}$ aus dem Unendlichen auf den Leiter zu schaffen. Hier kann man n so groß machen, daß die Potentialänderung zu vernachlässigen ist.

Da die abstoßende Kraft, welche ein Elektrizitätsteilchen in der Nähe eines geladenen Leiters erfährt, der Ladung e des Leiters proportional ist, so ist es auch die Arbeit, welche zu ihrer Überwindung aufzuwenden ist, mithin auch das Potential V des Leiters. Dasselbe gilt natürlich auch umgekehrt: Es ist die

Ladung eines Leiters stets proportional seinem Potential, d. h. es ist $e = C \cdot V$, wo C eine Konstante ist.

Die im vorigen Paragraphen abgeleitete Formel für das Potential einer Kugel zeigt, daß eine Kugel vom Radius 1 cm dann das Potential 1 besitzt, wenn sich auf ihr die Elektrizitätsmenge 1 befindet.

22. Die elektrostatische Kapazität eines Leiters. Eine Kugel mit dem Radius $r = 1$ wird nach § 21 durch die Einheit der Elektrizitätsmenge auf das Potential 1 geladen. Ist ihr Radius größer, so verkleinert sich das Potential in demselben Verhältnis, ähnlich wie die Höhe, bis zu welcher ein zylindrisches Gefäß durch eine bestimmte Wassermenge aufgefüllt wird, um so kleiner wird, je weiter das Gefäß, d. h. je größer sein Fassungsvermögen, seine Kapazität ist. Wie man den Querschnitt, welcher für das Fassungsvermögen maßgebend ist, messen kann durch das Flüssigkeitsvolumen, welches nötig ist, um das Gefäß bis zur Höhe 1 cm zu füllen, so mißt man die elektrische Kapazität C eines Leiters als die Elektrizitätsmenge, welche ihn auf die Einheit des Potentials ladet.

Um einen Leiter auf das Potential V aufzuladen, ist eine V mal so große Ladung erforderlich; bezeichnen wir sie mit e, so ist:

$$e = C V,$$

und wir sehen, daß die Konstante in der Formel des vorigen Paragraphen die elektrische Kapazität des Leiters ist. Für dieselbe gilt also die Definition:

$$\text{Kapazität} = \frac{\text{Elektrizitätsmenge}}{\text{Potential}}.$$

23. Die elektrostatische Kapazität einer Kugel ist gleich ihrem Radius. In § 20 war abgeleitet, daß die Elektrizitätsmenge e eine Kugel vom Radius R auf das Potential $V = \frac{e}{R}$ aufladet.

Die elektrostatische Kapazität ist also

$$C = \frac{e}{V} = \frac{e}{e/R} = R.$$

Es zeigt sich hier, daß, wie man auch durch Einsetzen der Dimensionsgrößen in die Definition der Kapazität im vorigen Paragraphen ersehen kann, die Dimension der elektrostatischen Kapazität eine Länge, also in Zentimetern zu messen ist. Eine Kugel mit $R = 1$ cm hat die elektrostatische Kapazität 1 cm. Es ist $[C] = l$.

24. Die Verteilung statischer Elektrizität auf Leitern. Wirkung von Spitzen. Zunächst haben wir bereits gesehen, daß die Elektrizität nur auf der Oberfläche der Leiter ihren Sitz hat.

Gleichförmig verteilt ist aus Symmetrierücksichten die Elektrizität nur auf der Oberfläche einer allein im Raume befindlichen Kugel, einer unendlichen Ebene und eines unendlich langen Zylinders. Auf diesen Gebilden ist sie so verteilt, daß auf jedem Quadratzentimeter die gleiche Elektrizitätsmenge sich befindet, daß, wie man sagt, die elektrische Flächendichte (= Elektrizitätsmenge pro Flächeneinheit) überall die gleiche ist.

In allen anderen Fällen, d. h. bei anderer geometrischer Gestalt des geladenen Leiters oder bei Anwesenheit anderer Leiter oder Isolatoren ist die Verteilung eine ungleichförmige.

Den Einfluß der Form des Leiters auf die Verteilung kann man allgemein dahin charakterisieren, daß die Oberflächendichte an einer Stelle des Leiters um so größer ist, je stärker der Leiter an dieser Stelle gekrümmt ist. Man kann sich dies leicht an dem Fall der Verteilung auf zwei Kugeln von verschiedenem Krümmungsradius klarmachen, welche durch einen feinen Draht miteinander verbunden sind, der den elektrischen Ausgleich gestattet, dessen Anwesenheit für die Verteilung aber nicht in Betracht kommt.

Nach § 13 fließt Elektrizität so lange von der einen Kugel (Radius r_1) auf die andere (Radius r_2), bis beide das gleiche Potential haben. Dann sind die Elektrizitätsmengen auf den Kugeln beziehungsweise

$$e_1 = C_1 V = r_1 V$$
$$e_2 = C_2 V = r_2 V,$$

d. h. es hat sich die Elektrizität im Verhältnis der Kapazitäten, mithin der Radien verteilt. Da aber die Oberflächen der Kugeln

gleich $4\pi r_1^2$ bzw. $4\pi r_2^2$ sind, so folgt für das Verhältnis der elektrischen Flächendichten auf beiden Kugeln:

$$\sigma_1 : \sigma_2 = \frac{e_1}{4\pi r_1^2} : \frac{e_2}{4\pi r_2^2} = \frac{V}{4\pi r_1} : \frac{V}{4\pi r_2} = r_2 : r_1,$$

d. h. die Flächendichten verhalten sich umgekehrt wie die Kugelradien.

Ladet man zwei Kugeln, eine mit großem Radius, also geringer Krümmung, die andere mit kleinem Radius, also starker Krümmung, auf ein und dasselbe Potential, so ist die Elektrizitätsmenge auf der kleinen Kugel zwar im Verhältnis der Radien kleiner, die Oberflächendichte aber in gleichem Verhältnis größer.

Macht man die kleine Kugel unendlich klein, so ist die Flächendichte auf ihr unendlich groß. Dasselbe gilt von einer feinen, an einem geladenen Leiter angebrachten Spitze.

Dieser Fall unendlich großer Flächendichte tritt in Wirklichkeit nie ein, weil oberhalb einer gewissen Flächendichte Ausströmen der Elektrizität in die umgebende Luft stattfindet. Diese Erscheinung ist unter dem Namen der Spitzenentladung bekannt. Sie ist an einer späteren Stelle näher besprochen. Höchst wahrscheinlich ist direkte Ursache der Spitzenausströmung nicht, daß die Flächendichte, sondern daß die mit der Flächendichte Hand in Hand gehende elektrische Feldstärke in unmittelbarer Umgebung der Spitze (s. nächsten Paragraphen) einen bestimmten Wert annimmt, welchem die Luft nicht standzuhalten vermag.

25. Beziehung zwischen der Flächendichte und der Feldstärke an der Leiteroberfläche. Ein beliebig gestalteter Konduktor C sei geladen. Wir greifen aus seiner Oberfläche an einer Stelle, wo die Flächendichte σ ist, ein Stückchen der Größe S heraus und denken uns darüber (Fig. 12) einen kurzen Zylinder konstruiert, dessen Achse senkrecht auf der Leiteroberfläche ist.

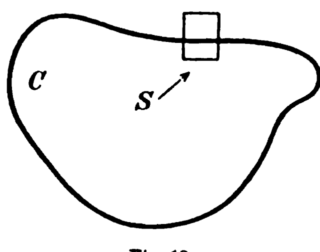


Fig. 12.

Aus dem Zylindermantel treten keine Kraftlinien aus, da dieselben die Leiteroberfläche, welche eine Niveaufläche ist, senk-

recht verlassen, dem Mantel also parallel verlaufen. Ebenso treten aus der innerhalb des Konduktors liegenden Grundfläche keine Kraftlinien aus, da ja dort die elektrische Kraft Null ist. Kraftlinien treten also nur an der äußeren Grundfläche des Zylinders senkrecht zu ihr aus, und zwar, wenn $\mathfrak{E}$ die elektrische Kraft an der betrachteten Stelle ist, an Zahl $\mathfrak{E}S$. Die Elektrizitätsmenge, welche in dem kleinen Zylinder sich befindet, ist $e = \sigma S$. Der Gaußsche Satz, auf den Zylinder angewendet, ergibt daher die Beziehung:

$$\mathfrak{E}S = 4\pi\sigma S$$

oder

$$\mathfrak{E} = 4\pi\sigma.$$

Im Innern des Konduktors ist die elektrische Kraft Null. Sie springt also bei dem Durchgang durch die Leiteroberfläche um $4\pi\sigma$.

26. Elektrische Kraft an einer gleichmäßig geladenen unendlichen Ebene. Aus Symmetrierücksichten folgt, daß die elektrische Kraft $\mathfrak{E}$ überall senkrecht zur Ebene gerichtet und daher unabhängig von der Entfernung von der Ebene ist. Konstruiert man einen mit seiner Achse senkrecht zur Ebene stehenden Zylinder über einem Flächenelement S der mit der Dichte σ geladenen Ebene, so ist in dem Zylinder die Elektrizitätsmenge σS enthalten. Kraftlinien treten nur aus den beiden Grundflächen aus, und zwar im ganzen nach dem Gaußschen Satz:

$$2\mathfrak{E}S = 4\pi\sigma S.$$

Die Größe der elektrischen Kraft in der Umgebung der Ebene ist daher auf beiden Seiten derselben:

$$\mathfrak{E} = 2\pi\sigma.$$

Da sie auf den beiden Seiten entgegengesetzt gerichtet ist, so hat sie auf der einen Seite den positiven Wert $2\pi\sigma$, auf der anderen Seite den negativen $-2\pi\sigma$, springt daher bei dem Durchgang durch die geladene Fläche um $4\pi\sigma$.

27. Elektrostatische Influenz. Eine Folge der Tatsache, daß in Leitern sich kein elektrisches Feld im Gleichgewicht befinden kann, ist die Erscheinung der sog. Influenz.

In Fig. 13 erzeuge die mit $+e$ geladene Kugel ein radial gerichtetes elektrisches Feld um sich. Wir nähern der Kugel jetzt von oben einen ungeladenen, isolierten Leiter gestreckter Form. Unter dem Einfluß des vorher an seiner Stelle befindlichen elektrischen Feldes findet ein Strömen der Elektrizität in ihm statt, bis das elektrische Feld in ihm vernichtet ist und der gesamte Leiter sich auf dem gleichen Potential befindet. Dies Potential wird einen gewissen mittleren Wert der vorher an der Stelle des Leiters vorhandenen Potentialwerte besitzen, es wird oben höher, unten niedriger als das Potential der nächsten Umgebung sein. Oben werden daher Kraftlinien vom Leiter in die Umgebung, unten solche aus der Umgebung nach der Leiteroberfläche verlaufen, d. h. es wird oben der Leiter positiv, unten negativ elektrisch geladen sein. Wird jetzt der gestreckte Leiter an einer Stelle mit dem Finger oder einem erdabgeleiteten Draht berührt, so ist dies dasselbe, als ob er bis ins Unendliche verlängert würde. Der Leiter nimmt durch die leitende Erdverbindung das Potential Null an. Dadurch ist sein Potential jetzt überall, oben sowohl wie unten niedriger als das der Umgebung geworden, und zwar unten in größerem Betrage als oben. Er erscheint daher in seiner ganzen Längsausdehnung negativ geladen, unten stärker, oben je nach seiner Länge viel oder wenig schwächer. Ein angehängtes Seidenpapierblättchen divergiert unten stark, oben um so schwächer, je länger der Leiter ist. Ist der Leiter sehr lang, so ist auf ihm und auch in der Umgebung seines der geladenen Kugel abgewendeten Endes das Potential Null; ein dort angebrachtes Blättchen divergiert dann gar nicht. Der gestreckte Leiter ist in diesem Fall also in

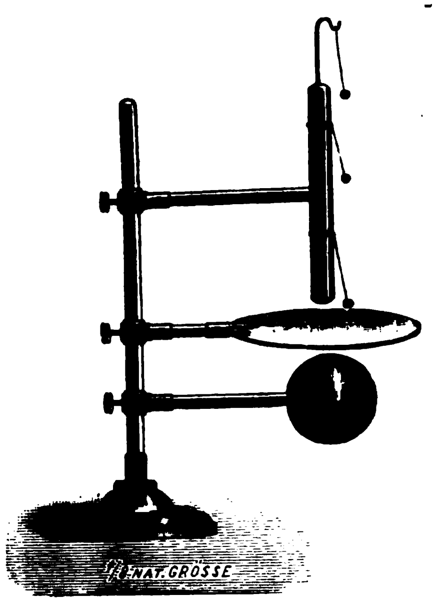


Fig. 13.

seinem oberen Teil ungeladen, im übrigen Teil negativ geladen mit einer nach der geladenen Kugel hin wachsenden Flächendichte. Entfernt man jetzt die Erdleitung, so ändert dieses nichts, der Leiter bleibt auf dem einmal angenommenen Potential Null. Wird aber dann die + geladene Kugel entfernt oder zur Erde abgeleitet, so nimmt das Potential des gestreckten Leiters negativen Wert an, weil negative Ladung auf ihm sich befindet. Wird die + geladene Kugel entladen, während der gestreckte Leiter geerdet ist, so bleibt das Potential des letzteren Null, dafür fließt seine negative Influenzelektrizität zur Erde ab.

Anstatt der Seidenpapierblättchen, welche einen Unterschied im Potential des Leiters und der Umgebung anzeigen, kann man zur Untersuchung des elektrischen Zustandes des influenzierten Leiters auch ein an isolierendem Griff befestigtes Metallscheibchen oder -kügelchen nehmen. Man bringt das Probescheibchen mit der zu untersuchenden Stelle in Berührung; es verhält sich dann natürlich wie ein Stück des influenzierten Leiters selbst. Nach Abheben kann man seine Ladung an einem Goldblattelektroskop untersuchen. Man kann auf diese Weise leicht die oben besprochene Erscheinung zeigen, daß ein geerdeter Leiter im Felde eines geladenen Leiters an allen Stellen geladen ist, wo von letzterem ausgehende Kraftlinien hingelangen, und zwar mit entgegengesetztem Vorzeichen wie der felderzeugende Leiter. Zwei Metallkugeln an isolierendem langen Griff in Richtung der Kraftlinien hintereinander und einander berührend in ein elektrisches Feld gehalten, erweisen sich getrennt und aus dem Feld gebracht entgegengesetzt geladen, was man mit einem Fadenelektrometer am elegantesten zeigt. Von einer geladenen Kugel, die man isoliert in ein Hohlgefäß aus Metall hält, gehen alle Kraftlinien an das letztere und influenzieren dasselbe so, daß sich auf der Außenfläche desselben die gleiche Menge gleichen Vorzeichens ansammelt. Ein mit dem Hohlgefäß verbundenes Elektroskop zeigt einen Ausschlag, der sich nicht ändert, wenn man die geladene Kugel das Gefäß von innen berühren läßt. In diesem Fall zieht man aber die Kugel ungeladen heraus, während der Elektroskopausschlag bestehen bleibt, während, wenn man keine Berührung eintreten läßt, die Kugel ihre volle Ladung behält und der Elektroskopausschlag auf Null zurückgeht.

Tropfelektroden. Um das Potential an einem Punkte eines elektrischen Feldes zu ermitteln, bedient man sich mit Vorteil in Verbindung mit einem Elektrometer sogenannter Tropfelektroden, deren Wirkungsweise im Anschluß an die letzte Betrachtung leicht verständlich ist. Verbindet man mit dem Knopf eines z. B. Braunschen Elektrometers, dessen Gehäuse geerdet ist, einen dünnen Draht, dessen freies Ende an die Stelle eines elektrischen Feldes gebracht wird, deren Potential bestimmt werden soll, so wird das Leitersystem „Draht-Elektrometer“, welches vor der Einführung des Drahtes in das Feld auf dem Potential Null gewesen sein möge, influenziert werden und einen Potentialwert annehmen, der zwischen Null und dem zu messenden Potential liegt, und der um so näher an Null bleibt, je länger der Draht aus dem Feld herausragt und je größer seine und des Elektrometers Kapazität ist. Zwischen dem freien Ende des Drahtes und der Umgebung ist also eine Potentialdifferenz, und das Drahtende ist daher mit Influenzelektrizität geladen, negativ, wenn das Potential an der Stelle des Feldes größer als Null ist. Läßt man jetzt von der Drahtspitze dauernd Wassertropfen abfallen, so nehmen diese negative Ladung mit sich fort, so lange, bis an der Drahtspitze keine Ladung mehr sich befindet, d. h. bis zwischen Drahtspitze und Umgebung keine Kraftlinien verlaufen, d. h. der Draht und das Elektrometer das Potential der Stelle des Feldes, wo die Spitze sich befindet, angenommen haben. Die fallenden Wassertropfen können auch durch Anbringung einer kleinen Portion radioaktiver Substanz oder einer kleinen Flamme an der Spitze des Drahtes ersetzt werden. Letzteres geschieht vorzugsweise bei luftelektrischen Untersuchungen. Beide Mittel erzeugen in der Umgebung der Spitze Leitfähigkeit des Gases, wodurch eine zwischen der Spitze und der Umgebung bestehende Potentialdifferenz auch ausgeglichen wird, wie durch die Wassertropfen.

28. Anwendung der Influenz zur Gewinnung größerer Elektrizitätsmengen. Wir haben im vorigen Paragraphen gesehen, daß man mit Benutzung der Influenzerscheinung Leiter laden kann. Nähert man eine geriebene Siegellackstange dem Knopf eines Goldblattelektroskops, so fließt infolge der Influenz negative Elektrizität in die Blättchen. Diese divergieren, fallen

aber wieder zusammen, sobald man den Knopf ableitend berührt, weil dadurch Blättchen und Gehäuse auf das gleiche Potential Null gebracht werden. Sie bleiben in dieser Lage auch bei Entfernung des Fingers, divergieren dagegen mit + Elektrizität, wenn die Siegellackstange entfernt wird. So kann man das Elektroskop fortdauernd laden, ohne daß darum der Siegellack-

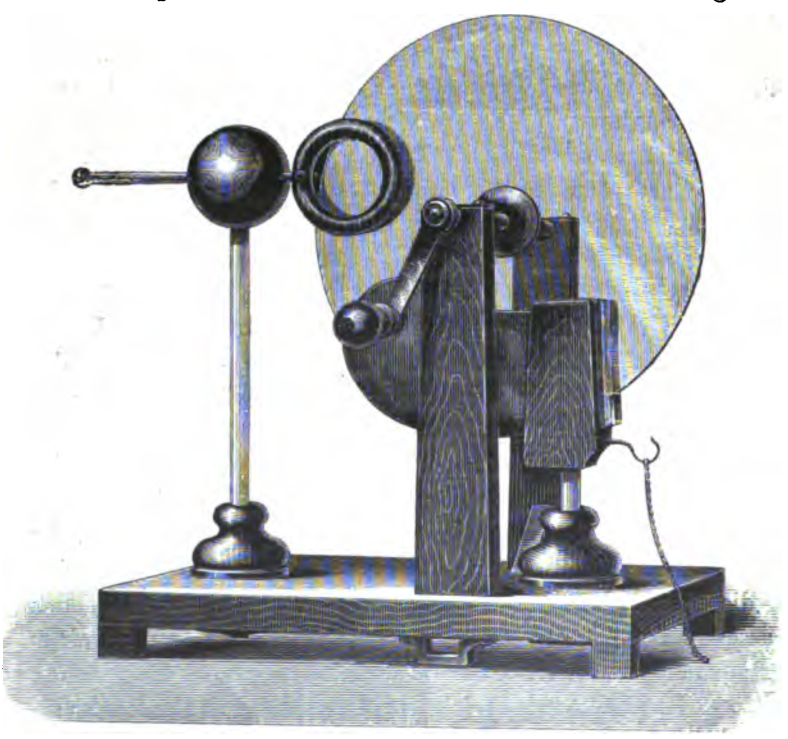


Fig. 14.

stange ihr elektrischer Zustand genommen wird. Diese Art der Gewinnung von Ladungen wird in den folgenden drei Apparaten verwertet.

29. Der Elektrophor. Der Elektrophor besteht aus einer Platte eines durch Reibung zu elektrisierenden Isolators (z. B. Hartgummi) und einem mit isolierendem Handgriff versehenen Metalldeckel. Dieser wird durch Aufsetzen auf die elektrische Ebonitscheibe influenziert; man entfernt die — Elektrizität durch Ableitung; bei dem nunmehrigen Abheben ist der Deckel positiv

elektrisch. Dieser Vorgang kann beliebig oft wiederholt werden, ohne daß sich deswegen der elektrische Zustand der Ebonitplatte ändert. Allmähliche Ladungsverluste der Ebonitplatte werden verkleinert, wenn man sie in eine metallische Form legt.

Die Ladung des Deckels kann man dazu verwerten, Bewegung von Massen hervorzurufen. Sie repräsentiert also einen Energievorrat. Da aber der Zustand der Ebonitplatte der gleiche bleibt, so folgt daraus, daß bei der Ladung des Deckels ihm in irgendeiner Weise eine der in ihm aufgespeicherten elektrischen Energie äquivalente Energiemenge zugeführt werden muß. Diese äquivalente Energiemenge ist die Differenz der mechanischen Arbeiten, welche man beim Abheben des + elektrischen Deckels leistet und beim Wiederaufsetzen des erdabgeleiteten Deckels wiedergewinnt. Erstere Arbeit ist wegen der zu überwindenden größeren Anziehungskraft auf den + geladenen Deckel größer.

30. Die Elektrisiermaschine. Bei der Elektrisiermaschine (Fig. 14) wird durch passend angebrachte Reibzeuge (mit Zink-Zinn-Amalgam bestrichene Lederkissen) eine rotierende Glasscheibe positiv elektrisiert. Der „Konduktor“ der Maschine ist mit einem Ring verbunden, welcher der Scheibe eine Anzahl feiner Spitzen zuwendet. Durch diese Spitzen strömt die negative Influenzelektrizität nach der Scheibe aus, deren positive Elektrizität neutralisierend; die positive Influenzelektrizität strömt nach dem Konduktor.

Eine weit ergiebigere Quelle von Elektrizität ist

31. Die Influenzmaschine. (Fig. 15.) Die Holtzsche Influenzmaschine besteht aus einer rotierenden und einer feststehenden Glasscheibe. Letztere ist an diametralen Stellen mit zwei Papierbelegungen versehen, welche in kleinen Kartonspitzen endigen, die in zwei gegenüberliegende Ausschnitte der festen Scheibe hineinragen. Den Belegungen gegenüber, auf der anderen Seite der rotierenden Platte, stehen Spitzenkämme, welche mit den zwei „Konduktoren“ der Influenzmaschine verbunden sind. Um die Maschine in Tätigkeit zu setzen, schiebt man die Konduktoren zusammen, ladet die eine Papierbelegung etwa negativ durch Berühren mit einer geriebenen Siegellack-

stange auf und dreht die Scheibe so, daß sie sich von den Kartonspitzen nach den Belegungen zu bewegt. Die negative Ladung influenziert den gegenüberliegenden Spitzenkamm, negative Elektrizität fließt in den zugehörigen Konduktor, positive strömt aus den Spitzen auf die gedrehte Scheibe, wird von ihr mit fortgeführt und an dem gegenüberliegenden Ausschnitt der festen Scheibe von der Kartonspitze aufgesaugt. Von der zugehörigen Belegung aus, welche sich so positiv ladet, geht die-

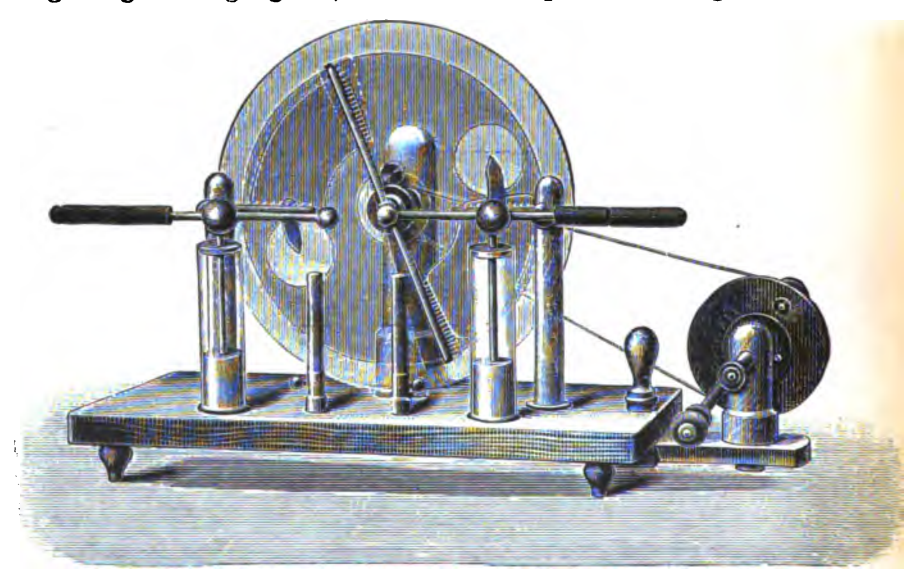
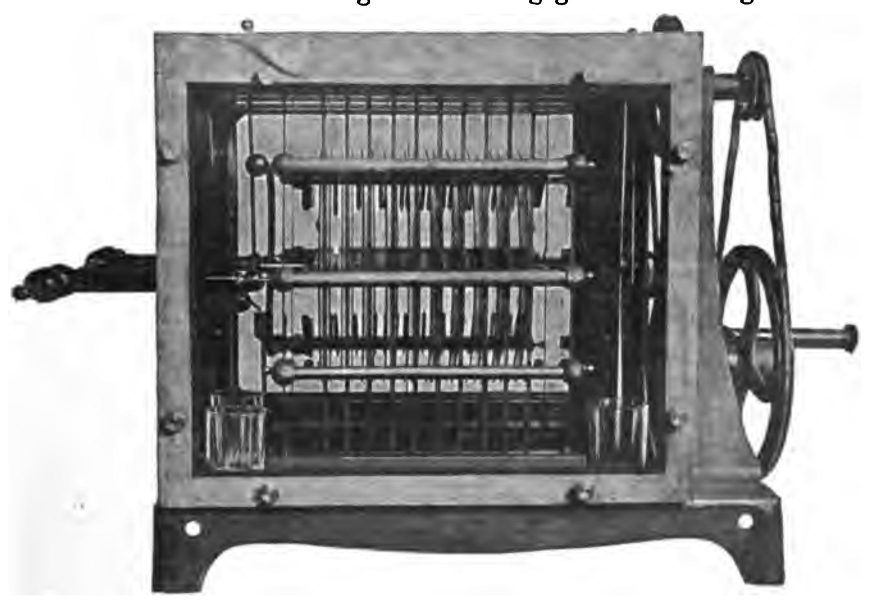


Fig. 15.

selbe Wirkung im entgegengesetzten Sinne aus; in den Konduktor fließt positive Elektrizität und kompensiert die negative des ihn berührenden anderen Konduktors. Aus dem Saugkamm strömt negative Elektrizität, welche von der rotierenden Scheibe nach der ersten negativ geladenen Belegung transportiert wird und deren ursprüngliche Ladung verstärkt. So laden sich die rotierende Scheibe sowie die Belegungen der festen Scheibe immer weiter auf bis zu einer Grenze, welche durch das Isolationsvermögen der Scheiben gegeben ist. Durch die Leitungen zu den Konduktoren fließt ein kontinuierlicher elektrischer Strom. Werden die Konduktoren auseinandergezogen, so nimmt die gegeschilderte Wirkung etwas ab, weil aus dem Spitzenkamm nur

so lange kontinuierliches Ausströmen der einen Elektrizität stattfindet, als dem zugehörigen Konduktor die Elektrizität des anderen Vorzeichens entzogen wird. Dies ist der Fall, solange zwischen den Konduktoren noch ein Funkenstrom übergeht. Entfernt man dieselben aber zu weit voneinander, so hört die Maschine zu wirken auf.

Läuft die Maschine leer, d. h. ohne Elektrizität zu liefern, so ist zu ihrer Treibung nur Arbeit gegen die Reibung in den



Achsenlagern zu leisten. Sobald die Maschine aber Elektrizität produziert, hat man bei ihrer Drehung einen erheblich größeren Widerstand zu überwinden. Die dabei geleistete Arbeit ist es, auf deren Kosten die elektrische Energie erzeugt wird. Die Maschine arbeitet umkehrbar und läuft als Motor, wenn sie von einer anderen Influenzmaschine geladen wird. Maschinen mit Selbsterregung besitzen auf der drehbaren Scheibe metallische Belegungen, die von kleinen Metallpinseln gerieben werden.

Fig. 16 zeigt eine eingebaute Influenzmaschine mit zwanzig rotierenden Scheiben von O. Leuner in Dresden.

32. Der elektrische Kondensator. Im § 27 haben wir nur die elektrischen Vorgänge auf dem influenzierten Leiter

betrachtet, ohne auf deren Rückwirkung auf den influenzierenden Leiter Rücksicht zu nehmen. Eine solche Rückwirkung ist aber vorhanden und besteht zunächst darin, daß die Verteilung geändert wird.

Der Kraftlinienverlauf gibt auch hiervon ein anschauliches Bild. Es befinde sich eine mit $+e$ geladene Kugel allein im Raum, so gehen $4\pi e$ Kraftlinien von ihr aus und verlaufen ins Unendliche. Wir umgeben jetzt die geladene Kugel mit einer größeren zur Erde abgeleiteten. Dann kann außerhalb dieser Kugel kein elektrisches Feld existieren, weil keine Stellen von höherem Potential als Null sich dort befinden. Alle $4\pi e$ Kraftlinien enden frei auf der Innenseite der größeren Kugel; dieselbe erscheint daher auf der Innenseite mit $-e$ geladen. Eine beliebige, beide Kugeln umschließende geschlossene Fläche wird von keinen Kraftlinien durchsetzt, die Summe aller Ladungen in ihr ist daher gleich Null. Die äußere Kugel bildet einen vollkommenen elektrostatischen Schutz für äußere Punkte. Anstatt der umhüllenden Kugel nähern wir jetzt der geladenen Kugel mehrere zur Erde abgeleitete Konduktoren in verschiedenem Abstand. (Fig. 17.) Nach dem am nächsten gelegenen Leiter A ist dann von der Kugel aus das Potentialgefälle am größten, nach dem Leiter B hin weniger groß; dasselbe gilt von der Feldstärke und nach der Definition der Kraftlinien auch von der Kraftliniendichte. Die Kraftlinien verlaufen am dichtesten von der Kugel nach A, weniger dicht nach B, noch weniger in die weitere Umgebung. Sie enden auf den Konduktoren A und B frei, auf denselben ist daher freie negative Ladung. Aus dem ungleichförmigen Verlauf der Kraftlinien folgt, daß die Oberflächendichte der freien Elektrizität auf der geladenen Kugel über dieselbe jetzt ungleichmäßig verteilt ist; denn jedem freien Ende von Kraftlinien entspricht ja nach dem Gaußschen Satz eine gewisse Ladung. Je mehr man A der Kugel nähert,

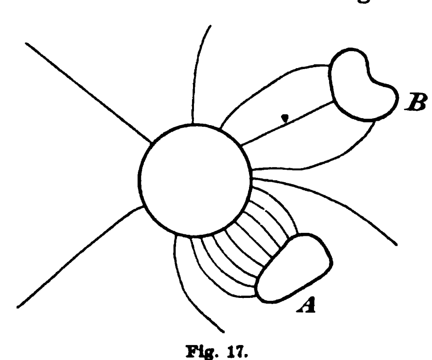


Fig. 17.

desto mehr wird das Feld auf den Zwischenraum zwischen Kugel und Konduktor A beschränkt, und desto mehr zieht sich die Ladung der Kugel auf die dem Konduktor A gegenüberliegende Seite der Kugel. So kommt es, daß die Ladung einer Metallplatte, welcher man eine andere geerdete Platte gegenüberstellt, fast ausschließlich auf der der letzteren zugewendeten Seite sich befindet, und das elektrische Feld fast nur im Zwischenraum zwischen den beiden Platten besteht. Mit dieser Änderung der Verteilung verbunden ist eine Potentialerniedrigung des geladenen Leiters. Dies ist ganz ohne

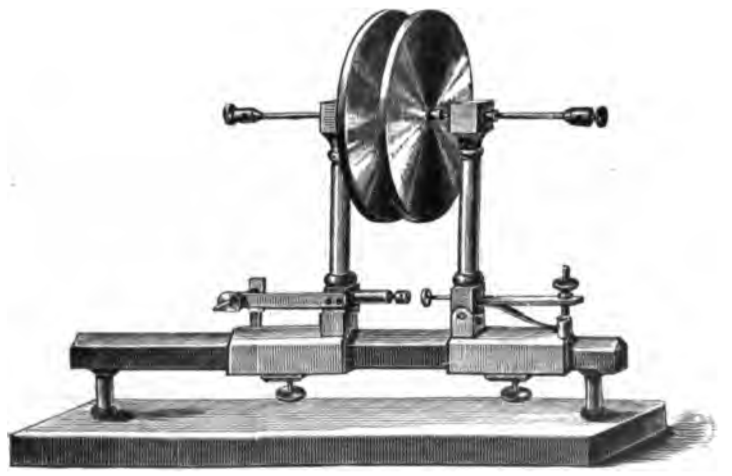


Fig. 18.

weiteres verständlich. Sei z. B. der Leiter eine Platte, welche auf das Potential V geladen ist. Es ist dann also V die Arbeit, welche zu leisten ist, um einen elektrischen Einheitspol aus dem Unendlichen auf die Platte zu schaffen. Erfolgt dies z. B. von der linken Seite her, so geschieht es gegen die Kraft, welche der Einheitspol in dem Felde links von der Platte erfährt. Wird der Platte jetzt von rechts her eine erdabgeleitete Platte genähert, so schwächen wir ja nach dem vorigen das Feld links von der Platte bedeutend. Die zu leistende Arbeit, mithin das Potential, muß daher kleiner werden, und zwar um so mehr, je näher wir die erdabgeleitete Platte an die geladene bringen. Man kann dies auch so auffassen, als ob die auf den Einheitspol wirkende abstoßende Kraft der Plattenladung

durch die anziehende Kraft der auf der Erdplatte influenzierten entgegengesetzten Ladung zum Teil kompensiert wird. Durch die Annäherung einer zur Erde abgeleiteten Metallplatte wird also das Potential einer anderen geladenen Platte erniedrigt. Um dieselbe auf das ursprüngliche Potential zu bringen, muß man ihr mehr Elektrizität zuführen, ihre Kapazität ist also vergrößert worden.

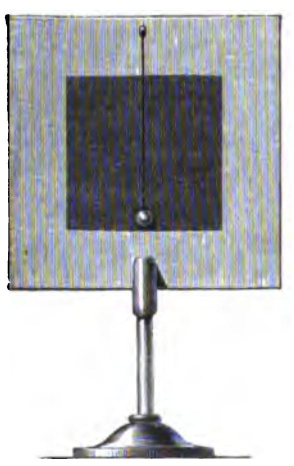


Fig. 19.



Fig. 20.

Ist die genäherte Platte nicht geerdet, so ist, wenn die Platte dünn ist, ihr Einfluß auf die geladene Platte ein nur geringer, da die Influenzelektrizitäten nicht weit getrennt sind, sondern eine nach außen unwirksame Doppelschicht bilden.

Eine Vorrichtung (Fig. 18), bestehend aus zwei einander gegenüberstehenden Leiterflächen, heißt ein Kondensator und wird dazu benutzt, Elektrizität in größeren Mengen anzuhäufen. Die isolierte Platte wird Kollektor-, die geerdete Kondensatorplatte genannt. Besondere Formen des Kondensators sind die Franklinsche Tafel (Figur 19) und die Leidener Flasche (Fig. 20), mit Stanniolbelegungen versehene Glasplatte bzw. Glasflasche.



Fig. 21.

33. Zusammenschaltung von Leidener Flaschen zu einer Batterie. Die Kapazität einer Leidener Flasche ist der Größe der Belegungen natürlich proportional. Anstatt einer großen Flasche kann man auch eine Batterie parallel geschalteter Flaschen verwenden, bei welcher also alle inneren und alle

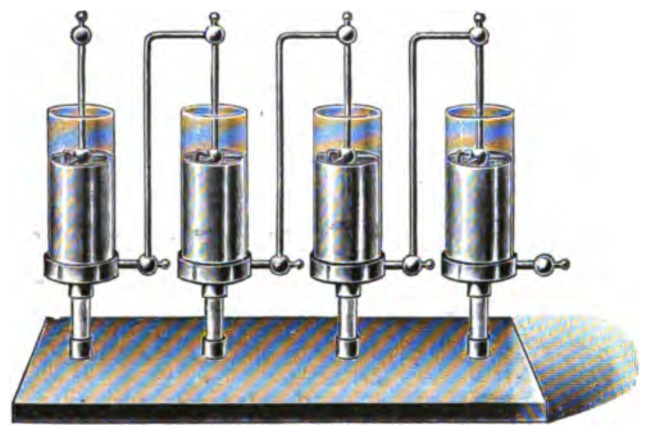


Fig. 22.

äußeren Belegungen untereinander verbunden sind. (Fig. 21.) Sind n Flaschen vorhanden, so ist die Kapazität einer solchen Batterie n-mal so groß als die Kapazität einer Flasche.

Eine zweite Art von Schaltung, bei welcher der umgekehrte Zweck, nämlich die Verkleinerung der Kapazität auf den n-ten Teil erreicht wird, ist die Serien-, Reihen- oder Kaskadenschaltung. (Fig. 22.) Hier ist immer eine äußere mit der inneren Belegung der nächsten Flasche verbunden.

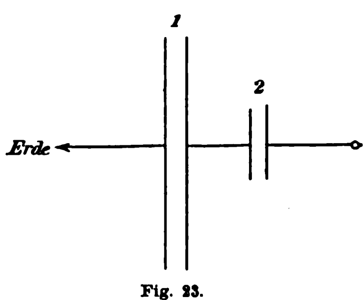


Fig. 23.

Wir wollen zunächst die Kapazität einer aus zwei in Serie geschalteten Kondensatoren ungleicher Größe bestehenden Batterie berechnen. C_1, C_2 seien die Kapazitäten der beiden mit je einer Belegung verbundenen Kondensatoren. Es befinde sich die freie Belegung des einen Kondensators 1 auf dem Potential Null, d. h. sie sei zur Erde abgeleitet. (Fig. 23.) Führt man der freien Belegung von 2 die Elektrizitätsmenge $+e$ zu, so fließt

eine ihr gleiche Menge $+e$ in den Kondensator 1 und ladet die mit 2 verbundene Belegung auf das seiner Kapazität C_1 entsprechende Potential $V_1 = \frac{e}{C_1}$. Dasselbe Potential besitzt die damit verbundene Belegung des Kondensators 2. Die freie Belegung von 2 muß aber gegen diese wiederum eine der Kapazität von 2 und der in 2 befindlichen Elektrizitätsmenge e entsprechende Potentialdifferenz besitzen, welche gegeben ist durch $V_2 = \frac{e}{C_2}$. Die Gesamtpotentialdifferenz, die die freie Belegung von 2 gegen die Erde besitzt, ist daher

$$V = V_2 + V_1 = \frac{e}{C_1} + \frac{e}{C_2}.$$

Um sie zu erzeugen, bedurfte es der Zufuhr der Elektrizitätsmenge e, daher ist die Kapazität des Kondensatorsystems:

$$C = \frac{e}{V} = \frac{e}{\frac{e}{C_1} + \frac{e}{C_2}};$$

woraus folgt:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

Dieser Satz läßt sich ebenso für beliebig viele in Reihe geschalteter Kondensatoren beweisen, so daß allgemein gilt:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots$$

oder in Worten:

Die reziproke Kapazität eines Systems in Reihe geschalteter Kondensatoren ist gleich der Summe der reziproken Kapazitäten der einzelnen Kondensatoren.

Hat man insbesondere n Leidener Flaschen gleicher Kapazität C_1 hintereinander geschaltet, so ergibt sich die Kapazität C dieser Kaskadenbatterie gemäß obiger Formel aus der Beziehung

$$\frac{1}{C} = \frac{n}{C_1},$$

d. h. es ist $C = \frac{C_1}{n}$ oder in Worten:

Die Kapazität einer aus n gleichen Flaschen bestehenden Kaskadenbatterie ist n-mal kleiner als die Kapazität einer ihrer Flaschen.

34. Elektrische Energie eines geladenen Kondensators. Bei Entladung einer Batterie Leidener Flaschen wird im entstehenden Funken und im Leitungskreise Wärme erzeugt; dünne Drähte können leicht zum Glühen gebracht werden. Bei Pulverzündung ist eine nasse Schnur einzuschalten, weil sonst das Pulver durch die Gewalt der Luftbewegung fortgeschleudert wird, ohne Zeit zur Entzündung zu haben. Ein kräftiger Funken unter Wasser verdampft es so schnell, daß ein starkes Trinkglas leicht zertrümmert wird. Rieß ließ die Entladung einer Batterie durch eine dünne Drahtspirale vor sich gehen, welche sich in einem Glasballon befand. (Fig. 24.) Die in der Drahtspirale erzeugte Wärmemenge konnte durch die Ausdehnung der Luft im Glasballon gemessen werden. Er fand so das Gesetz, daß die erzeugte Wärme der sich entladenden Elektrizitätsmenge direkt, der Anzahl der Flaschen, also der sich entladenden Kapazität, umgekehrt proportional war.

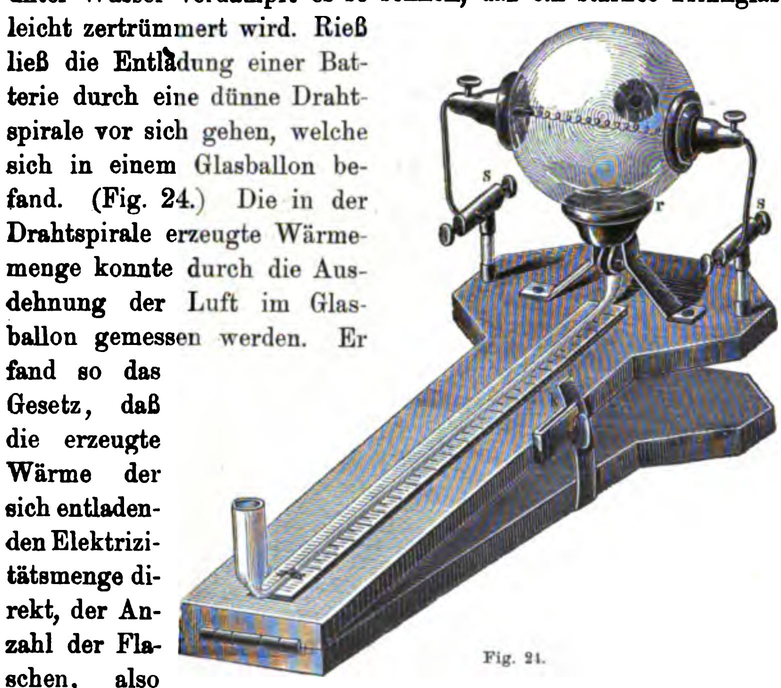


Fig. 24.

Man kann durch eine leichte Rechnung nachweisen, daß dem so sein muß, indem die elektrische Energie, welche in den Flaschen aufgehäuft ist, denselben Größen proportional ist. Die elektrische setzt sich unmittelbar in Wärmeenergie um.

Wir haben Potential eines Leiters die Arbeit genannt, welche nötig ist, um die Elektrizitätsmenge + 1 aus dem Unendlichen auf den Leiter zu bringen. Dabei war angenommen, daß diese Einheit das Potential des Leiters nicht verändert. Man kann aber auch leicht die Frage beantworten: Wie groß

ist die Arbeit, welche man verrichten muß, um die Elektrizitätsmenge e auf einen zunächst ungeladenen Leiter zu schaffen, der dadurch auf das Potential V gebracht werden möge? Die Kapazität des Leiters sei C.

Man zerlegt dazu die Elektrizitätsmenge e in lauter kleine einzelne Teile; das Aufbringen des ersten Teilchens auf den Leiter wird die wenigste Arbeit erfordern, weil zu Beginn ja noch kein Feld besteht, welches auf dasselbe abstoßend wirken könnte. Jedes weitere Teilchen wird aber, da der Leiter sich immer mehr aufladet, eine größere abstoßende Kraft zu überwinden haben. Der Vorgang ist vollständig analog dem Auffüllen einer Flüssigkeitsmenge e bis zur Höhe V über dem Meeresniveau in einem zylindrischen Gefäß, dessen Boden in Meereshöhe sich befindet. Jedes später aufgefüllte Teilchen ist höher zu heben. Da der Schwerpunkt der Wassermasse sich um $\frac{V}{2}$ über dem Meeresniveau befindet, so ist leicht einzusehen, daß die zum Auffüllen der Flüssigkeit bis zur Höhe V verwandte Arbeit gleich ist der zur Hebung der gesamten Flüssigkeitsmasse um die Höhe $\frac{V}{2}$ nötigen Arbeit, d. h. gleich $\frac{V}{2} \cdot e$. Dieser Ausdruck ist ohne weiteres ins Elektrische zu übertragen; da hier noch $e = CV$ ist, so ist die Energiemenge im Kondensator, welche der zur Ladung verwendeten Arbeit äquivalent ist:

$$E = \frac{1}{2} eV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{e^2}{C}.$$

Der letzte Ausdruck stellt das von Rieß gefundene, obenerwähnte Gesetz dar. Verbindet man die beiden Belegungen einer geladenen Leidener Flasche mit denen einer gleich großen ungeladenen, so enthalten beide Flaschen zusammen zwar gleich viel Elektrizität als vorher die eine geladene. Die Energie ist aber wegen Verdoppelung der Kapazität resp. der Verkleinerung des Potentials auf die Hälfte gesunken. Der Verlust tritt als Wärme in dem entstehenden Funken und der Leitung auf. Ladet man eine Batterie aus n parallelgeschalteten Flaschen auf die Potentialdifferenz V ihrer Belegungen auf, wobei jede Flasche die Ladung e haben möge, so ist die Gesamtenergie $= \frac{1}{2} ne \cdot V$.

Trennt man jetzt die Flaschenverbindungen und schaltet darauf alle in Serie, so ist nur mehr die Ladung e der einen freien Kollektorplatte disponibel, aber dafür die Potentialdifferenz auf das n-fache gestiegen, so daß die Gesamtenergie durch die Umschaltung nicht verändert wird. Das geschilderte Verfahren bietet ein Mittel zur Erlangung sehr hoher Potentialdifferenzen.

35. Das elektrische Feld eines Kondensators. Das elektrische Feld zwischen den Platten eines Kondensators muß aus einfachen Symmetrierücksichten — abgesehen von den Punkten nahe am Rande — an jeder Stelle denselben Wert haben, d. h. homogen sein. Die Größe der Feldstärke läßt sich nach § 12 sofort angeben, sie ist gleich dem Potentialabfall pro Längeneinheit. Beträgt die Potentialdifferenz der Platten V absolute Einheiten und der Abstand derselben d cm, so ist die Feldstärke gegeben als

$$\mathfrak{E} = \frac{V}{d}.$$

36. Die Kapazität eines Kondensators ist $C = \frac{S}{4\pi d}$. Für die Feldstärke zwischen den Kondensatorplatten kann man nach dem Gaußschen Satz noch einen anderen Ausdruck aufstellen. Denkt man sich senkrecht zu der mit der Flächendichte σ geladenen Platte einen kurzen Zylinder konstruiert, so treten nur aus der zwischen den Kondensatorplatten liegenden Grundfläche desselben Kraftlinien aus, da ja außen kein Feld sich befindet. Hat der Zylinder die Flächeneinheit zur Grundfläche, so ist σ die Ladung in seinem Inneren, mithin nach dem Gaußschen Satz die Zahl austretender Kraftlinien, d. h. die Feldstärke:

$$\mathfrak{E} = 4\pi\sigma.$$

Nach dem vorigen Paragraphen ist $\mathfrak{E} = \frac{V}{d}$, also

$$\sigma = \frac{V}{4\pi d}.$$

Auf der Kondensatorplatte der Größe S befindet sich also, wenn sie auf das Potential V aufgeladen ist, die Elektrizitätsmenge

$$e = \sigma S = \frac{VS}{4\pi d} = CV.$$

Die Kapazität ist daher $C = \frac{S}{4\pi d}$.

37. Schutzringplatte. Die Betrachtungen der letzten Paragraphen über das elektrische Feld und die Kapazität eines Kondensators gelten nur unter der Voraussetzung, daß das Feld überall als homogen angesehen werden kann. Dies ist am Rande der Platten nicht der Fall, man muß daher hierbei die Platten so groß annehmen, daß die Randbedingungen zu vernachlässigen sind. Man kann sich indessen auch für kleinere Platten von den Randbedingungen nach Lord Kelvin gänzlich frei machen, indem man sie mit Schutzringplatten verbindet, welche mit den kleineren Kondensatorplatten je eine größere Ebene bilden. Dann sind die eigentlichen Kondensatorplatten nur der zentrale Teil eines größeren Kondensators, und die Inhomogenität des Feldes ist an den Rand der Schutzplatten übergegangen.

38. Anziehung zweier Kondensatorplatten. Potentialwage. Die eine Platte A eines Kondensators sei auf das Potential V geladen und enthalte die Ladung e mit der Flächendichte σ freier Elektrizität; die gegenüberstehende Platte B sei zur Erde geleitet, enthalte also die Flächendichte $-\sigma$. Mit welcher Kraft wird die Platte A von B angezogen? Jedes Elektrizitätsteilchen e auf der Platte A erfährt im Feld der Platte B die Kraft $2\pi\sigma \cdot e$, weil nach § 26 das von der influenzierten Ladung der Platte B erzeugte Feld gleich $2\pi\sigma$ ist. Ist S die Größe der beweglichen Platte A, so ist die auf ihr enthaltene negative Ladung $e = \sigma S$, daher die Kraft, welche A gegen B hin treibt ihrem absoluten Wert nach:

$$\mathfrak{F} = 2\pi\sigma \cdot \sigma S = 2\pi\sigma^2 S = 2\pi \frac{e^2}{S}.$$

Nach § 36 ist aber $\sigma = \frac{V}{4\pi d}$,
daher auch

$$\mathfrak{F} = \frac{S V^2}{8\pi d^2}.$$

Man erhält denselben Ausdruck für die Anziehung zweier Kondensatorplatten auch aus einer energetischen Betrachtung. Befindet sich auf der isolierten Kollektorplatte eines Kondensators die Ladung e, so ist der Energiegehalt desselben nach § 34.

$$E = \frac{1}{2}\frac{e^2}{C} = \frac{2\pi e^2}{S} d.$$

Wird jetzt der Abstand der Kondensatorplatten durch eine geringe Verschiebung $\delta(d)$ der Kollektorplatte vergrößert, so wird offenbar gegen die Anziehungskraft $\mathfrak{F}$ Arbeit geleistet, die einerseits durch das Produkt Kraft mal Weg $\mathfrak{F}\,\delta(d)$ gegeben ist, andererseits der Energiezunahme $\delta(E)$ gleich sein muß. Es ist daher

$$\delta(E) = -\mathfrak{F}\cdot\delta(d).$$

Rechts steht das negative Vorzeichen, weil die Bewegung gegen die anziehende Kraft erfolgt. Nimmt d um $\delta(d)$ zu, so wächst aber nach obiger Beziehung E um

$$\delta(E) = \frac{2\pi e^2}{S}\,\delta(d).$$

Es ist also:

$$\mathfrak{F} = -\frac{\delta(E)}{\delta(d)} = -\frac{2\pi e^2}{S}$$

Die Anziehungskraft der Platten eines mit einer konstanten Elektrizitätsmenge geladenen Kondensators ist unabhängig von der Plattendistanz und dem Quadrat der Ladung proportional.

Anders, wenn nicht die Ladung, sondern die Potentialdifferenz der Platten konstant gehalten wird. Wenn jetzt der Plattenabstand vergrößert wird, so tritt nicht eine Zunahme, sondern eine Abnahme der elektrostatischen Energie ein, die man berechnen kann, wenn man unter Zugrundelegung der Energieformel

$$E = \frac{1}{2}\,C V^2 = \frac{S V^2}{8\pi d}$$

die Änderung von E mit d berechnet. Dieselbe ist

$$\frac{\delta(E)}{\delta(d)} = -\frac{S V^2}{8\pi d^2}.$$

Berücksichtigt man die Beziehungen $e = C V$ und $C = \frac{S}{4\pi d}$, so sieht man, daß die Abnahme der elektrischen Energie des Kondensators mit wachsender Plattendistanz hier den gleichen Wert hat wie die Zunahme derselben im Falle konstanter Ladung. Folgt die Kollektorplatte der anziehenden Kraft, so tritt im Falle konstanter Potentialdifferenz die gleiche Zunahme der elektrischen Energie ein, wie Abnahme im Falle konstanter Ladung erfolgt. Das Konstanthalten der Potentialdifferenz muß

im ersten Fall durch eine Maschine oder Batterie erfolgen, die erstens den Zuwachs der elektrischen Energie des Kondensators und zweitens außerdem noch den gleichen Energiebetrag liefern muß, der als Arbeitsleistung bei der Bewegung der Platte auftritt.

Die letzte Formel zeigt, daß im Falle konstant gehaltener Potentialdifferenz die Anziehungskraft zweier Kondensatorplatten dem Quadrat ihres Abstandes umgekehrt, dem Quadrat der Potentialdifferenz direkt proportional ist.

Im absoluten Elektrometer (Potentialwage) von Lord Kelvin (Fig. 25) gilt die Betrachtung dieses Paragraphen streng für die

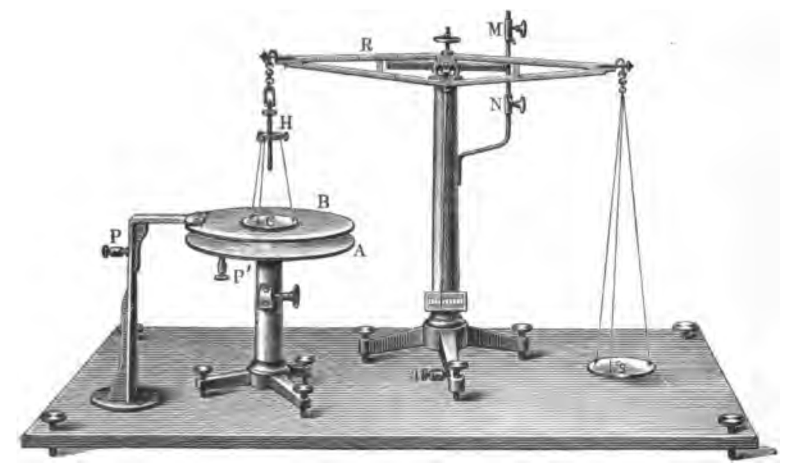


Fig. 25.

Anziehung der mit Schutzring versehenen oberen Platte durch die untere. Man mißt die Anziehungskraft $\mathfrak{F}$ durch Wägung, ferner Größe und Abstand der Platte, damit also auch die Potentialdifferenz der Platten in absolutem Maß.

39. Der Druck auf eine geladene Fläche. Druck definiert man als die Kraft, welche auf die Flächeneinheit wirkt. Die Kollektorplatte im vorigen Paragraphen erfährt also einen Druck, der sie gegen die andere Platte des Kondensators treibt, und dessen Größe gegeben ist als

$$P = \frac{V^2}{8\pi d^2} = \frac{1}{8\pi}\mathfrak{E}^2.$$

In § 57 werden wir die Größe $\frac{\mathfrak{E}^2}{8\pi}$, d. h. den 8π-ten Teil des Quadrates der elektrischen Feldstärke, als die in der Raumeinheit enthaltene Menge elektrischer Energie, die sog. Energiedichte kennen lernen. Es ist also der Druck auf die Leiterfläche des Kondensators gleich der Energiedichte des am Leiter bestehenden elektrischen Feldes. Dieser Satz gilt nicht nur für einen ebenen Kondensator, sondern allgemein. Wir wollen hier noch den Fall einer geladenen Kugel betrachten. Erteilen wir einer Seifenblase vom Radius, also der elektrostatischen Kapazität r die Ladung e, so ist die elektrische Energie

$$E = \frac{1}{2}\frac{e^2}{r}.$$

Vergrößern wir durch Aufblasen die kugelförmige Blase um den Radiuszuwachs δr, so sinken Potential und Energie. Letztere um den Betrag

$$-\delta E = \frac{1}{2}\frac{e^2}{r^2}\delta r.$$

Die Kraft, welche auf die gesamte Fläche S der Kugel wirkt, muß daher sein

$$\mathfrak{F} = -\frac{\delta E}{\delta r} = \frac{1}{2}\frac{e^2}{r^2},$$

also der die Kugel zu vergrößern strebende elektrische Druck

$$P = \frac{1}{2}\frac{e^2}{r^2 S} = \frac{e^2}{8\pi r^4} = \frac{\mathfrak{E}^2}{8\pi},$$

letzteres, weil ja an der Oberfläche die Feldstärke

$$\mathfrak{E} = \frac{e}{r^2}$$

ist. Die Kugel sucht sich also mit diesem Druck zu vergrößern, wobei bei konstanter Ladung eine Abnahme, bei konstant erhaltenem Potential eine gleiche Zunahme der elektrostatischen Energie eintritt. Einführung des Potentials ergibt für P den Ausdruck:

$$P = \frac{V^2}{2S} = \frac{V^2}{8\pi r^2}.$$

Eine Seifenblase von 1 cm Radius auf 30000 Volt geladen ($V = 100$ elektrostatische Einheiten) würde den Druck ergeben $P = 400\,\frac{\text{Dynen}}{\text{cm}^2}$, der einer Wasserhöhe von ca. 4 mm entspricht,

also größer ist als der die Kugel zu verkleinern strebende Druck der Oberflächenspannung, der für die gleich große Blase nur 1—2 mm beträgt.

40. Kraft auf eine punktförmige Ladung vor einer unendlichen, geerdeten, ebenen Platte. Die punktförmige Ladung e muß auf einer großen geerdeten Metallplatte durch Influenz eine derartige Ladungsverteilung hervorrufen, daß die ganze Platte auf dem Potential Null gehalten wird. In dem Raum zwischen dem geladenen Punkt und der Platte kann man diese Wirkung als herrührend ansehen von einer gleichen punktförmigen Ladung $-e$ des entgegengesetzten Vorzeichens, die sich im Spiegelbild des Punktes $+e$ befindet. Denn es ist leicht ersichtlich, daß die Potentiale, die von den symmetrisch gelegenen Punkten $+e$ und $-e$ an jeder Stelle der Platte hervorgerufen werden, entgegengesetzt gleich sind, zusammen also Null ergeben. Der Punkt $+e$ wird also von der Ebene angezogen mit einer Kraft, die scheinbar von einer Ladung $-e$ im spiegelbildlichen Punkt herrührt. Ist a der Abstand von der Ebene, so ist die Kraft, welche die Ladung e senkrecht gegen die Ebene treibt, gegeben durch

$$\mathfrak{F} = \frac{e^2}{4a^2}.$$

Diese sog. Methode der elektrischen Bilder leistet auch in anderen Fällen z. B. bei Kugelflächen gute Dienste.

41. Versuche und Vorstellungen über die Entstehung der Reibungselektrizität. Berührungselektrizität. Spannungsreihe. Wenn sich zwei Stücke verschiedener Metalle, etwa zwei Platten aus Zink und Kupfer berühren, so zeigen sie, wie man im Versuch nachweisen kann, eine Potentialdifferenz gegeneinander, welche von der Größe der Berührungsfläche unabhängig und nur durch die Natur der Metalle gegeben ist. Als die Ursache dieser Potentialdifferenz hat man eine elektromotorische Kraft anzusehen, welche in der Berührungsfläche der Metalle ihren Sitz hat. Als Galvani 1780 Froschschenkel mit Kupferhaken an einem eisernen Zaun aufhängte, beobachtete er Zuckungen, sobald ein Windstoß einen Schenkel in Berührung mit dem Zaun brachte. Volta, der die Versuche wiederholte,

fand, daß die Anwesenheit zweier Metalle für das Gelingen dieser Versuche notwendig war, und sah als Ursache der Erscheinung die in der Berührungsstelle der beiden Metalle auftretende kontaktelektromotorische Kraft an, deren eigentlicher Entdecker er dadurch wurde. Das Experiment, welches in einfachster und einwandfreier Weise die elektromotorische Kraft zeigt, ist folgendes. Eine Zinkplatte ist durch eine sehr dünne Luftschicht oder Glimmerscheibe von einer Kupferplatte getrennt. Stellt man mit einem Kupferdraht vorübergehende Verbindung der Platten her, so haben die Platten des so gebildeten Kondensators jetzt die Kontaktpotentialdifferenz gegeneinander und enthalten wegen des geringen Abstandes eine verhältnismäßig große Elektrizitätsmenge. Entfernt man jetzt die Platten von einander, so ist die Ladung, die wegen der Kapazitätsverkleinerung ein viel höheres Potential annimmt, auf jeder Platte leicht mit einem Elektroskop nachzuweisen. Die Zinkplatte wird bei diesem Versuch stets positiv elektrisch, die Kupferplatte negativ. Der Versuch gelingt ebensogut mit anderen Metallkombinationen, und man kann auf diese Weise die Metalle in eine sog. Spannungsreihe ordnen, derart daß jedes Metall durch Berührung mit dem folgenden positiv wird. Eine solche Reihe ist folgende:

$$+ \text{Rb K Na Al Zn Pb Sn Sb Bi Fe Cu Ag Au Pt Pd C} -.$$

Dieselbe Reihenfolge erhält man, wenn man die Metalle nach ihrer Oxydierbarkeit ordnet.

Je weiter zwei Metalle in der Reihe auseinanderstehen, desto größer ist der beobachtete Voltaeffekt. Ferner kann man leicht beweisen, daß sich in einer aus mehreren Metallen bestehenden Kombination die einzelnen elektromotorischen Kräfte addieren, derart, daß z. B.

$$\text{ZnFe} + \text{FeAg} + \text{AgPt} = \text{ZnPt} \text{ ist.}$$

Daraus folgt, und dies bildet den direkten Beweis für diesen Satz, daß, wenn ich ein Plattenpaar z. B. Zn und Cu durch Drähte gleichen Materials mit den beiden Messingquadrantenpaaren eines Elektrometers verbinde, das letztere keine Potentialdifferenz zeigen kann; denn die Summe aller elektromotorischen Kräfte von Quadrant zu Quadrant ist:

$$\text{MessingZn} + \text{ZnCu} + \text{CuMessing} = 0,$$

weil eben:

$$\text{MessingZn} + \text{ZnCu} = \text{MessingCu} = - \text{CuMessing ist.}$$

In einem vollkommen metallischen geschlossenen Kreis ist also die Summe aller kontaktelektromotorischen Kräfte gleich Null, und es kann daher auch kein kontinuierliches Fließen von Elektrizität zustande kommen (Gesetz der Spannungsreihe).

Es ist deswegen auch unmöglich, durch Hintereinanderschalten mehrerer gleicher Plattenpaare die Potentialdifferenz zu multiplizieren.

Man kann den oben genannten Versuch auch einfacher, wenn auch in quantitativ nicht übersichtlicher Form anstellen, indem man Glimmerscheibe und Verbindungsdraht fortläßt und die gut abgeschliffenen Platten der beiden Metalle einfach direkt aufeinanderlegt. Ist jede Platte mit einem Pol eines Elektrometers verbunden, so zeigt dieses sofort einen Ausschlag, wenn man die Platten von einander abreißt. Man zerreißt auf diese Weise gewissermaßen die elektrische Doppelschicht, und die entgegengesetzten Elektrizitäten verteilen sich über die ganze Oberfläche der Platten, wenn man diese von einander entfernt. Die Platten müssen senkrecht zu ihrer Fläche von einander gerissen werden, weil nur so die Kapazität im Moment des Losreißens groß ist.

Der Versuch sagt weder in der einen noch in der anderen Form etwas aus über die Natur der Entstehung der Potentialdifferenz. Es liegen darüber im wesentlichen zwei Anschauungen vor. Die eine sieht die Entstehung direkt in der Berührungsfläche der Metalle. Man kann hier, wie es H. v. Helmholtz vorschlug, annehmen, verschiedene Metalle besäßen ein verschiedenes Anziehungsvermögen auf das elektrische Fluidum infolge molekularer auf die Elektrizitätsteilchen ausgeübter Kräfte. Solche können, wie man beweisen kann, niemals einen elektrischen Strom in einem geschlossenen Metallkreis erzeugen, würden also das Gesetz der Spannungsreihe erklären. Gegenwärtig neigen wir im Sinne der Elektronentheorie mehr zu folgender Ansicht. Die Metalle enthalten in großer aber je nach

ihrer Natur verschiedener Menge die freien Elementarquanten negativer Elektrizität, die wir Elektronen nennen. Durch die Berührungsfläche zweier Metalle wandern nun in beiden Richtungen durch den Vorgang der Diffusion diese Elektronen hindurch, und zwar in Richtung des Konzentrationsgefälles, also vom elektronenreicheren Metall zum anderen mehr als umgekehrt, solange bis das entstehende Potentialgefälle den Überschuß an Diffusion in einer Richtung verhindert. Ist die Elektronenkonzentration in jedem Metall nun noch außerdem von der Temperatur abhängig, so gewinnen wir durch diese Anschauung zugleich eine Theorie der thermoelektrischen Kräfte, wie später im XIII. Abschnitt erörtert werden wird. Bei der Berührung von Zink und Kupfer gibt also das Zink leichter seine Elektronen ans Kupfer ab als umgekehrt. Daß Zink und überhaupt die elektropositiven Metalle leicht dazu gebracht werden können Elektronen, sogar in den umgebenden Raum abzugeben, zeigt ihr lichtelektrischer Effekt sowie auch ihr Verhalten Kanalstrahlen gegenüber (XIV. Abschnitt).

Während bei Metallen wegen ihres Leitungsvermögens die Berührung nur an einer noch so kleinen Stelle zu erfolgen braucht, um sogleich die Potentialdifferenz herzustellen, müssen Isolatoren, um der Doppelschicht und damit der bei Kontakt zu erzielenden Ladung einige Größe zu geben, an möglichst vielen Punkten zur Berührung gebracht werden. Dies geschieht am besten durch Zusammenpressen und Reiben. Dann kann man unter Hinzuziehung der Isolatoren die Spannungsreihe erweitern, in welcher also jeder Stoff durch Reiben an einem der nächstfolgenden positiv wird. Eine solche Reihe ist folgende:

+ Katzenfell, Flanell, Elfenbein, Federn, Quarz, Glas, Baumwolle, Seide, trockene Haut der Hand, Holz, Schellack, Metalle, Hartgummi, Schwefel —.

Da die meisten dieser Stoffe schlecht definierte Dinge sind, so können natürlich kleinere Änderungen in der Reihenfolge nicht ausgeschlossen sein.

Der elektropositivste Stoff ist das Katzenfell, welches bei Reiben mit sämtlichen anderen Substanzen positiv elektrisch wird, demnach am leichtesten Elektronen abgibt. Der Stoff, der seine Elektronen am meisten für sich behält, ist der Schwefel.

Glas wird durch Reiben mit Katzenfell negativ, elektronenreicher, durch Reiben mit einem Seidenlappen positiv, elektronenärmer. Metalle werden durch Reiben mit Katzenfell und mit Seide negativ, aber im ersteren Fall stärker.

Nach der hier für Metalle und für Isolatoren entwickelten Anschauungsweise sieht man die Entstehung der Kontaktpotentialdifferenz als in der Berührungsfläche vor sich gehend an, es ist Berührung der Stoffe nötig. Die Stoffe brauchen nicht chemisch, sie können auch nur physikalisch verschieden sein, einer etwa wärmer wie der andere, oder elastisch verändert oder dgl. mehr.

Es gibt aber, wie bereits gesagt, noch eine andere Auffassung über die Entstehung der besprochenen Erscheinung, und der bisherige Versuch ist nicht geeignet, die Entscheidung zu bringen. Man kann nämlich annehmen, daß alle Körper bereits gegen die umgebende Luft eine Potentialdifferenz besitzen; diese würde man bei obigem Versuch stets mitmessen, wenn man ihn nicht im Vakuum vornimmt. Aber selbst da würde der Einfluß adhärierender Gasschichten kaum zu umgehen sein.

Die Elektrizitätserzeugung bei Berührung mit Flüssigkeiten hat anderen Charakter. Stellt man den Kontaktversuch mit einer durch eine Glimmerscheibe von einer Zinkplatte getrennten Platte aus Wasser oder verdünnter Säure (getränktes Blatt Papier) an, indem man die Berührung durch einen Zinkdraht vermittelt, so zeigt sich eine große Potentialdifferenz in umgekehrter Richtung, indem die Zinkplatte negativ, das Wasser positiv sich erweist. Der gleiche Versuch mit Kupfer statt Zink ergibt eine sehr geringe Wirkung. Kleinen Verunreinigungen ist es zuzuschreiben, daß einige Beobachter das Kupfer als positiv, andere als negativ angeben. Jedenfalls ist ersichtlich, daß Wasser und Säure aus der Spannungsreihe herausfallen. Es gilt nicht mehr das Gesetz der Spannungsreihe, sobald nichtmetallische Leiter, sog. Leiter II. Ordnung, in Betracht kommen. Deshalb ist in einem geschlossenen Kreis, der einen solchen enthält, auch nicht mehr die Summe aller elektromotorischen Kräfte Null, und ein Elektrometer zeigt daher einen Ausschlag, wenn man seine Klemmen mit zwei Metallen verbindet, die man mit einem Leiter II. Ordnung überbrückt. So zeigt die Kombination Zink-Wasser-

Kupfer eine Potentialdifferenz von etwa 1 Volt (dessen Definition im IV. Abschnitt) und der Sitz dieser Potentialdifferenz liegt, wie obiger Versuch lehrt, an der Berührungsstelle Zink-Wasser. Ferner kann man viele solcher Kombinationen von Leitern I. und II. Ordnung hintereinanderschalten und dadurch eine beliebige Multiplikation der Potentialdifferenz erreichen.

Wie die flüssigen Leiter also ganz aus dem Betrachtungskreis des vorigen Paragraphen herausfallen, so ist denn auch die Anschauung, die man von dem Entstehen der an ihnen sich zeigenden Kontaktelektrizität hat, eine andere. Dieselbe ist in Abschnitt V des Näheren besprochen. Die Metalle haben nach ihr ein je nach ihrer chemischen Natur verschieden großes Bestreben in Lösung zu gehen, und die gelösten Teilchen sind es erst, die ihre Elektronen an die Metallelektrode abgeben. Daher ladet sich Zink jetzt negativ und bildet in der Kombination mit Kupfer, die man ein galvanisches Element nennt, den negativen Pol.

Zwei Metalle zeigen auch in leitenden Gasen wie Arrhenius für Flammengase, Winkelmann für Gase, die durch Röntgenstrahlen leitend gemacht werden, nachwiesen, Potentialdifferenzen; und zwar haben diese die gleiche Richtung und etwa dieselbe Größe, wie wenn Wasser der trennende Leiter II. Ordnung wäre. Diese Potentialdifferenz ist, wie H. Greinacher[1]) gezeigt hat, auch wirklich auf die Anwesenheit von Wasserschichten zurückzuführen, und verschwindet, wenn man diese durch sehr energische Trocknung beseitigt. Im nichtgetrockneten Raum hat man infolge der auf den Metallen haftenden Wasserhaut das Element:

Metall I — Wasser — leitendes Gas — Wasser — Metall II.

Ist die Wasserschicht beseitigt, so hat man von Quadrant zu Quadrant des Elektrometers folgende Potentialsprünge, die nach Greinacher zusammen Null sind:

Quadrant — Metall I — leitendes Gas — Metall II — Quadrant = Null.

Es folgt daraus, daß wenn ein Potentialsprung Metall — Gas existiert, derselbe das Spannungsgesetz befolgt. Es muß sein:

(Metall I — Metall II) = (Metall I — Gas) + (Metall II — Gas).

1) Ann. d. Physik **16**, 708, 1905.

Existiert kein Potentialsprung Metall — Gas, so kann hiernach auch keine Kontaktpotentialdifferenz bei der direkten Berührung zweier Metalle auftreten.

42. Dielektrische Erscheinungen. Cavendish und etwa 60 Jahre später Faraday fanden, daß die Kapazität eines Kondensators sich vergrößerte, sobald ein anderer Isolator zwischen die Belegungen desselben gebracht wurde. Dies äußert sich z. B. in dem leicht anzustellenden Versuch, daß die Divergenz eines Elektrometers, welches mit einem geladenen Kondensator verbunden ist, stark abnimmt, sobald eine Glas- oder eine Ebonitplatte zwischen die Kondensatorplatten geschoben wird. Die Zahl, welche angibt, wievielmal größer die Kapazität des Kondensators ist, wenn er ganz von einem Isolator angefüllt ist, als wenn sich Luft (genauer Vakuum) zwischen den Platten befindet, hat man Dielektrizitätskonstante oder spezifische induktive Kapazität, auch wohl dielektrisches Leitvermögen genannt. Wir wollen den ersten Namen dafür anwenden. Die Dielektrizitätskonstante hat nach neueren Messungen für einige Körper folgende Werte:

Hartgummi 2,8	Benzol 2,2
Paraffin fest 2,0	Äther 4,3
Glas 5,5—9	Alkohol 25
Quarz 4,7	Wasser 80.
Flußspat 6,9	

Da die Größe der Kapazität eines Kondensators auf der Influenzwirkung zwischen den beiden Platten beruht, so ist diese Vergrößerung der Kapazität ein Zeichen dafür, daß die Influenzwirkung durch feste oder flüssige Isolatoren größer ist als durch die Luft, daß also verschiedene Medien mit einer mehr oder weniger großen Leichtigkeit die Influenzwirkung zustande kommen lassen.

Aus der ε-fachen Vergrößerung der Kapazität durch ein Medium der Dielektrizitätskonstante ε folgt, daß in demselben Medium zwei gegebene Elektrizitätsmengen sich mit einer ε-mal kleineren Kraft abstoßen oder anziehen, als wenn sich die sie tragenden Leiter in Luft befinden. Denn nehmen wir einen Kondensator, dessen eine Platte zur

Erde abgeleitet, dessen andere in der Entfernung d befindliche mit einer gewissen Elektrizitätsmenge zum Potential V geladen sei, so wirkt auf eine Elektrizitätsmenge e zwischen den Platten die bewegende Kraft $\mathfrak{E}e = \frac{V}{d}e$, d. h. eine Kraft, welche dem Potential der geladenen Kondensatorplatte proportional ist. Diese Kraft, welche die Summenwirkung aus der Abstoßung der direkten Ladung der einen Platte und der Anziehung der Influenzladung der geerdeten Platte ist, wird durch die Einführung des Mediums der Dielektrizitätskonstante ε aber ε-mal kleiner, weil infolge der ε-fachen Vergrößerung der Kapazität das Potential V auf den ε-ten Teil sinkt.

Dasselbe gilt auch, wenn sich das Elektrizitätsteilchen e auf der einen Platte des Kondensators selbst befindet, d. h. gilt auch für die ganze Ladung dieser Kondensatorplatte. Die Anziehung einer mit einer bestimmten Elektrizitätsmenge $+e$ geladenen Kondensatorplatte auf die andere mit $-e$ geladene wird daher wegen der eintretenden Erniedrigung der Potentialdifferenz durch Einführung eines Mediums der Dielektrizitätskonstante ε auf ihren ε-ten Teil verkleinert.

Würden die Potentialdifferenz und die auf den Kondensatorplatten befindlichen Elektrizitätsmengen die gleichen bleiben, so würde auch die Kraft die gleiche bleiben. Dieser Fall kann aber wegen der Kapazitätsvergrößerung durch das Dielektrikum nicht eintreten.

Wird die Potentialdifferenz konstant erhalten, so kann dies nur dadurch geschehen, daß die Elektrizitätsmenge auf das ε-fache gesteigert wird; dadurch erhöht sich aber auch die anziehende Kraft zwischen den Platten in gleichem Verhältnis. Daher der Satz:

Die anziehende Kraft zweier Kondensatorplatten, deren Potentialdifferenz konstant erhalten wird, ist in einem Medium der Dielektrizitätskonstante ε um das ε-fache größer als in Luft.

Die eben für einen geladenen Körper im Felde eines Kondensators sowie für Kondensatorplatten abgeleiteten Sätze gelten allgemein:

Die Kraft, mit welcher zwei Leiter sich gegenseitig anziehen oder abstoßen, ist in einem Medium der Dielektrizitätskonstante ε um das ε-fache verkleinert bzw. vergrößert, je nachdem ihre Ladung oder die Differenz ihrer Potentiale konstant erhalten wird.

43. Berücksichtigung der Dielektrizitätskonstante in den besprochenen Gesetzen der Elektrostatik. Gemäß den Betrachtungen des letzten Paragraphen müssen einige der bisher besprochenen Gesetze einen Zusatz erfahren. So vor allen Dingen lautet das Coulombsche Gesetz (§ 5) dem Schlußsatze des vorigen Paragraphen entsprechend:

$$\text{Kraft} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{ee'}{r^2}.$$

In Luft ist die elektrische Feldstärke in einer Entfernung r vom Mittelpunkt einer mit $+e$ geladenen Kugel $\mathfrak{E} = \frac{e}{r^2}$, im Isolator ist sie nur $\mathfrak{E} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{e}{r^2}$.

Eine geschlossene Fläche um eine Ladung e wird nicht von $4\pi e$ Kraftlinien, sondern nur von $\mathfrak{N} = \frac{4\pi e}{\varepsilon}$ Kraftlinien geschnitten. (Modifikation des Gaußschen Satzes § 9.) Entsprechende Änderung erfahren alle aus dem Gaußschen Satz folgenden Gesetze. Flächendichte und Feldstärke an einem geladenen Leiter sind im Dielektrikum verbunden durch die Beziehung (§ 25):

$$\varepsilon \mathfrak{E} = 4\pi\sigma.$$

Die Kapazität eines Kondensators ist $C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d}$ (§ 36), die Anziehung zweier Kondensatorplatten $\mathfrak{F} = \frac{\varepsilon S V^2}{8\pi d^2} = \frac{2\pi e^2}{\varepsilon S}$.

Das Potential in Entfernung r vom Mittelpunkt einer geladenen Kugel ist $V = \frac{1}{\varepsilon}\frac{e}{r}$, die Kapazität einer Kugel $C = \varepsilon r$ (§§ 20, 23).

Zweiter Abschnitt.

Die Erscheinungen der Elektrostatik betrachtet vom Standpunkt der Faraday-Maxwellschen Theorie.

44. Faradays Vorstellung vom Wesen der elektrischen Vorgänge. Alle Resultate, welche wir bisher gewonnen haben, sind aus dem einen Grundversuch abgeleitet, daß zwei mit Elektrizität geladene Körper aufeinander anziehend oder abstoßend wirken mit einer Kraft, welche dem Quadrate ihrer gegenseitigen Entfernung umgekehrt proportional ist. Wir haben keine Hypothese über die Natur dieser Wirkung eingeführt, sondern alle Resultate sind Tatsachen, welche wir aus der experimentellen Beobachtung deduzierten. Man kann bei der Darstellung einer Lehre auch anders vorgehen, indem man nämlich sich eine gewisse Annahme über die Natur eines Vorgangs bildet, aus gewissen Hypothesen heraus ableitet, wie sich die Vorgänge abspielen müssen, wenn die Hypothesen richtig sind, und dann das Resultat einer solchen Theorie mit dem Experiment vergleicht. In § 6 hatten wir bereits gesehen, daß zwei derartige Theorien elektrischer Vorgänge existieren, welche kurz als Fernwirkungstheorie und Nahewirkungstheorie zu charakterisieren sind. Wir wollen jetzt die letztere Betrachtungsweise, welche sich an die Namen Faraday-Maxwell knüpft, näher darlegen, weil diese es uns ermöglicht, ein anschauliches Bild der elektrischen Vorgänge zu entwerfen und ferner auch eine ganze Reihe von den besprochenen Sätzen der Elektrostatik auf äußerst einfache Art abzuleiten.

Faraday entging nicht die ungeheure Bedeutung der Entdeckung, welche er mit der Auffindung des Einflusses, den der Isolator auf die elektrischen Erscheinungen ausübt, gemacht hatte. Er entfernte sich in seinen Anschauungen vollständig von allem,

was bis dahin gelehrt wurde. Die Elektrizitätslehre war ein mächtiges Gebäude, aufgebaut von den Anhängern der Theorie einer reinen Wirkung in die Ferne. Gauß, Weber, Riemann, Neumann, Lorenz u. a. haben bei Anwendung dieser Theorie auf die elektrischen Vorgänge so ungeheure Erfolge erzielt, daß es wohl hauptsächlich daran lag, daß Faraday mit seinen Anschauungen gegen die erdrückende Übermacht der größten Autoritäten nicht durchdrang. Erst dem Genius Maxwells gelang es, Faradays Anschauungen Geltung zu verschaffen, allerdings nachdem er zuerst ihnen präzisen mathematischen Ausdruck gegeben hatte.

Faraday erkannte, daß der von ihm gefundene Einfluß des Dielektrikums einen wichtigen Beweis gegen die Theorie der Fernwirkung bildete. Seine Ansicht der Dinge war, nicht dem Leiter, sondern dem Isolator die Hauptrolle bei den elektrischen Vorgängen zuzuschreiben. Er sah (vgl. J. Cl. Maxwell, Vorwort zu seinem Lehrbuch der El. u. d. Magn. deutsch von Weinstein. Berlin, Verlag von J. Springer, 1883) „in seinem geistigen Auge überall da Kraftlinien den Raum durchdringen, wo die Mathematiker in die Ferne wirkende Kraftzentren supponierten, und wo diese nichts als die Abstände zwischen den Kraftzentren bemerkten, war für jenen ein Zwischenmedium vorhanden. Faraday suchte die Ursache der Erscheinungen in Aktionen, die im Zwischenmedium vor sich gehen sollten, die Mathematiker dagegen gaben sich damit zufrieden, daß sie sie in einer Fernwirkung auf die elektrischen Fluida entdeckten“. Wir wollen die Faradaysche Vorstellungsweise etwas näher erörtern.

45. Elektrische Verschiebung. Dielektrische Polarisation. Wenn eine leitende Kugel in ein elektrisches Feld gebracht wird, so sahen wir, daß die Erscheinung der Influenz eintrat, d. h. daß auf der Kugel eine Scheidung der vorher gleichmäßig verteilten Elektrizitäten vor sich ging. Die Kugel zeigte dann also an zwei diametralen Enden polare Unterschiede, sie war polarisiert. Allgemein versteht man unter Polarisation den Zustand eines Körpers, der an zwei entgegengesetzten Enden der Quantität nach gleiche, der Qualität nach aber entgegengesetzte Eigenschaften zeigt (z. B. ein permanenter

Magnet). Faraday nahm nun an, daß jedes Dielektrikum, auch der luftleere Raum, eine ungeheure Menge unwägbarer Teilchen enthalte, welche sich unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes polarisieren, in welchen also eine Bewegung eines Elektrizität genannten Fluidums, eine sogen. elektrische Verschiebung, stattfindet. Findet in einer gegebenen Richtung eine solche elektrische Verschiebung statt, d. h. also Verschiebung von + Elektrizität in dieser Richtung, Verschiebung von — Elektrizität in der entgegengesetzten Richtung, so wandert durch jeden senkrecht zu der Verschiebungsrichtung stehenden Querschnitt des Dielektrikums eine gewisse Elektrizitätsmenge, d. h. es fließt im Dielektrikum ein Verschiebungsstrom, und die Elektrizitätsmenge, welche durch die Flächeneinheit senkrecht zur Verschiebungsrichtung strömt, bildet ein Maß für die Größe der elektrischen Verschiebung, ein Maß für die dielektrische Polarisation. Die Verschiebung nahm er als proportional der Stärke des elektrischen Feldes an. Jedes Dielektrikum setzt dem Entstehen der Polarisation einen gewissen Widerstand entgegen, den man sich ähnlich wie den elastischen Widerstand zu denken hat, den ein fester Körper einer Deformation entgegensetzt. Wie die Deformation nach Aufhören der deformierenden Kraft sofort zurückgeht, so auch die Polarisation nach Aufhören der elektrischen Kraft. Wie die meisten festen Körper auch nach Aufhören der deformierenden Kraft noch eine kleine Rückstandsdeformation zeigen, welche allmählich verschwindet, die sogen. elastische Nachwirkung, so zeigen auch die meisten Dielektrika eine Rückstandspolarisation, den sogen. elektrischen Rückstand.

In Leitern dagegen kann die Elektrizität frei beweglich, ohne den elastischen Widerstand, fließen. Faraday nahm weiter an, daß der Widerstand, den die einzelnen Dielektrika dem Entstehen einer Polarisation entgegensetzen, verschiedene Größe hat. Die gleiche elektrische Kraft bewirkt also verschieden große Verschiebungen in den verschiedenen Isolatoren, und zwar nahm Faraday diese Verschiebungen den Dielektrizitätskonstanten direkt proportional an. Ein Medium großer Dielektrizitätskonstante setzt also der Polarisation einen relativ geringen Widerstand entgegen.

Die elektrische Verschiebung $\mathfrak{P}$, welche unter dem Einfluß eines Feldes $\mathfrak{E}$ in einem Medium der Dielektrizitätskonstante ε eintritt, ist also gemäß den oben besprochenen Hypothesen beiden Größen proportional, d. h. es ist:

$$\mathfrak{P} = \text{Konstans} \cdot \mathfrak{E} \cdot \varepsilon .$$

Mit den experimentellen Tatsachen stimmen die Folgerungen aus dieser Formel quantitativ überein, wenn die Konstante $= \frac{1}{4\pi}$ gesetzt wird, so daß $\mathfrak{P} = \frac{\varepsilon}{4\pi}\mathfrak{E}$.

Die Frage, wie wir den Aufbau eines Dielektrikums und eines Leiters uns zu denken haben, damit diese den von Faraday und Maxwell geforderten, in diesem Paragraphen formal festgestellten Einfluß auf das elektrische Feld haben, ist durch die modernste aller Theorien der Elektrizität, durch die Elektronentheorie, beantwortet worden. Wir werden an späterer Stelle sehen nicht nur, wie es durch den Ausbau dieser Theorie gelungen ist, ein anschauliches Bild von dem Wesen vieler elektrischer und optischer Vorgänge zu gewinnen, sondern wie auch die Auffindung und die Erklärung vieler Erscheinungen durch sie ermöglicht wurde, bei welchen die reine Faraday-Maxwellsche Theorie versagt (Abschnitte XII und XIII).

46. Ladung und Kapazität eines Kondensators. Die Ladung pro qcm der Kondensatorplatten ist gleich der 1 qcm eines beliebigen, ihnen parallelen Querschnitts des Isolators passierenden Elektrizitätsmenge, d. h. gleich der elektrischen Verschiebung. Ist V die Potentialdifferenz, d der Abstand der Kondensatorplatten, so ist die Verschiebung

$$\mathfrak{P} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \cdot \frac{V}{d} .$$

Die Ladung auf dem Kondensator der Plattengröße S daher

$$e = \frac{\varepsilon S}{4\pi d} V ;$$

woraus für seine Kapazität folgt:

$$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d} .$$

(Resultat der §§ 36, 43.)

47. Das Coulombsche Gesetz. Gegeben sei eine kleine Kugel mit der Elektrizitätsmenge $+e$. Die elektrische Kraft bewirkt eine radial nach außen gerichtete dielektrische Polarisation, derart, daß die rings an der Kugel anliegenden Teilchen zusammen eine Schicht bilden, welche die Ladung $-e$ trägt. Durch jede um die geladene Kugel liegende geschlossene Fläche tritt infolge der dielektrischen Polarisation die Elektrizitätsmenge $+e$. Die Größe der Verschiebung ist die durch die Flächeneinheit gehende Elektrizitätsmenge; sie beträgt also für jede beliebige mit dem Radius r konzentrisch konstruierte Kugel $\mathfrak{P} = \frac{\varepsilon}{4\pi}\mathfrak{E}_r = \frac{e}{4\pi r^2}$, wenn $\mathfrak{E}_r$ der Wert der Feldstärke auf dieser Kugeloberfläche ist. Es folgt hieraus für $\mathfrak{E}_r$ der Wert:

$$\mathfrak{E}_r = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{e}{r^2}.$$

Dies ist der Ausdruck des Coulombschen Gesetzes in seiner Erweiterung auf ein beliebiges Dielektrikum (§ 43).

Die Flächendichte σ der elektrischen Belegung auf einem Leiter ist gleich der elektrischen Verschiebung an seiner Oberfläche. Wenn $\mathfrak{E}$ die Feldstärke in unmittelbarer Umgebung seiner Oberfläche ist, so ist also $\sigma = \frac{\varepsilon}{4\pi}\mathfrak{E}$. Zwischen Feldstärke und Flächendichte auf einem Leiter, welcher sich im Medium der Dielektrizitätskonstante ε befindet, besteht also die Beziehung

$$\varepsilon\mathfrak{E} = 4\pi\sigma$$

(s. § 43).

Für $\varepsilon = 1$ ist dies die Formel in § 25. Bei dem Durchgang durch die Leiteroberfläche springt $\varepsilon\mathfrak{E}$ um den Betrag $4\pi\sigma$.

48. Die mechanische Kraft, welche zwei geladene Leiter aufeinander ausüben, wird nach der Vorstellungsweise Faradays nicht mehr als die direkte Fernwirkung der

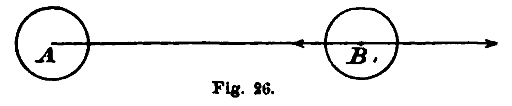


Fig. 26.

Elektrizitätsmengen auf den Leitern gedacht. An ihre Stelle sind die Spannungen, die Zug- und Druckkräfte im Dielektrikum getreten. Sei A (Fig. 26) eine $+$ geladene Kugel, so verbreitet sie um sich ein radial nach außen gerichtetes Span-

nungsfeld, so, als ob von ihr nach allen Seiten bis ins Unendliche gespannte Gummifäden ausgingen. Nähere ich ihr jetzt von rechts eine andere + geladene Kugel B, so sind rechts von B die von beiden Kugeln ausgehenden Züge nach rechts, also gleichgerichtet; im Raum zwischen A und B sind sie aber entgegengesetzt gerichtet. Der Zug nach rechts ist daher größer als der nach links wirkende. Dementsprechend bewegt sich das in der leitenden Kugel B frei bewegliche Fluidum nach rechts, d. h. die gleichmäßige Verteilung hört auf, und da es ferner fest an die Kugel gebunden ist, wirkt der Zug auf die Kugel B mit, welche, wenn sie ihm folgen kann, sich nach rechts bewegt. Dasselbe geschieht mit der Kugel A in entgegengesetzter Richtung.

49. Erweiterte Definition des Kraftlinienbegriffs. Induktionslinien. Induktionsfluß. Wir hatten in § 7 gesehen, daß man die numerische Größe eines elektrischen Feldes auch graphisch darstellen kann, indem man die Kraftlinien so zeichnet, daß die Zahl, welche an einer Stelle des Feldes die zur Feldrichtung normale Flächeneinheit durchsetzt, gleich der absolut gemessenen Feldstärke $\mathfrak{E}$ ist, so daß also die Zahl $\mathfrak{N}$ Kraftlinien, welche eine Fläche S senkrecht durchsetzt, gegeben ist als:

$$\mathfrak{N} = \mathfrak{E} S.$$

Man bezeichnet dies Produkt wohl auch als Kraftfluß durch die Fläche S. Wir hatten ferner gesehen, daß $\mathfrak{N}$ Kraftlinien da, wo sie frei endigen, das Vorhandensein einer gewissen Elektrizitätsmenge bedingen. Kraftlinienzahl und Elektrizitätsmenge waren nach dem Gaußschen Satz durch die einfache Beziehung verbunden:

$$\mathfrak{N} = 4\pi e.$$

Diese Beziehung gilt aber nur, wenn die Kraftlinien im Vakuum oder — wenigstens angenähert — in Luft verlaufen, nicht dagegen mehr, wenn ein anderes Dielektrikum Träger des Feldes ist. Dann ist die Beziehung verändert und lautet:

$$\mathfrak{N} = \frac{4\pi e}{\varepsilon}.$$

Es ist dann also eine bestimmte Ladung e nicht mehr Ausgangspunkt einer bestimmten Zahl von Kraftlinien, sondern diese Zahl ist eine andere, je nach der Dielektrizitätskonstante des Mediums.

Um nun doch die einfache Beziehung

$$\text{Linienzahl} = 4\pi e$$

aufrecht zu erhalten, hat man eine andere Art von Linien zur Darstellung der Eigenschaften des elektrischen Feldes gewählt. Man setzt nämlich die Anzahl der das qcm durchsetzenden Linien nicht numerisch gleich der Feldstärke, wie bisher, sondern gleich dem Produkt aus Feldstärke und Dielektrizitätskonstante. Es ist dann also die Zahl von Linien, welche in einem elektrischen Feld $\mathfrak{E}$ und einem Dielektrikum der Dielektrizitätskonstante ε ein senkrecht zu ihnen stehendes Flächenstück S durchsetzen, gegeben durch

$$N = \varepsilon \mathfrak{E} S = \varepsilon \mathfrak{N}.$$

Trifft man diese Wahl, so ist in jedem Dielektrikum

$$N = 4\pi e.$$

Man nennt die Größe N den Induktionsfluß durch die Fläche S, die Linien, welche in einer Zahl N durch die Fläche S gehen, Induktionslinien. In der Literatur werden sie meist auch als Kraftlinien bezeichnet. Indessen ist diese Bezeichnung nicht günstig gewählt, weil sie nicht die Größe der elektrischen Kraft angeben, sondern erst der Quotient aus Linienzahl und Dielektrizitätskonstante gleich der Feldstärke ist. Wir werden im folgenden den Namen Induktionslinien beibehalten. Im Vakuum fällt dieser Begriff mit dem der Kraftlinien zusammen.

In einem Feld der Stärke $\mathfrak{E}$ gehen in einem Medium der Dielektrizitätskonstante ε durch ein Flächenstück S normal zur Feldrichtung also

$$N = \varepsilon \mathfrak{E} S$$

Induktionslinien.

An einer mit der Flächendichte σ geladenen Oberfläche eines Leiters ist die Feldstärke $\mathfrak{E} = 4\pi \frac{\sigma}{\varepsilon}$; daher wird der Leiter in senkrechter Richtung von

$$N = \varepsilon \mathfrak{E} S = \varepsilon \cdot \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon} S = 4\pi\sigma S = 4\pi e$$

Induktionslinien verlassen, wenn e die Ladung des Leiters ist. Einem Bündel von N Induktionslinien entspricht also stets an deren freien Enden eine Ladung $+e$, welche numerisch gegeben ist durch die Beziehung $e = \frac{N}{4\pi}$.

50. Anwendung auf den Induktionslinienverlauf in einem Kondensator. In einem luftgefüllten Kondensator, welcher die Elektrizitätsmenge e enthält, verlaufen $N = 4\pi e$ Induktionslinien = Kraftlinien. Die elektrische Feldstärke folgt aus der Beziehung $\varepsilon \mathfrak{E} S = 4\pi e = N$, in welcher $\varepsilon = 1$ zu setzen ist, als

$$\mathfrak{E} = \frac{N}{S} = \frac{4\pi e}{S} = 4\pi\sigma = \frac{V}{d}.$$

Wird jetzt der Zwischenraum der Kondensatorplatten mit einem Medium der Dielektrizitätskonstante ε gefüllt, so bleibt die Ladung und damit die Anzahl Induktionslinien die gleiche $N = 4\pi e$.

Die elektrische Kraft ist aber im Verhältnis $1 : \varepsilon$ kleiner geworden, indem sie jetzt die Größe hat:

$$\mathfrak{E}' = \frac{N}{\varepsilon S} = \frac{V'}{d}.$$

Da stets elektrische Kraft im Kondensator $= \frac{\text{Potentialdifferenz}}{\text{Abstand der Platten}}$, so folgt, daß auch die Potentialdifferenz in gleichem Betrage sinkt.

Erhalte ich dagegen durch Zufuhr von Elektrizität die Potentialdifferenz aufrecht, so erhalte ich damit die elektrische Kraft aufrecht, und aus der Beziehung $N = \varepsilon \mathfrak{E} S = 4\pi e$ folgt, daß, wenn ich unter Aufrechterhaltung der Potentialdifferenz einen Kondensator mit einem anderen Medium als Luft anfülle, die Anzahl Induktionslinien und damit die Ladung, also die Kapazität, auf das ε-fache wächst.

51. Ein mit einer gegebenen Elektrizitätsmenge geladener Kondensator teilweise mit einem Medium der Dielektrizitätskonstante ε angefüllt. Dies kann auf zweierlei Weisen geschehen, die durch die Figg. 27 und 28 gekennzeichnet sind. Der Kondensator Fig. 27 kann als zwei nebeneinander geschaltete Kondensatoren angesehen werden, welche zu gleicher Potentialdifferenz aufgeladen sind, und deren

einer mit Luft, deren anderer mit dem anderen Dielektrikum angefüllt ist. In letzterem ist nach dem eben Ausgeführten der Induktionslinienverlauf ε-mal dichter, also die Flächendichte der Ladung ε-mal größer. Die Feldstärken aber sind die gleichen. Schiebe ich also in einen Luftkondensator eine Isolatorplatte

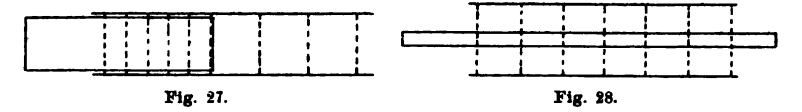


Fig. 27. Fig. 28.

seitlich ein, so wird die vorher gleichmäßige Ladungsverteilung ungleichmäßig. Die Feldstärke ist in der Luft und im Isolator die gleiche.

Im zweiten durch Fig. 28 veranschaulichten Fall enthalten die Platten die ihnen erteilte Ladung in gleichförmiger Verteilung, weil kein Grund vorhanden, daß dieselbe an einer Stelle dichter wäre. Der ganze Kondensator wird daher von einer bestimmten Anzahl Induktionslinien durchdrungen, welche in beiden Medien die gleiche ist. Es ist daher die Feldstärke in dem lufterfüllten Teil ε-mal größer als in dem anderen Teil.

Hieraus folgt ein eigentümliches

52. Verhalten der Grenzfläche zweier Dielektrika. Ist $\mathfrak{E}_1$ die Feldstärke in Luft ($\varepsilon_1 = 1$), so ist sie im Dielektrikum $\mathfrak{E}_2 = \frac{\mathfrak{E}_1}{\varepsilon_2}$, die Feldstärke springt also beim Übergang von Luft ins Dielektrikum um $\mathfrak{E}_1 - \frac{\mathfrak{E}_1}{\varepsilon_2} = \frac{\varepsilon_2 \mathfrak{E}_1 - \mathfrak{E}_1}{\varepsilon_2} = \frac{(\varepsilon_2 - 1)}{\varepsilon_2} \cdot \mathfrak{E}_1$. Nun haben wir § 25 gesehen, daß bei einem Übergang aus einem mit der Dichte σ geladenen Leiter in Luft die Feldstärke um den Betrag $4\pi\sigma$, also umgekehrt bei dem Übergang aus Luft in den Leiter um $-4\pi\sigma$ springt.

Vergleichen wir diese beiden Sprünge der elektrischen Kraft, so sehen wir, daß eine den Kraftlinien senkrecht in den Weg gestellte Oberfläche eines Dielektrikums sich bezüglich der Kraftverteilung scheinbar wie ein geladener Leiter verhält, dessen Flächendichte sich ergibt aus der Gleichsetzung der beiden Kraftsprünge:

$$-4\pi\sigma = \frac{\mathfrak{E}_1 (\varepsilon_2 - 1)}{\varepsilon_2}.$$

Es folgt daraus für die Flächendichte der scheinbaren Ladung:

$$\sigma = \frac{\mathfrak{E}_1}{4\pi} \cdot \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2}.$$

Ist die Füllung des einen Kondensatorteils nicht Luft, sondern ein Medium der Dielektrizitätskonstante ε_1, so ist, wie ganz leicht einzusehen, in dieser Formel nur ε_1 statt 1 zu setzen, so daß allgemeiner gilt:

$$\sigma = \frac{\mathfrak{E}_1}{4\pi} \cdot \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2}.$$

Daraus folgt folgendes experimentell leicht zu verifizierende Resultat:

Bringt man in ein beispielsweise von einer + geladenen Kugel in einem Medium der Dielektrizitätskonstante ε_1 herrührendes elektrisches Feld ein anderes Dielektrikum der Dielektrizitätskonstante ε_2, z. B. ein Holundermarkkügelchen, so ist das Kügelchen an der Eintrittsstelle des Feldes, d. h. an der der + geladenen Kugel zugewandten Stelle, scheinbar — oder + geladen, je nachdem seine Dielektrizitätskonstante ε_2 größer oder kleiner ist als die Dielektrizitätskonstante ε_1 der Umgebung. Wird der Versuch in Luft ($\varepsilon_1 = 1$) ausgeführt, so ist $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$, daher wird das Kügelchen angezogen. Im Fall $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$ wird es abgestoßen; im Fall $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$ erfährt es keinerlei bewegende Kraft, weil seine scheinbare Ladung Null ist.

53. Die Ladungen an der Grenzfläche zweier Dielektrika sind scheinbare. Die ebengenannten Versuche zeigen also, daß an der Grenzfläche zweier Medien verschiedener Dielektrizitätskonstante in einem elektrischen Felde elektrische Belegungen induziert werden. Da aber keine Induktionslinien auf der Grenzfläche frei endigen, so sind dies keine wahren, sondern nur scheinbare Ladungen. Das Feld, welches von diesen scheinbaren Ladungen herrührt, ist, wenn der in das induzierende Feld gebrachte Körper eine größere Dielektrizitätskonstante als die Umgebung hat, im Inneren des Körpers dem induzierenden Feld entgegengesetzt, bei kleinerer Dielektrizitätskonstante des eingelagerten Körpers gleich gerichtet. Wird also in ein elektrisches Feld in Luft eine zur Feldrichtung senkrechte Platte eines Isolators gebracht, so wirken die influenzierten

scheinbaren Belegungen entelektrisierend auf sie ein, das Feld im Inneren des Isolators ist kleiner als das äußere. Ein Leiter, in ein elektrisches Feld gebracht, verhält sich nach dem Vorigen wie ein Körper, dessen Dielektrizitätskonstante stets $> \varepsilon$ ist, welches Dielektrikum wir auch wählen mögen; er verhält sich wie ein Dielektrikum von unendlich großer Dielektrizitätskonstante. Die Verschiebungen im Leiter gehen ohne Widerstand vor sich, leichter wie in einem Medium von noch so hoher Dielektrizitätskonstante. Die auf dem Leiter influenzierten Ladungen sind aber wahre Ladungen, weil die Induktionslinien auf ihrer Oberfläche frei endigen.

54. Die elektrischen Vorgänge im Kondensator. Rückstand. Die Vorgänge, welche sich in einem Kondensator abspielen, in den wir nach Art von Fig. 28 eine Platte eines Isolators oder Leiters einführen, hat man nach der Faradayschen Anschauungsweise, die wir gleich mit dem Elektronenbegriff verknüpfen wollen, sich etwa folgendermaßen vorzustellen. Im Luftkondensator sind der Äther und die Luftteilchen, letztere durch Verschiebung der in ihnen enthaltenen Elektronen, polarisiert, die Polarisation wird durch die Ladung der Belegungen aufrechterhalten. Wird eine Isolatorplatte parallel den Belegungen eingeführt, so wird auch diese zugleich mit dem sie durchdringenden Äther polarisiert, indem gegen einen quasielastischen Widerstand in den Atomen eine Elektronenbewegung eintritt. Dadurch werden die beiden Seiten der Isolatorplatte mit verschiedenem Vorzeichen geladen, aber auch der umgebende Luftraum ist polarisiert und bringt durch Verschiebung die entgegengesetzt gleiche Ladung an jede Oberfläche der Platte, indem die Feldstärke sich derart einreguliert, daß die Verschiebungen in beiden Medien in gleicher Stärke erfolgen. Leitet die Platte, so tritt eine völlige Trennung der Elektrizitäten durch Influenz in ihr ein, bis das Feld in ihrem Inneren verschwunden ist. Bei dem Einbringen der isolierenden oder leitenden Platte in den Kondensator wird Arbeit geleistet, weil sein Energiegehalt sich ändert. Die entgegengesetzt gleiche Arbeit hat man wieder zu leisten, wenn man gegen die anziehenden Kräfte die Platte wieder entfernt, weil im vollkommenen Isolator und Leiter wieder alles

rückwärts sich abspielt, der Isolator und der Leiter ohne Energieverlust ihre Polarisation wieder verlieren und ungeladen erscheinen, wenn sie das elektrische Feld verlassen haben. In Wirklichkeit spielen sich neben diesen umkehrbaren Vorgängen noch irreversible ab. Im Leiter bewegen sich nämlich erfahrungsgemäß die elektrischen kleinsten Teilchen nicht ohne Reibung, und es wird durch ihre Strömung beim Ein- und Ausführen der Platte Wärme erzeugt, und auch der Isolator erweist sich in praxi im allgemeinen als nicht vollkommen, indem er nach dem Verlassen des Feldes noch die sog. Rückstandspolarisation zeigt. Die so verloren gehende Energie findet ihr Äquivalent in einer geringen Verschiedenheit der beim Ein- und Ausführen der Platte gelieferten und zu leistenden Arbeit.

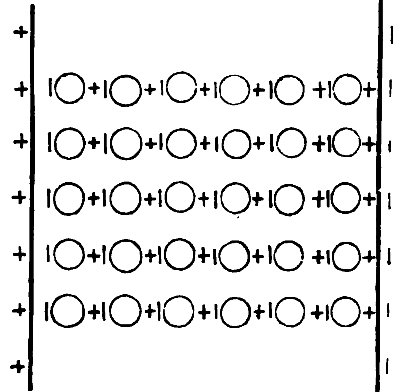


Fig. 29.

Hier mag noch eine kurze Erörterung darüber am Platze sein, wie man sich den Zustand eines geladenen Kondensators zu denken hat. In Fig. 29 seien durch die Kreise die polarisierten Teilchen eines Dielektrikums dargestellt. Fehlen die begrenzenden anliegenden Metallplatten, so wäre dieser Fall nur darstellbar durch eine in ein von links nach rechts gerichtetes elektrisches Feld gebrachte Isolatorplatte. Das Feld mag hervorgerufen sein durch zwei geladene Metallscheiben, die die Isolatorplatte nicht berühren. Linke Scheibe +, rechte Scheibe −. In der Isolatorplatte wird eine Polarisation der Teilchen hervorgerufen von solchem Betrage, daß das von rechts nach links durch sie erzeugte Gegenfeld dem wirkenden Feld entgegengesetzt gleich ist. Wird die Platte dem wirkenden Feld entzogen, so verschwindet das Gegenfeld; nur wenn die Platte Rückstand zeigt, bleibt es eine Weile erhalten. Jetzt mag, während die Platte sich im Kondensator befindet, leitende Verbindung zwischen Metallscheiben und Isolatorplatte hergestellt werden, dadurch daß sie entweder in direkte Berührung gebracht werden, oder dadurch daß der Zwischenraum leitend

gemacht wird (wenn das Zwischenmedium Luft ist, beispielsweise mit Roentgenstrahlen). Dann wird unter dem Einfluß des elektrischen Feldes sofort ein Strömen elektrischer Teilchen eintreten, solange bis sich an den Grenzschichten der Isolatorplatte zwei elektrische Schichten, links eine positive, rechts eine negative gebildet haben, welche die Influenzladungen der Platte beiderseits neutralisieren und bewirken, daß außerhalb der letzteren keine elektrische Wirkung wahrzunehmen ist, keine Kraftlinien mehr verlaufen. Dann haben wir als Endresultat dieses Vorgangs: auf der linken Begrenzung wahre positive, auf der rechten Begrenzung wahre negative Ladung, dazwischen das elektrische Feld von links nach rechts gerichtet und kompensiert durch das von rechts nach links gerichtete Gegenfeld der Polarisation. Außerhalb kein elektrisches Feld. Dies ist das Bild eines geladenen Kondensators. Wenn man die leitende Verbindung der Metallplatten mit der Isolatorplatte aufhebt, dadurch daß man die ersteren an isolierenden Griffen von der letzteren entfernt oder im oben angedeuteten Experiment die Luft durch Abblenden der Roentgenstrahlen wieder nichtleitend macht, so zeigt der Versuch, daß die wahre Ladung völlig auf den Oberflächen der Isolatorplatte aufsitzt. Sie ist durch direkte innige Berührung mit dem Leiter ganz auf die oberste Isolatorschicht übergegangen. Man erkennt dies daran, daß nach der Wiederherstellung des Kondensators derselbe noch fast die ganze Ladung besitzt. Stellt man leitende Verbindung der zwei Metallscheiben untereinander durch Überbrücken mit einem Metalldraht her, so gleichen sich unter dem Einfluß der Potentialdifferenz die wahren Ladungen aus, das elektrische Feld und die Polarisation der Teilchen verschwinden, der Kondensator wird, wie man sagt, entladen. Dabei fließt ein Leitungsstrom positiver Elektrizität von der + nach der — Metallscheibe und ein Verschiebungsstrom positiver Elektrizität im Isolator von der — nach der + Scheibe.

Die Rückstandswirkung des Isolators äußert sich in der Weise, daß der Kondensator nach der Entladung allmählich eine Ladung gleichen Vorzeichens wieder annimmt. Dies erklärt sich leicht in folgender Weise: Hat das Dielektrikum trotz der Entladung d. h. dem Verschwinden des äußeren Feldes etwas Polari-

sation beibehalten, so behalten auch die Metallscheiben die entsprechenden wahren Elektrizitätsmengen, die eben ein Feld gegen das der Rückstandspolarisation erzeugen, so daß das Gesamtfeld Null ist im Moment der Entladung. Die Metallscheiben mit dem sie verbindenden Draht werden durch das Feld der Rückstandspolarisation influenziert. Läßt nun die Rückstandspolarisation, die jetzt im Gegensatz zu vorher die felderzwingende Ursache, nicht die vom Feld erzwungene Wirkung ist, nach, so tritt ein Überwiegen des Feldes der Influenzladung der Belegungen ein, das allmählich anwächst und wie ersichtlich die Richtung des vorherigen Feldes hat. Man kann den Rückstand auch, wenigstens zum Teil, dadurch erklären, daß im Isolator Stellen verteilt sind, welche ein schwaches Leitungsvermögen haben. Diese Stellen werden influenziert, und die Influenzladungen gleichen sich erst langsam und allmählich wieder aus.

55. Die Brechung der Induktionslinien. Wir sahen in den letzten Paragraphen, daß bei dem Übergang von einem Medium in ein anderes ein Sprung der elektrischen Feldstärke stattfindet, wenn der Übergang in der Kraftrichtung erfolgt (Fig. 28), daß dagegen kein solcher Sprung eintritt, wenn man in Richtung senkrecht zur elektrischen Feldrichtung von dem einen Medium ins andere übergeht (Fig. 27). Wir hatten zur Betrachtung dieser beiden Fälle das Dielektrikum so ins elektrische Feld gelegt, daß seine Oberfläche einmal senkrecht sich den Kraftlinien entgegenstellte, das andere Mal parallel zu den Kraftlinien des Feldes verlief. Wir wollen jetzt den allgemeineren Fall betrachten, die Oberfläche werde von den Kraftlinien unter einem schiefen Winkel getroffen.

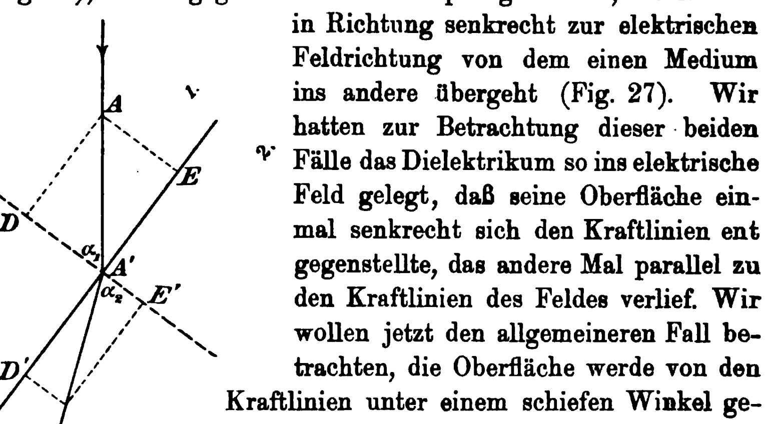


Fig. 30.

Sei in Fig. 30 AA' die Richtung einer in einem Medium 1 (Dielektrizitätskonstante $= \varepsilon_1$) verlaufenden Induktionslinie, und zwar gebe die Länge AA' die Größe der elektrischen Feldstärke an. Dann kann man, wie man es immer mit

gerichteten Größen (sog. Vektorgrößen) tun kann, dieselbe nach dem Parallelogrammsatz in Komponenten zerlegen. Wir wollen AA' zerlegen in zwei Komponenten, deren eine AD parallel zur Grenzfläche der Medien 1 und 2, deren andere AE senkrecht zu dieser Fläche ist. Diese Zerlegung kann man in jedem Punkte des Feldes vornehmen. Tut man dies auch in dem Punkt A' der Grenzfläche, so wird die Größe der Komponente $A'D'$ sich beim Übergang ins Medium 2 nicht ändern, weil ja die elektrische Feldstärke bei einem derartigen Übergang durch eine der Feldrichtung parallele Grenzschicht, wie oben ausgeführt, keinen Sprung erleidet. Wohl aber erleidet die senkrecht zur Oberfläche gerichtete Komponente einen Sprung, derart, daß sich die Größen derselben in den beiden Medien umgekehrt wie die Dielektrizitätskonstanten derselben verhalten, also

$$A'E' : AE = \varepsilon_1 : \varepsilon_2$$

ist. Man pflegt dies in folgender Form auszudrücken:

Bei einem Übergang aus einem Medium in ein anderes bleibt die Tangentialkomponente der Feldstärke stetig, die Normalkomponente erleidet einen Sprung.

Die beiden Komponenten $A'E'$ und $A'D'$ setzen sich im Medium 2, wie aus der Figur leicht ersichtlich, zu einem Gesamtwert der Feldstärke zusammen, welcher andere Größe und andere Richtung hat, als im Medium 1, es findet also Brechung der Induktionslinien statt.

Man kann leicht das Gesetz dieser Brechung aus der Figur ablesen:

Seien α_1 und α_2 die Winkel, welche die Feldrichtungen in den beiden Medien mit der Senkrechten auf der Grenzfläche bilden, so ist:

$$\operatorname{tang} \alpha_1 = \frac{AD}{DA'} = \frac{AD}{AE}$$

$$\operatorname{tang} \alpha_2 = \frac{A'D'}{A'E'} = \frac{AD}{A'E'},$$

daher

$$\operatorname{tang} \alpha_1 : \operatorname{tang} \alpha_2 = A'E' : AE = \varepsilon_1 : \varepsilon_2,$$

oder in Worten:

Das Verhältnis der trigonometrischen Tangente des Einfalls- zu derjenigen des Brechungswinkels ist

eine Konstante, nämlich gleich dem Quotienten der Dielektrizitätskonstanten der beiden Medien.

Das Gesetz erinnert an das Snelliussche Brechungsgesetz für Lichtstrahlen, nur daß tang an Stelle von sin tritt. Wegen dieses Unterschiedes kann nie der Fall der Totalreflexion von Induktionslinien eintreten. Im Medium der größeren Dielektrizitätskonstante ist der Winkel der größere, also umgekehrt wie im Fall der Lichtstrahlen.

56. Folgerungen aus der Brechung der Induktionslinien. In einem Medium großer Dielektrizitätskonstante erfahren die Induktionslinien eine starke Brechung und werden daher verdichtet (Fig. 31). Bei normaler Inzidenz ist die Anzahl Induktionslinien, welche die zu ihnen senkrechte Flächeneinheit treffen, d. h. der Induktionsfluß durch die Flächeneinheit oder die Dichte der Induktionslinien, in beiden Medien gleich groß. Daher verhalten sich die Feldstärken umgekehrt wie die Dielektrizitätskonstanten.

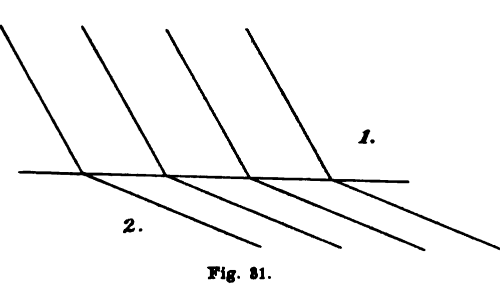


Fig. 31.

Je schiefer die Inzidenz, desto mehr verschwindet wegen der Verdichtung im Medium größerer Dielektrizitätskonstante dieser Unterschied der Feldstärken, welche im Grenzfall, welcher dadurch gegeben ist, daß die Induktionslinien der Grenzfläche parallel verlaufen, einander gleich werden.

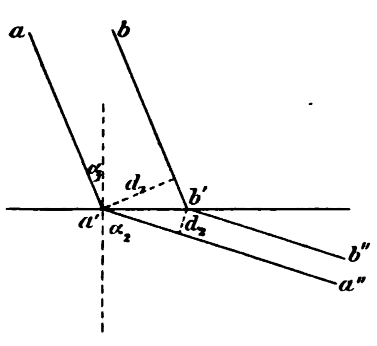


Fig. 32.

Dies kann man nach dem bisherigen auch leicht rechnerisch zeigen. In Fig. 32 sind $aa'a''$ und $bb'b''$ zwei durch die Grenze zweier Medien hindurchgehende Induktionslinien. Ihre senkrechten Abstände d_1 und d_2 verhalten sich natürlich umgekehrt wie die Anzahl der Linien, welche eine senkrecht zu ihnen

befindliche Flächeneinheit treffen, d. h. es ist:

$$d_1 : d_2 = N_2 : N_1 .$$

Nun ist aber, wie aus der Figur leicht zu ersehen:

$$d_1 = \overline{a'b'} \cdot \cos \alpha_1$$
$$d_2 = \overline{a'b'} \cdot \cos \alpha_2 ,$$

daher ist

$$N_2 : N_1 = \cos \alpha_1 : \cos \alpha_2 ,$$

d. h. in Worten:

Die Induktionsflüsse oder die Anzahl Induktionslinien, welche 1 qcm in senkrechter Richtung schneiden, verhalten sich umgekehrt wie die cos des Einfalls- und Brechungswinkels.

Für den ersten Grenzfall, für senkrechte Inzidenz, sind die cos = 1, daher die Induktionsflüsse gleich.

Für senkrechte Feldrichtung $N_1 = N_2$.

Dies ist der durch Fig. 28 veranschaulichte Fall.

Fernerhin sind die Induktionsflüsse N durch die Flächeneinheit stets in Beziehung zur Feldstärke gegeben durch:

$$N_1 = \varepsilon_1 \mathfrak{E}_1 \text{ und } N_2 = \varepsilon_2 \mathfrak{E}_2 .$$

Setzt man dies für N_1 und N_2 in das eben abgeleitete cos-Gesetz ein, so folgt:

$$\varepsilon_2 \mathfrak{E}_2 : \varepsilon_1 \mathfrak{E}_1 = \cos \alpha_1 : \cos \alpha_2 \text{ oder } \mathfrak{E}_2 / \mathfrak{E}_1 = \frac{\cos \alpha_1 \cdot \varepsilon_1}{\cos \alpha_2 \cdot \varepsilon_2} ,$$

und da nach dem Brechungsgesetz der Kraftlinien

$$\varepsilon_1 : \varepsilon_2 = \text{tang } \alpha_1 : \text{tang } \alpha_2$$

ist, so folgt weiterhin:

$$\frac{\mathfrak{E}_2}{\mathfrak{E}_1} = \frac{\cos \alpha_1 \text{ tang } \alpha_1}{\cos \alpha_2 \text{ tang } \alpha_2} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} ,$$

d. h. in Worten:

Die Feldstärken verhalten sich umgekehrt wie die sin des Einfalls- und Brechungswinkels.

Im anderen Grenzfall, d. h. bei streifender Inzidenz oder parallel zur Oberfläche stattfindendem Kraftverlauf, sind die sin = 1, daher die Feldstärken in den beiden Medien gleich.

Für streifende Feldrichtung $\mathfrak{E}_1 = \mathfrak{E}_2$.

Dies ist der durch Fig. 27 veranschaulichte Fall.

57. Die bei Erzeugung einer elektrischen Verschiebung zu leistende Arbeit. Energie des elektrischen Feldes. Die Erzeugung eines elektrischen Feldes in einem Dielektrikum versetzt dasselbe in einen Spannungszustand, indem das Feld gegen einen nach Art einer elastischen Kraft wirkenden Widerstand die elektrische Verschiebung bewirkt. Das Feld wirkt so lange „verschiebend“, bis das durch die Verschiebung erzeugte Gegenfeld entgegengesetzt gleich geworden ist. Dann ist die verschiebende Gesamtkraft Null und der neue Gleichgewichtszustand im elektrischen Feld erreicht. Es ist der Vorgang vergleichbar mit der Deformation einer Feder, welche durch eine äußere Kraft so weit gespannt wird, bis die Gegenkraft der Feder der wirkenden Kraft das Gleichgewicht hält.

Es werde aus dem Feld ein kleiner Raumteil herausgegriffen, innerhalb dessen die Feldstärke als konstant, das Feld als homogen anzusehen ist. Der Raumteil sei ein kleiner Zylinder, dessen Mantel durch Induktionslinien, dessen Endflächen durch Flächenstücke senkrecht zu den Induktionslinien gebildet werden. Die Seite des Zylinders habe die Länge d, die Endflächen den Querschnitt S. Dann wird in dem Zylinder durch ein Feld $\mathfrak{E}$ verschoben eine Elektrizitätsmenge e, welche gegeben ist durch das Produkt aus elektrischer Verschiebung und Zylinderquerschnitt. Es ist

$$e = \frac{\varepsilon}{4\pi}\,\mathfrak{E}\cdot S.$$

Mit $+e$ bzw. $-e$ laden sich infolge der Verschiebung die beiden Endflächen auf. Das herausgegriffene Volumenelement verhält sich dann wie ein geladener Kondensator, dessen Belegungen durch die beiden Endflächen des Zylinders gebildet werden. Ist nun V die Potentialdifferenz der beiden Endflächen, so ist nach § 34 die zu ihrer Aufladung erforderliche Energie, d. h. der bei der Ladung erfolgende Energiezuwachs des kleinen Zylinders:

$$A = \tfrac{1}{2}\,e\,V = \frac{\varepsilon}{8\pi}\,\mathfrak{E} S V.$$

Da V aber mit $\mathfrak{E}$ durch die Beziehung $\mathfrak{E} = \frac{V}{d}$ verbunden ist, so folgt hieraus

$$A = \frac{\varepsilon}{8\pi}\,\mathfrak{E}^2 S d.$$

Das Produkt Sd ist das Volumen des kleinen Zylinders; daher folgt für die Energie der Volumeneinheit eines elektrischen Feldes:

$$E = \frac{\varepsilon}{8\pi} \mathfrak{E}^2.$$

58. Die Bewegung von Isolatoren und Leitern in einem elektrischen Feld erfolgt so, daß dessen Energie ein Minimum wird. Wir haben gesehen, daß durch Einbringen eines Mediums der Dielektrizitätskonstante ε in ein elektrisches Feld die Feldstärke an dieser Stelle im Verhältnis $1:\varepsilon$ abnimmt, d. h. also in dem eingeführten Medium kleiner ist als vorher an dessen Stelle in Luft. Diese Abnahme der Feldstärke konnten wir als von induzierten scheinbaren Flächenbelegungen auf der Oberfläche des eingebrachten Mediums herrührend ansehen. Die Formel des vorigen Paragraphen für die Energie der Volumeneinheit zeigt, daß mit dieser Abnahme der Feldstärke $\mathfrak{E}$ eine Abnahme der Energie in dem von dem Medium eingenommenen Feldteile in gleichem Verhältnis $1:\varepsilon$ verbunden ist. In einem elektrischen Felde erfolgt also, vorausgesetzt, daß von außen keine Energiezufuhr stattfindet, stets eine Energieabnahme, wenn ein Körper von größerer Dielektrizitätskonstante in dasselbe eingeführt, oder in ihm von Stellen kleinerer zu Stellen größerer Feldstärke bewegt wird. Nun gilt ganz allgemein in der Physik ein Satz, welcher aussagt, daß solcherlei mit Energieabnahme eines Systems verbundene Bewegungen von selbst einzutreten suchen. Dieser Satz lautet:

Die potentielle Energie eines jeden Systems strebt einem Minimum zu. Ein Stein z. B. sucht im Felde der Schwerkraft so tief wie möglich zu fallen; jedes bewegliche schwere System, z. B. ein Pendel, stellt sich so ein, daß sein Schwerpunkt am tiefsten liegt; eine gespannte Feder sucht die Spannung zu verlieren u. a. m. Die Anwendung dieses Satzes auf das elektrische Feld lautet:

Jeder Leiter oder Isolator sucht sich im elektrischen Felde so zu bewegen, daß dessen Energie ein Minimum wird.

Von diesem Gesichtspunkt aus lassen sich alle Bewegungserscheinungen im elektrischen Felde erklären. Ebenso auch die Erscheinungen der Elektrizitätsverteilung auf Leitern, da auch

die Bewegung der Elektrizität selbst diesem Gesetz unterworfen ist.

Dem Gesetz entsprechend bewegt sich in einem Feld ein Körper, der eine größere Dielektrizitätskonstante als die Umgebung besitzt, nach Stellen größter Feldstärke und sucht möglichst viele Induktionslinien in sich aufzunehmen. Ein Körper kleinerer Dielektrizitätskonstante verhält sich umgekehrt. Ein Ebonitkügelchen wird in Luft von einem Konduktor einer Elektrisiermaschine angezogen, in Äther, welcher eine größere Dielektrizitätskonstante als Ebonit besitzt, abgestoßen. Eine an einem Wagebalken aufgehängte Glas- oder Ebonitscheibe wird in den Raum zwischen zwei Kondensatorplatten hineingezogen. Dabei wird Arbeit geleistet und dem Kondensator geht dafür elektrische Energie verloren. Ist der Kondensator mit einer Batterie verbunden, welche ihn auf konstante Potentialdifferenz aufladet, so wird die dielektrische Platte auch hineingezogen und dabei von den elektrischen Kräften Arbeit geleistet. Außerdem wächst aber die Energie des Kondensatorfeldes um den der Arbeit gleichen Betrag. Den doppelten Arbeitsbetrag hat daher die Batterie bei dem Vorgang herzugeben. (Vgl. auch § 38.)

Dagegen erleidet in einem homogenen elektrischen Feld ein Kügelchen eines Isolators keinerlei Bewegungsantrieb, weil durch eine Bewegung der Isolator nicht mehr Induktionslinien in sich aufnehmen könnte. Deformiert man aber das Feld durch eine in die Nähe des Kügelchens gehaltene Isolatorstange, so wird das Kügelchen von dieser angezogen, was man auch als Folge der auf der Stange und dem Kügelchen influenzierten scheinbaren Ladungen interpretieren kann.

59. Andere Formulierung dieses Gesetzes: Der dielektrische Widerstand sucht ein Minimum zu werden. Wir betrachten wie in § 57 einen aus einem elektrischen Feld herausgegriffenen Zylinder vom Querschnitt S und der Länge l; der Mantel sei aus Induktionslinien gebildet. Der Energiegehalt dieses Zylinders, welcher das Volumen Sl hat, ist

$$E = \frac{\varepsilon}{8\pi} \mathfrak{E}^2 \cdot Sl.$$

Der Induktionsfluß durch die Endfläche ist $N = \varepsilon \mathfrak{E} S$.

Eliminiert man mit Hilfe dieses Ausdruckes in der Energieformel die Größe $\mathfrak{E}$, so wird

$$E = \frac{1}{8\pi} \cdot \frac{N^2 l}{\varepsilon S} = \frac{1}{8\pi} N^2 W,$$

wenn man $\frac{l}{\varepsilon S} = W$ setzt.

Der obige Ausdruck für die Energie des herausgegriffenen Zylinders erinnert an die Formel für die in einem vom Strom i durchflossenen Draht des Widerstandes w pro sek erzeugte Wärmeenergie. Dieselbe ist durch das Joulesche Gesetz gegeben als:

$$E = i^2 w.$$

In den beiden ähnlichen Ausdrücken entspricht die Stromstärke i dem Induktionsfluß N, der Ohmsche Widerstand w der Größe W. Dieselbe bezeichnet man als dielektrischen Widerstand.

Die Formel, welche den dielektrischen Widerstand des Zylinders darstellt:

$$W = \frac{l}{\varepsilon \; S},$$

entspricht auch dem Ausdruck des Ohmschen Widerstandes eines Drahtes von der Länge l und dem Querschnitt S. Derselbe ist nämlich

$$w = \frac{l}{\varkappa \cdot S},$$

wenn $\varkappa$ das elektrische Leitungsvermögen des Drahtmaterials ist. Dem $\varkappa$ entspricht in der Formel für den dielektrischen Widerstand die Dielektrizitätskonstante ε, woraus die Berechtigung für den Namen „dielektrisches Leitvermögen" (siehe § 42) erhellt.

Für den Induktionsfluß durch den betrachteten kleinen Zylinder gilt ferner die dem Ohmschen Gesetz ganz analoge Beziehung:

$$\text{Induktionsfluß} = \frac{\text{Potentialdifferenz der Endflächen}}{\text{Dielektrischer Widerstand}};$$

denn die Potentialdifferenz an den Enden des Zylinders, der die Länge l hat, ist

$$V = \mathfrak{E} \cdot l,$$

also

$$N = \frac{V}{W} = \frac{\mathfrak{E} \cdot l}{W} = \varepsilon \mathfrak{E} S.$$

Diese Sätze gelten für jeden aus einem elektrischen Feld herausgegriffenen Raumteil, der eine gegebene Zahl von Induktionslinien enthält, also seitlich von Induktionslinien begrenzt ist. Ein solches Gebilde nennt man eine Induktionsröhre. Die Feldlinien brauchen gar nicht gleichförmig zu verlaufen, sondern es kann die Induktionsröhre von Stelle zu Stelle ihren Querschnitt beliebig verändern. Man braucht dann nur die Röhre in einzelne Teile zu zerlegen, die so klein sind, daß man sie als kurze Zylinder ansehen kann, und den dielektrischen Widerstand aller einzelnen Teile nach obiger Formel zu berechnen. Der Gesamtwiderstand setzt sich additiv aus den Einzelwiderständen zusammen.

Aus der Beziehung zwischen der elektrischen Energie und dem dielektrischen Widerstand folgt in Verbindung mit dem Satze des vorigen Paragraphen:

Alle Bewegungen, welche in einem elektrischen Felde von selbst stattfinden, sind derart, daß der dielektrische Widerstand ein Minimum wird.

Ein Körper größerer Dielektrizitätskonstante bewegt sich also z. B. nach Stellen größter Induktionsliniendichte, weil er dadurch den dielektrischen Widerstand am meisten verkleinert.

Dritter Abschnitt.

Magnetismus.

60. Natürliche und künstliche Magnete. Der natürlich sich vorfindende Magnetit zeigt oft die Eigenschaft, kleine Eisenstücke anzuziehen. Diese Eigenschaft ist Magnetismus genannt worden. Fig. 33 zeigt einen natürlichen Magneten mit Armatur. Ohne selbst die Eigenschaft zu verlieren, ist der natürliche Magnet fähig, Eisen- oder besonders Stahlstäben dieselbe Eigenschaft zu erteilen. Dadurch, daß man solche Stäbe der Länge nach mit dem Magneten bestreicht, werden sie selbst künstliche Magnete. Ein so behandelter Stab erscheint vorwiegend an den beiden Enden magnetisch, in der Mitte unmagnetisch. Die beiden Enden zeigen polare Unterschiede. Hat man zwei nebeneinander liegende Stäbe in gleicher Weise mit einem Magneten bestrichen, und hängt man sie an Fäden auf, so zeigen Enden, die auf der gleichen Seite lagen, Abstoßung voneinander, Enden, die auf entgegengesetzten Seiten lagen, gegenseitige Anziehung.



Fig. 33.

61. Das Coulombsche Gesetz. Einheit der Polstärke. Zwei magnetisierte lange dünne Stahlstäbe wirken so aufeinander, als ob sich in ihren Endpunkten, den sogenannten Polen, gleiche Mengen zweier entgegengesetzte Wirkung ausübender Agenzien befänden.

Coulomb untersuchte mit der Drehwage die Größe der zwischen zwei Polen wirkenden Kraft und fand sie umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung. Außerdem hängt die Größe der Kraft von der Stärke der Magnetisierung ab. Analog

zu dem Gesetz für die Anziehung oder Abstoßung zwischen elektrischen Polen kann man die Kraft zwischen den magnetischen Polen der Menge eines magnetisehen Agens, welches sich in jedem Pol befinden soll, der **Magnetismusmenge** oder **Polstärke** proportional setzen und erhält für diese Kraft das Gesetz:

$$\text{Kraft} = \text{Konst.}\ \frac{\mathfrak{m} \cdot \mathfrak{m}'}{r^2}.$$

Die Größe der Konstanten hängt ganz davon ab, wie man die Einheit der Magnetismusmenge $\mathfrak{m}$ definieren will.

Man hat es für zweckmäßig befunden, die Konstante in diesem Gesetz gleich der Zahl 1 zu setzen, und hat dadurch eine bestimmte Definition für die Einheit der Magnetismusmenge $\mathfrak{m}$ festgelegt.

Es ist also:
$$\text{Kraft} = \frac{\mathfrak{m} \cdot \mathfrak{m}'}{r^2}$$
und dementsprechend:

Einheit der Magnetismusmenge (oder auch Polstärke genannt) **diejenige, welche eine ihr gleiche im Abstand 1 cm mit der Kraft 1 Dyne abstößt.**

Dim. [Magnetismusmenge] = Länge $\sqrt{\text{Kraft}} = m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-1}$.

62. Die Erde ein Magnet. Nord- und Südmagnetismus. Daraus, daß eine aufgehängte magnetisierte Nadel (Kompaßnadel) sich stets in eine bestimmte Richtung einstellt, ist zu schließen, daß überall auf der Erdoberfläche auf die Pole derselben eine magnetische Kraft ausgeübt wird. Die Erde verhält sich wie ein großer Magnet, dessen Pole nicht weit von den geographischen Polen entfernt sind. Man nennt den Pol eines Stahlstabs, welcher sich nach Norden bewegt, den **Nordpol** des Stabes, den anderen den **Südpol**. Wegen der Größe des Erdmagneten ist das Erdfeld für Räume, in denen wir Laboratoriumsmessungen ausführen, als homogen anzusehen.

63. Magnetische Feldstärke. Magnetisches Potential. Da das Grundgesetz des Magnetismus das gleiche wie das der Elektrostatik ist, so können wir alle an dasselbe anknüpfenden Ableitungen und Definitionen ohne weiteres ins magnetische Gebiet übertragen. Dies gilt vor allem für den Begriff des magnetischen Feldes, für die magnetische Feldstärke, das magnetische Potential und ihre Einheiten.

Ein magnetisches Feld $\mathfrak{H}$ hat die Stärke 1, wenn der Magnetpol 1 in ihm die Antriebskraft 1 Dyne erfährt

$$[\text{Feldstärke}] = \frac{\text{Kraft}}{\text{Länge}\sqrt{\text{Kraft}}} = m^{\frac{1}{2}} l^{-\frac{1}{2}} t^{-1}.$$

Ein Punkt in einem magnetischen Feld hat das absolute Potential $V = 1$, wenn die Arbeit 1 Erg erforderlich ist, um den Magnetpol 1 aus dem Unendlichen an den Punkt zu schaffen.

Das magnetische Feld läßt sich in gleicher Weise wie das elektrische durch Kraftlinien und Niveauflächen graphisch veranschaulichen.

Magnetische Feldstärke und Potential sind durch dieselbe Beziehung miteinander verbunden wie die entsprechenden elektrischen Größen; es ist nämlich die magnetische Feldstärke in beliebiger Richtung gleich der Abnahme des magnetischen Potentials für die Längeneinheit.

In einem homogenen magnetischen Feld ist die Feldstärke in Richtung der Verbindungslinie zweier Punkte daher gleich der Potentialdifferenz φ dieser Punkte dividiert durch ihre Entfernung

$$\mathfrak{H} = \frac{\varphi}{d}.$$

64. Molekularmagnete. Es gibt keine Leiter für Magnetismus im Sinne von Elektrizitätsleitern. Daher ist die Summe der Polstärken für jeden Magneten Null. Zeigen sich so einerseits sehr weitgehende formale Analogien zwischen dem magnetischen und dem elektrischen Feld, so zeigen sich auch andererseits durchgreifende Unterschiede. Wie ein einfacher Versuch zeigt, darf man die magnetische Kompaßnadel nicht in ähnlicher Weise auffassen, wie die in § 7 erwähnte elektrische Kompaßnadel oder etwa wie einen im elektrischen Felde influenzierten Leiter, welcher ja auch sich polar verhält. Denn wenn man diesen oder die elektrische Kompaßnadel in der Mitte auseinander bricht, so zeigt jede Hälfte an einem Elektrometer eine freie Ladung an, die eine Hälfte positive, die andere negative.

Zerbricht man aber einen Magnetstab, so zeigt sich jedes Bruchstück, wie klein es auch sein mag, wieder als ein voller Magnet, der am einen Ende Nord- am andern Ende Südmagnetis-

mus aufweist. Wenn demnach die Wirkung eines Magnetstabs nach außen eine solche ist, als ob sich in den Polen gewisse entgegengesetzt gleiche Mengen von freiem Magnetismus befänden, so ist dem in Wirklichkeit doch nicht so. Jeder noch so kleine Raumteil des Magneten enthält vielmehr gleiche Mengen entgegengesetzten Vorzeichens, und man hat demnach einen Magneten, ähnlich wie das in Fig. 34 dargestellte Modell, als aus lauter einzelnen sehr kleinen Magnetchen, den Molekularmagneten, zusammengesetzt anzusehen. Ein Magnetstab ist also polarisiert, so wie ein Isolator in einem elektrischen Felde.

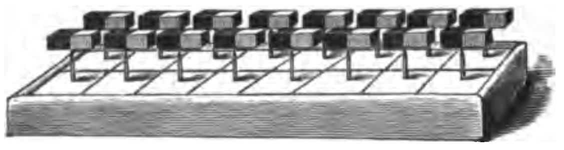


Fig. 34.

Niemals tritt durch Leitung eine wirkliche Trennung der entgegengesetzten Magnetismusmengen ein, wie sie bei den elektrischen Teilchen möglich ist. Daß die magnetischen Erscheinungen einen ganz anderen Charakter als die elektrischen haben, liegt also an dem Umstand, daß Magnetismus sich in keinem Körper durch Leitung ausbreiten kann, wie die Elektrizität es in den Metallen tut. Die Metalle unterscheiden sich in elektrischer Beziehung dadurch von den übrigen Körpern, daß sich in ihnen kein elektrisches Feld im Gleichgewicht halten kann. Etwas derartiges gibt es für den Magnetismus nicht. In allen Körpern kann ein magnetisches Feld im Gleichgewicht sich aufrecht erhalten. Alle Körper verhalten sich im magnetischen Feld wie magnetische Isolatoren.

Eine Folge davon ist, daß auf jedem Körper die Summe aller Magnetismusmengen Null ist, d. h. daß auf jedem Körper sich stets gleich viel Nord- und Südmagnetismus befindet. Der gleiche Satz gilt bezüglich positiver und negativer Elektrizität nur für Isolatoren. Ein herausgegriffener Teil eines in ein elektrisches Feld gebrachten Isolators ist polarisiert, d. h. enthält an seinen Enden gleich viel + und — Elektrizität. Beliebige Quanten einer Elektrizitätsart sind aber durch Leitung auf Metallkugeln überzuführen, welche dann positive oder negative Elektrizität

für sich enthalten. Dies ist für den Magnetismus unmöglich. Es ist für jeden Magneten $\sum \mathfrak{m} = 0$.

Man erkennt dies daran, daß ein Magnet in einem homogenen Magnetfeld, z. B. dem Erdfeld, keine ihn von seinem Platze treibende Antriebskraft erfährt; das Erdfeld wirkt auf $+\mathfrak{m}$ und $-\mathfrak{m}$ im Magneten mit entgegengesetzt gleichen Kräften.

Die Analogie mit § 53 zeigt auch, daß die Magnetismusmengen, welche die Pole eines Magneten enthalten, nur scheinbare magnetische Belegungen sind. Es gibt keinen wahren Magnetismus. Nur die große Bequemlichkeit, welche die formale Analogie mit den elektrischen Ladungen bietet, ist die Veranlassung zur Beibehaltung des einmal eingeführten Begriffs der magnetischen Polstärke (s. auch § 70).

65. Magnetische Verschiebung. Influenzierter Magnetismus. Da nach dem vorigen Paragraphen die Leitungserscheinungen für Magnetismus fortfallen, so werden wir weitere Fortschritte in der Erkenntnis vor Allem durch Vergleich mit den Vorgängen in Isolatoren zu erwarten haben. In Analogie mit den letzteren haben wir uns also jeden Körper aus kleinsten Teilchen bestehend zu denken, welche gleiche Quanten positiven oder Nord- und negativen oder Südmagnetismus enthalten. Wird der Körper dem Einflusse eines magnetischen Feldes ausgesetzt, so tritt eine Polarisation ein, dadurch daß + und − Magnetismus sich im Teilchen in der Feldrichtung trennen. Ob man dabei eine Bewegung des Magnetismus in den Teilchen oder eine drehende Bewegung der bereits polaren, aber vorher regellos durcheinander liegenden Teilchen oder überhaupt keine eigentlichen Magnetismen, sondern kleine molekulare elektrische Ströme, die in ihrer Wirkung gleichartig sind, anzunehmen hat, ist, was den Effekt, d. h. die Größe der Verschiebung, anlangt, gleichgültig; beide Vorgänge lassen eine gewisse Magnetismusmenge durch jeden Querschnitt des Diamagnetikums hindurchgehen. Die Größe der magnetischen Verschiebung, d. h. die Magnetismusmenge, welche eine zur Kraftlinienrichtung senkrechte Flächeneinheit passiert, ist proportional der magnetischen Feldstärke $\mathfrak{H}$ und einer der Dielektrizitätskonstanten analogen Konstanten μ, und zwar in Übereinstimmung mit § 45:

$$Q = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \mathfrak{H} = \frac{1}{4\pi} \mathfrak{B}.$$

Das Produkt $\mu \mathfrak{H}$ wird in der Regel mit dem Buchstaben $\mathfrak{B}$ bezeichnet und heißt magnetische Induktion. Es ist der Induktionsfluß oder die Anzahl Induktionslinien durch eine senkrecht zur Feldrichtung stehende Flächeneinheit. Durch eine Fläche S senkrecht zu der Feldrichtung gehen also hindurch:

$$N = \mu \mathfrak{H} S = \mathfrak{B} S \text{ Induktionslinien.}$$

Ein Stück Eisen erscheint, in ein magnetisches Feld gebracht, infolge der Polarisation seiner kleinsten Teilchen an den Ein- und Austrittsstellen der magnetischen Induktionslinien mit scheinbarer magnetischer Belegung, d. h. mit influenziertem Magnetismus versehen, der an den Eintritt- und Austrittstellen der Induktionslinien entgegengesetztes Vorzeichen hat. Die Anzahl ein- und austretender Induktionslinien, damit die Größe der positiven und negativen scheinbaren Belegung, sind gleich.

66. Diamagnetische Erscheinungen. Dia-, para- und ferromagnetische Körper. Die je nach der Größe der Konstanten μ mehr oder weniger leichte magnetische Polarisierbarkeit der Materie hat in Analogie mit § 43 zur Folge, daß auch auf die mechanische Kraft, mit welcher zwei Magnete sich anziehen oder abstoßen das Medium, in welchem diese sich befinden, von Einfluß ist. Das Coulombsche Gesetz hat in seiner Erweiterung auf beliebige Diamagnetika die Form

$$\text{Kraft} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{m m'}{r^2}.$$

In dem entsprechenden elektrischen Gesetz steht statt μ die Dielektrizitätskonstante ε. ε ist für alle Substanzen größer als der Wert Eins, den es für Luft (strenger Vakuum) besitzt; ferner ist ε für alle Substanzen, für welche es gemessen worden ist, als unabhängig von der Feldstärke gefunden.

Die Größe μ im magnetischen Gesetz heißt Magnetisierungskonstante, auch Permeabilität, magnetische Leitfähigkeit (W. Thomson) oder Koeffizient der magnetischen Induktion (Maxwell). Sie unterscheidet sich von ε zunächst darin, daß ihr Wert für eine Anzahl von Körpern kleiner als der Wert 1 für das Vakuum ist. Diese Körper

heißen diamagnetische Körper. Typisches Beispiel eines solchen ist Wismut.

Die Körper, für welche $\mu > 1$, heißen paramagnetische Körper.

Für dia- und paramagnetische Körper ist μ eine nur von der Natur des Körpers abhängige Konstante, unabhängig von den äußeren magnetischen Verhältnissen. Es ist eine Zahl, welche für alle bekannten Körper dieser beiden Klassen dem Wert 1 sehr nahe ist. Die Größe, welche die Dielektrizitätskonstante für verschiedene Körper besitzt, variiert weit mehr.

Es gibt aber noch eine dritte Art von Körpern, für welche μ erstens zum Teil sehr hohe Werte annimmt und ferner auch mit der Intensität des magnetischen Feldes veränderlich ist. Zu dieser Art von Körpern, welche den Namen ferromagnetische Körper führen, gehören vor allem Eisen, Kobalt und Nickel, sowie nach einer neueren Untersuchung von Heusler gewisse Mangan-Kupferlegierungen. Bei ihnen ist der Name Magnetisierungskonstante für μ nicht mehr angebracht.

Als Beispiel seien hier nur einige Zahlen für eine von Hopkinson untersuchte Probe von Schmiedeeisen angeführt. In schwachem Feld ($\mathfrak{H}$ = ca. 2) zeigte dieselbe einen Wert $\mu = 3000$; in einem Feld von 50 Einheiten war μ nur noch 320; im starken Magnetfeld von 660 Einh. endlich $\mu = 30$. Trotz dieser in quantitativer Beziehung bestehenden Unterschiede im Verhalten der Körper gegen ein elektrisches und ein magnetisches Feld ist das Verhalten in qualitativer Hinsicht wegen der formalen Übereinstimmung der dasselbe bestimmenden Gesetze in beiden Fällen doch vollkommen gleich.

67. Verhalten der Grenzfläche zweier Diamagnetika. Entmagnetisierung. Brechung der Induktionslinien. Die in § 51 ff. angestellten Betrachtungen haben auch bezüglich des Verhaltens der Grenzfläche zweier Medien in einem magnetischen Felde ihre Gültigkeit. Stellt man den Kraftlinien eines homogenen magnetischen Feldes in Luft (Medium 1) eine Eisenplatte (Medium 2) senkrecht entgegen, so ist, da die Zahl Induktionslinien in beiden Medien die gleiche ist,

$$\mu_1 \mathfrak{H}_1 S = \mu_2 \mathfrak{H}_2 S.$$

Daraus folgt, daß im Eisen die Feldstärke im Verhältnis $\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{1}{\mu_2}$ kleiner sein muß, als in Luft, daß also ein Sprung der magnetischen Kraft an der normalen Grenzfläche eintritt.

Diese Verminderung kann man ansehen als herrührend von einer magnetischen Flächenbelegung auf der Grenzfläche Eisen gegen Luft. Die Dichte dieser entmagnetisierenden Belegung ist:

$$\sigma = \frac{\mathfrak{H}}{4\pi} \frac{1-\mu}{\mu}.$$

Wird ein Körper so in ein Magnetfeld gebracht, daß seine Oberfläche überall parallel zu den Kraftlinien des ursprünglichen Feldes ist, er also nirgends von denselben geschnitten wird, so sind analog dem elektrischen Fall § 51, Fig. 27, die Feldstärken im Eisen und in der Luft gleich. Die Induktionslinien im Eisen sind dann im Verhältnis $\mu_2 : \mu_1 = \mu_2 : 1$ dichter. Wie dieser Fall realisiert werden kann, ist z. B. in § 90 behandelt.

Bei beliebiger Orientierung der Grenzfläche zwischen den Medien gilt der allgemeine Satz: Bei dem Übergang aus einem Medium in das andere bleibt die Tangentialkomponente der Feldstärke stetig ($\mathfrak{H}_1^t = \mathfrak{H}_2^t$), die Normalkomponente $\mathfrak{H}^n$ erleidet einen Sprung, derart, daß $\mathfrak{H}_1^n \mu_1 = \mathfrak{H}_2^n \mu_2$ ist.

Die Normalkomponente der magnetischen Induktion bleibt also stetig.

Diesem Satze zufolge findet an der Grenzfläche eine Brechung der Induktionslinien statt, für welche das Tangentengesetz des § 55 gilt:

$$\operatorname{tang} \alpha_1 : \operatorname{tang} \alpha_2 = \mu_1 : \mu_2.$$

68. Schirmwirkung des Eisens. Wegen der sehr hohen Permeabilität des weichen Eisens findet bei dem Übergang aus Luft in Eisen schon bei wenig schiefem Einfall eine sehr starke Brechung statt. Darauf beruht die starke Schirmwirkung eines Eisenringes. In den Raum innerhalb des Ringes können nur wenige Induktionslinien treten. (Fig. 35.)

Diese Eigenschaft des Eisens wird benutzt, um die Kraftlinien magnetischer Störungen von den empfindlichen Galvanometern fernzuhalten. Man umgibt die Galvanometer mit Ringen,

welche aus Eisendrähten mit hoher Permeabilität hergestellt sind. Es werden von Siemens & Halske die sog. Panzergalvanometer in den Handel gebracht, welche nach Angaben der Herren Du Bois und Rubens gebaut sind. Die große Störungsfreiheit dieser Galvanometer beruht darauf, daß Spulen und Magnetsystem in einen aus zwei konzentrischen Kugeln weichen Eisens bestehenden Panzer eingebaut sind (s. § 143).

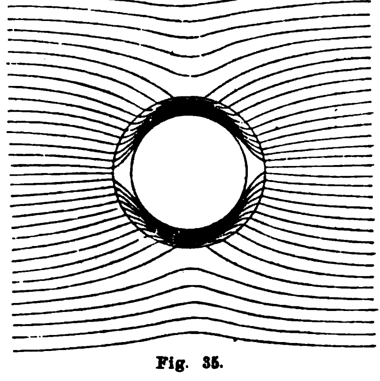
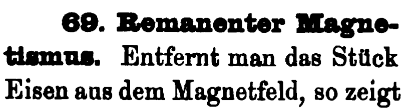


Fig. 35.



69. Remanenter Magnetismus. Entfernt man das Stück Eisen aus dem Magnetfeld, so zeigt sich eine Erscheinung, welche an Dielektrizis nicht bekannt ist. Während nämlich jeder Isolator seine Polarisation sofort bei Verschwinden des induzierenden elektrischen Feldes verliert (manche Isolatoren allerdings sofort nur bis zu einem gewissen kleinen Rückstand, welcher aber auch sehr bald vergeht), behält das Eisen einen Teil seiner Polarisation dauernd bei. Dieser Teil hat bei verschiedenen Eisensorten verschiedene Größe, ist besonders groß für Stahl, sehr gering für sehr weiches Eisen. Er ist nur bei ferromagnetischen Körpern beobachtet und heißt remanenter Magnetismus. Jeder permanente Magnet, auch der Magnetstein, verdankt seinen Magnetismus dieser Erscheinung.

70. Die Induktionslinien jedes magnetischen Feldes sind in sich geschlossene Kurven. Was von den Induktionslinien des induzierten Magnetismus gilt, gilt natürlich auch von denen des remanenten Magnetismus. Die Anzahl der aus- und die der eintretenden Induktionslinien sind für einen permanenten Magneten wie für jeden magnetischen Raumteil gleich. Das ist im Induktionslinienbilde ausgedrückt dasselbe, was in § 64 als der Satz ausgesprochen war, daß die Summe der Magnetismusmengen für jeden Magneten oder Teil eines Magneten Null ist.

Wenn wir also einen Magnetstab in Luft haben, so muß für jede geschlossene Fläche, welche man durch ihn oder in

seiner Umgebung konstruiert denken kann, die Anzahl der eintretenden gleich der Anzahl der austretenden Induktionslinien sein. Daraus folgt, wie leicht einzusehen, daß jede den Magneten verlassende Induktionslinie wieder in ihn zurückkehren und sich innerhalb desselben schließen muß. Jede magnetische Induktionslinie ist eine in sich geschlossene Kurve. Es gibt nirgends freie Enden von magnetischen Induktionslinien, daher nirgends eine wahre Magnetismusmenge.

Dies ist der bereits vorher erwähnte Unterschied von elektrischen Induktionslinien, welche freie Enden auf Leitern haben, die dann ihrerseits wahre elektrische Ladungen besitzen.

71. Vieldeutigkeit des magnetischen Potentials. Das Geschlossensein der magnetischen Induktionslinien hat zur Folge, daß wir das Potential an einer Stelle P des Feldes eines Stabmagneten nicht mehr als eindeutig ansehen können, wenn wir den Raum im Inneren des Magneten nicht von der Betrachtung vollständig ausschließen. Das Potential in P war definiert als Arbeit V, welche nötig ist, um die Magnetismusmenge $+1$ aus dem Unendlichen nach P zu bringen. Der Weg war dabei völlig gleichgültig. Nun kann ich mir aber z. B. $\mathfrak{m} = +1$ nach P gebracht, dann wieder aus P entfernt und auf geschlossener Bahn wieder nach P zurückgebracht denken. Auch die hierauf verwendete Arbeit muß gleich V sein, wenn das Potential in P ein eindeutig bestimmtes sein soll. Dies ist auch der Fall, sobald man nur nicht die geschlossene Bahn teilweise innerhalb des Magneten verlaufen läßt. Solange die geschlossene Kurve außerhalb desselben liegt, verschwindet die für die Bewegung längs derselben nötige Arbeit.

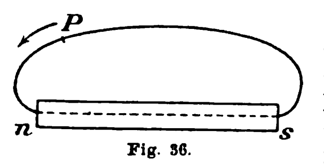


Fig. 36.

Um die Magnetismusmenge $+1$ von P aus längs einer geschlossenen Induktionslinie wieder nach P zu schaffen, hat man bei Bewegung in der Pfeilrichtung (Fig. 36) eine gewisse Arbeit zu leisten; denn überall geschieht die Bewegung gegen die magnetische Kraft, welche außen vom Nord- nach dem Südpol, innerhalb des Magneten aber vom Süd- nach dem Nordpol gerichtet ist.

Wie aus der Fig. 37 ersichtlich ist, laufen an der Grenze Eisen—Luft unmittelbar benachbarte Induktionslinien in den beiden Medien in entgegengesetzter Richtung. Solche Stellen, an welchen die Induktionslinien, wie man sagt, wirbeln, muß man von der Betrachtung ausschließen, wenn man von einem eindeutig bestimmbaren Potential eines Ortes reden will. Für einen Magnetstab ist, wenn φ das Potential an einem Punkt in seiner Nähe bei Ausschluß des vom Magneten eingenommenen Raumes aus der Betrachtung ist, das Potential mit Berücksichtigung dieses Raumes

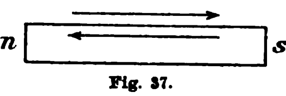


Fig. 37.

$$\varphi' = \varphi + nA,$$

wo n eine ganze Zahl und A die Arbeit ist, welche bei Bewegung der Magnetismusmenge $+1$ längs einer geschlossenen Induktionslinie geleistet wird.

A heißt die magnetomotorische Kraft des Magnetkreises.

In der Elektrostatik kennt man keine geschlossenen Induktionslinien. Alle Induktionslinien enden frei auf Leitern. Den Fall geschlossener elektrischer Kraftlinien kennt man nur in der Lehre von der bewegten Elektrizität, in Form der geschlossenen elektrischen Ströme. Diese bieten ein ähnliches Bild dar, wie das eben besprochene magnetische. Sind + und — Pol eines galvanischen Elements durch einen Draht verbunden, so fließt positive Elektrizität in der Pfeilrichtung, außerhalb des Elements von + nach —, innerhalb desselben von — nach +. Um gegen die Pfeilrichtung (Fig. 38) die Elektrizitätsmenge $+1$ von P längs des geschlossenen Kreises wieder nach P zu bringen, ist eine gewisse Arbeitsmenge E nötig, bei umgekehrter Bewegung, also in der Pfeilrichtung, wird sie geliefert. Das elektrische Potential V' in P ist daher vieldeutig, es ist auch hier

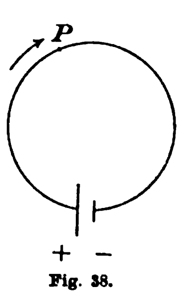


Fig. 38.

$$V' = V + nE.$$

E heißt hier die elektromotorische Kraft des Stromkreises.

72. Magnetische Energie. Die Betrachtungen der §§ 57ff. über die elektrische Energie lassen sich ganz ohne weiteres ins Magnetische übertragen. Ein magnetisches Feld der Intensität $\mathfrak{H}$ in einem Medium der Permeabilität μ besitzt pro Volumeneinheit die magnetische Energie:

$$T = \frac{\mu}{8\pi}\mathfrak{H}^2.$$

Der magnetische Widerstand ist für einen aus dem Felde herausgegriffenen Zylinder der Länge l und des Querschnitts S definiert als:

$$W = \frac{l}{\mu S}.$$

Unter Benutzung dieses Begriffes ist die magnetische Energie darstellbar in der Form:

$$T = \frac{1}{8\pi}N^2 W.$$

Ist ferner A die magnetomotorische Kraft, W der Gesamtwiderstand eines in sich geschlossenen Induktionslinienbündels, so ist die Zahl der Induktionslinien darin:

$$N = \frac{A}{W}.$$

Der magnetische Gesamtwiderstand eines Induktionslinienbündels, welches verschiedene Medien durchsetzt, setzt sich aus den einzelnen Widerständen seiner Teile additiv zusammen. Der magnetische Widerstand ist umso kleiner, je größer die Permeabilität oder die „magnetische Leitfähigkeit“ des Materials ist. W ist sehr klein in weichem Eisen.

Ein Eisenstück in Luft sucht sich nach Stellen zu bewegen, wo die Induktionsliniendichte groß ist, es strebt danach, den magnetischen Widerstand zu einem Minimum zu machen und wird also von einem Magneten angezogen. Ein diamagnetischer Körper sucht sich nach Stellen kleinerer Kraftliniendichte zu bewegen, wird daher von einem Magneten abgestoßen (Wismut). Um die Abstoßung eines Wismutstückchens von einem Magnetpol zu zeigen, muß dieser sehr kräftig sein. Man nimmt dazu einen starken Elektromagneten und hängt an einem längeren Faden ein Wismutstück dicht vor dessen einem Pol auf. Bei Stromschluß sieht man die Abstoßung. Ein Stab oder eine

Platte aus Wismut stellt sich aus dem gleichen Grunde zwischen den zwei Polen eines kräftigen Magneten äquatorial, d. h. senkrecht zur Verbindungslinie der Pole ein, während ein Stück paramagnetischer Substanz, z. B. Hartgummi sich axial einstellt. Ebenso suchen sich die Induktionslinien in festruhendem Material so zu verteilen, daß der magnetische Widerstand eines geschlossenen Induktionslinienbündels möglichst gering wird. Der Induktionslinienverlauf eines offenen Hufeisenmagneten ist schon aus der Form

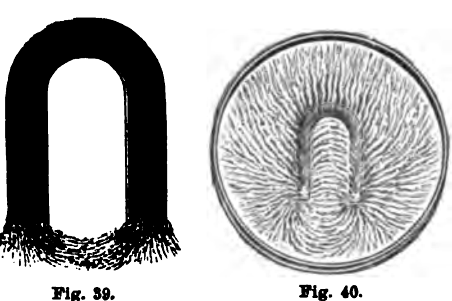


Fig. 39. Fig. 40.

ersichtlich, in welcher Eisenfeile an ihm haftet (Fig. 39). Eine andere Darstellung zeigen Fig. 40 und 41. Man erhält eine solche Figur, wenn man einen Hufeisenmagneten dicht unter ein Blatt Papier legt, auf welchem sich gleichmäßig verstreute Eisenfeilspäne befinden, und das Papier durch Klopfen erschüttert. Die Eisenteilchen ordnen sich dann längs der Induktionslinien zusammen. In Fig. 41 sind nur die Pole des Magneten dicht unter das Papier gehalten. Eine große Anzahl von Induktionslinien verlaufen in einem weiten Bogen, es findet eine

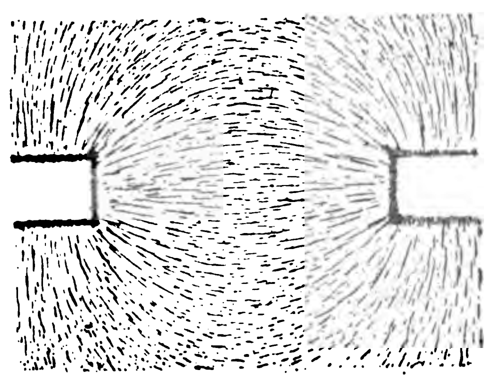


Fig. 41.

noch erhebliche Streuung von Induktionslinien statt. Diese wird fast vollständig aufgehoben, wenn ein Anker weichen Eisens vor den Magneten gelegt wird. Dann verlaufen fast alle Induktionslinien in dem nunmehr geschlossenen magnetischen Kreise. Die Streuung ist um so größer, je offener der Eisenkörper ist, und wird um so kleiner, je mehr sich die Form des Eisenkörpers dem geschlossenen Kreis nähert. Große Streuung

besitzt ein Magnetstab (Fig. 42), er wirkt auf relativ große Entfernung magnetisch; sehr viel geringer ist die Streuung eines Hufeisenmagneten, wenn eng gegenüberstehende Platten als Polschuhe an seine Enden gelegt werden. Das Feld zwischen den Platten ist homogen, wie das elektrische Feld in einem Plattenkondensator (Fig. 43).

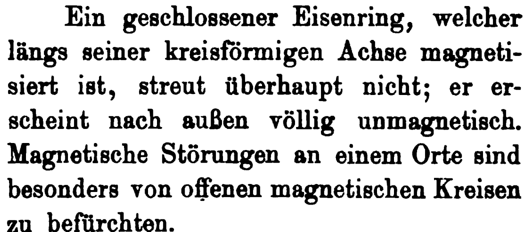


Fig. 42.

Ein geschlossener Eisenring, welcher längs seiner kreisförmigen Achse magnetisiert ist, streut überhaupt nicht; er erscheint nach außen völlig unmagnetisch. Magnetische Störungen an einem Orte sind besonders von offenen magnetischen Kreisen zu befürchten.

Mit der geringen Streuung der geschlossenen magnetischen Kreise Hand in Hand geht der weitere Vorteil derselben, daß für eine gegebene erzeugbare magnetische Feldstärke der erreichbare Wert der Induktion im geschlossenen Eisenkreis sehr viel höher liegt als in einem offenen Eisenkörper. Nehmen wir an, wir hätten ein Magnetfeld in Luft erzeugt, welches durch ein Bündel ringförmig geschlossener Induktionslinien charakterisiert ist. Man kann dies, wie später gezeigt werden wird, mit Hilfe elektrischer Ströme.

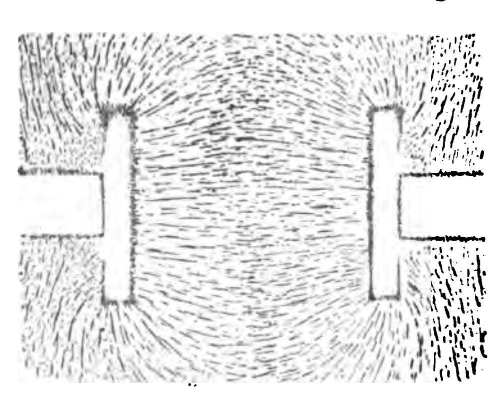


Fig. 43.

Bringt man in das Feld einen Eisenring, dessen Oberfläche überall parallel zu den Induktionslinien ist, so ist nach § 67 die Feldstärke im Eisen die gleiche, die Induktion und damit die Dichte der Induktionslinien daher μ-mal so groß. Dies ist nicht der Fall, wenn der Eisenring nicht geschlossen ist. Die auf den Endflächen induzierten magnetischen Belegungen wirken im Inneren des Eisens entmagnetisierend. Unter Verwendung des Begriffs des magnetischen Widerstandes kann man dies da-

durch erklären, daß im Falle des vollkommen das Feld ausfüllenden geschlossenen Eisenringes der nunmehr μ-mal kleinere magnetische Widerstand bei gleichbleibender Feldstärke und damit magnetomotorischer Kraft (§ 71) den Induktionsfluß μ-mal größer macht, wie ein μ-mal kleinerer galvanischer Widerstand bei gleichbleibender elektromotorischer Kraft den galvanischen Strom μ-mal größer machen würde.

73. Quinckesche Methode zur Bestimmung der Magnetisierungskonstanten μ. Die Messung der Kraft, welche paramagnetische Körper in ein magnetisches Feld zu ziehen, diamagnetische Substanzen aus demselben zu entfernen strebt, kann man dazu verwenden, die Größe der Magnetisierungskonstanten μ zu bestimmen. Befindet sich der eine Schenkel eines mit einer paramagnetischen Flüssigkeit erfüllten U-rohrs in einem Magnetfeld, der andere außerhalb desselben, so muß im ersteren wegen des Zuges, der die Flüssigkeit ins Feld zu ziehen strebt, das Niveau ein höheres sein. Ohne Magnetfeld ist die Flüssigkeitshöhe in beiden Schenkeln gleich hoch; sobald das Magnetfeld erregt wird, stellt sich eine Niveaudifferenz her, bis der vom Magnetfeld ausgeübten Kraft die entgegengesetzte der Schwere das Gleichgewicht hält. Bei einer kleinen Verschiebung der Flüssigkeit aus der Gleichgewichtslage müssen die von beiden Kräften geleisteten Arbeiten zusammen Null ergeben. Ist h die Niveaudifferenz, q der Rohrquerschnitt, ϱ die Dichte der Flüssigkeit, g die Beschleunigung der Schwere, so ist bei einer kleinen Veränderung dh der Niveaudifferenz die Arbeit des hydrostatischen Drucks $qh\varrho g dh$. Die Änderung der magnetischen Feldenergie ist, da das Volumen qdh der Flüssigkeit mit der Permeabilität μ an Stelle von Luft ($\mu = 1$) getreten ist, sehr angenähert gleich $\left(\frac{\mu \mathfrak{H}^2}{8\pi} - \frac{\mathfrak{H}^2}{8\pi}\right) q dh$, so daß also

$$qh\varrho g dh = \frac{(\mu - 1)\, \mathfrak{H}^2 q dh}{8\pi}$$

oder

$$\mu - 1 = \frac{8\pi h \varrho g}{\mathfrak{H}^2}.$$

Genauer genommen hat an Stelle von Luft das Vakuum zu treten, oder man hat statt der eins die Größe μ_0 für Luft ein-

zusetzen. Auch sind Feldverzerrungen an der Flüssigkeit vernachlässigt. Letztere sind bei den sehr kleinen Unterschieden von μ gegen eins sehr gering.

Die Steighöhenmethode kann auch zur Messung stärkerer Magnetfelder benutzt werden.

74. Pole eines Magneten. Es ist eine experimentelle Erfahrung, daß im Falle sehr langer, dünner, gleichmäßig magnetisierter Eisenstäbe die scheinbaren magnetischen Belegungen als an den Enden der Stäbe konzentriert angesehen werden können. Die Enden werden Pole genannt. Nur in ihnen treten also die magnetischen Induktionslinien ein und aus. Allgemein ist dies aber nicht der Fall. Bei kürzeren und dickeren Stäben ist über die ganze Oberfläche hin scheinbare magnetische Belegung vorhanden; auch an der seitlichen Oberfläche treten mehr oder weniger Induktionslinien ein und aus. Für solche Stäbe ist die obige Definition für Pol daher nicht mehr anwendbar, und es bedarf einer neuen, erweiterten. Man denke sich einen solchen Magneten in ein homogenes Magnetfeld gebracht. Dann wird jedes Teilchen Nordmagnetismus einen Antrieb in Feldrichtung, jedes Teilchen Südmagnetismus einen solchen in entgegengesetzter Richtung erfahren. Alle Kräfte, welche auf eine Magnetismusart wirken, setzen sich wie die auf einen Körper wirkende Schwerkraft zu einer Resultierenden zusammen, welche in dem sog. „Mittelpunkt der parallelen Kräfte“ angreift. Diese Mittelpunkte für den positiven und den negativen Magnetismus heißen Nord- bzw. Südpol.

75. Das magnetische Moment $\mathfrak{M}$ eines Magneten wird das Produkt aus der Polstärke $\mathfrak{m}$ (d. h. Magnetismusmenge eines Pols) und dem Abstand l der Pole genannt. $\mathfrak{M} = \mathfrak{m} \cdot l$.

Da die Kraft, welche auf den Pol $\mathfrak{m}$ im Magnetfeld 1 ausgeübt wird, gleich $\mathfrak{m}$ Dynen ist, so ist das Moment $\mathfrak{M}$ das Drehungsmoment, welches der Magnet im Felde 1 erfährt, wenn seine Achse, d. h. die Verbindungslinie seiner Pole, senkrecht zur Feldrichtung ist. Um die Richtung der Achse eines Magneten im Raume festzulegen, nennen wir + Richtung derselben die Verbindungslinie vom Süd- nach dem Nordpol hin. Das Moment hat dieselbe Richtung.

76. Intensität der Magnetisierung $\mathfrak{J}$ nennt man bei einem Magneten das auf die Volumeneinheit bezogene magnetische Moment desselben. $\mathfrak{J}$ ist eine gerichtete Größe, deren Richtung mit der des Moments zusammenfällt.

Für einen gleichförmig, d. h. mit parallelen Induktionslinien magnetisierten Körper, bei welchem die Induktionslinien an ebenen Flächen ein- und austreten, hat die Intensität der Magnetisierung noch eine andere Bedeutung. Sie ist nämlich numerisch gleich der Flächendichte der scheinbaren magnetischen Belegung. Solcher Art magnetisierte Körper sind ein im Verhältnis zu seinem Querschnitt langer Magnet und eine unendlich ausgedehnte, senkrecht zu ihrer Begrenzungsebene magnetische Platte. Haben die Endflächen eines solchen Magneten die Größe S und den Abstand l, und ist die Flächendichte ihrer scheinbaren magnetischen Ladung σ, so ist das Moment

$$\mathfrak{M} = S\sigma l.$$

Daher die Intensität der Magnetisierung:

$$\mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{M}}{v} = \frac{S\sigma l}{v} = \frac{S\sigma l}{Sl} = \sigma.$$

77. Beziehungen zwischen Feldstärke, Induktion und Intensität der Magnetisierung. Die Betrachtungen dieses Paragraphen gelten teilweise nur für gleichförmig magnetisierte Körper. In diesen fallen Intensität der Magnetisierung und Induktion mit der Feldstärke in eine Richtung. Eine unendlich große Platte, welche senkrecht den Kraftlinien eines Feldes in den Weg gestellt wird, sowie ein langer, dünner Zylinder, dessen Achse parallel den Kraftlinien ist, werden in einem homogenen Magnetfeld gleichförmig magnetisiert.

Die Betrachtungen des § 51 können auf diese Fälle direkt übertragen werden. Wird z. B. die Platte in ein magnetisches Feld $\mathfrak{H}'$ normal eingeführt, so ist die Feldstärke $\mathfrak{H}$ in ihrem Inneren gegeben durch die Beziehung, welche ausdrückt, daß die magnetische Induktion in Luft und Eisen gleich sind:

$$\mathfrak{B} = 1 \cdot \mathfrak{H}' = \mu \mathfrak{H}.$$

Die Schwächung des Feldes auf den μ-ten Teil kann man ansehen als herrührend von einer Flächenbelegung, deren Dichte

nach §§ 52 und 67 gegeben ist durch

$$\sigma = \frac{\mathfrak{H}'}{4\pi} \cdot \frac{1-\mu}{\mu}.$$

Das Feld, welches die induzierte Flächendichte im Eisen hervorruft, ist von der + Ladung nach der — Ladung gerichtet. Da man die positive Richtung der Intensität der Magnetisierung $\mathfrak{J}$ von der — Ladung durch das Eisen nach der + Ladung rechnet, so hat man bei dem Ersatz von σ durch $\mathfrak{J}$ das Vorzeichen zu wechseln, $\sigma = -\mathfrak{J}$ einzusetzen. Es ist also, wenn man noch $\mathfrak{H}'$ durch $\mu\mathfrak{H}$ ersetzt:

$$-\mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{H}}{4\pi}(1-\mu)$$

$$-4\pi\mathfrak{J} = \mathfrak{H} - \mu\mathfrak{H} = \mathfrak{H} - \mathfrak{B},$$

daher:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J}.$$

Auch für das Verhältnis $\mathfrak{J} : \mathfrak{H}$ der Intensität der Magnetisierung zur Stärke des die Magnetisierung erzeugenden Feldes hat man eine Benennung eingeführt, indem diese Größe mit dem Buchstaben k bezeichnet und „magnetische Suszeptibilität" genannt wird. Auch sie ist eine für das Material charakteristische Größe. Wir haben also die Beziehungen:

$$\mathfrak{B} = \mu\mathfrak{H},$$
$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J},$$
$$\mathfrak{J} = k\mathfrak{H}.$$

Aus ihnen folgt die Beziehung zwischen der Permeabilität μ und der Suszeptibilität k:

$$\mu = 1 + 4\pi k.$$

78. Die Magnetisierung der ferromagnetischen Körper. In § 66 war es bereits als ein Charakteristikum der ferromagnetischen Körper gekennzeichnet worden, daß für sie μ keine Konstante ist, sondern von der magnetischen Feldstärke abhängt. Eine Kurve, welche die Induktion $\mathfrak{B}$ in Eisen in ihrer Abhängigkeit von der Feldstärke $\mathfrak{H}$ darstellt, ist daher nicht, wie bei para- und diamagnetischen Körpern und wie in allen Körpern bezüglich derselben elektrischen Größen, eine gerade Linie, sondern hat eine gekrümmte Gestalt. Fig. 44

zeigt eine solche Kurve, welche den Verlauf der Induktion $\mathfrak{B}$ in Eisen darstellt, wenn dasselbe in zuerst unmagnetischem Zustande einer immer stärkeren magnetischen Kraft $\mathfrak{H}$ unterworfen wird. Die Einheit der Ordinate ist in der Figur ca. tausendmal größer als die der Abszisse. Für kleine $\mathfrak{H}$, bis etwa $\mathfrak{H} = 0{,}02$ abs. Einh., ist die Kurve eine gerade Linie. Es ist dies in der Figur nicht deutlich zu erkennen und würde in einer Zeichnung, in welcher $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{H}$ in gleichem Maßstabe aufgetragen sind, besser sichtbar sein. Die Geradlinigkeit des Kurventeils bis $\mathfrak{H} = 0{,}02$ zeigt, daß bis zu diesem Werte von $\mathfrak{H}$ die Induktion $\mathfrak{B}$ der Feldstärke $\mathfrak{H}$ proportional, d. h. μ eine von der Feldstärke unabhängige Konstante ist (ca. gleich 300). Bei größer werdendem $\mathfrak{H}$ steigt die Kurve rasch an und der Wert von μ erreicht außerordentlich hohe Werte. (Bis 3000 und mehr. Die in der Figur mitgezeichnete Kurve für μ zeigt für die betreffende Eisenprobe den größten Wert $\mu = 2500$ bei $\mathfrak{H} = 2{,}5$ C. G. S.) Bei weiter wachsender Feldstärke wird μ aber wieder kleiner, und die Kurve für $\mathfrak{B}$ beginnt wieder flacher zu werden, um bei sehr großen Werten der Feldstärke wieder zu einer geraden Linie zu werden, welche, wenn Ordinate und Abszisse gleichen Maßstab haben, mit den Achsen einen Winkel von 45° bildet. Dies heißt, daß für diesen Teil der Kurve zwischen $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{H}$ die Beziehung besteht:

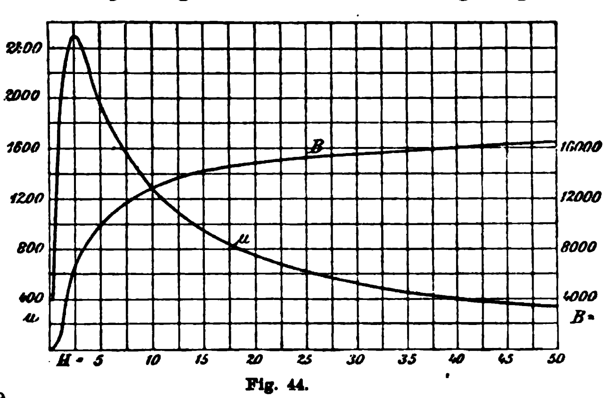


Fig. 44.

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + \text{Konst.}$$

Im vorigen Paragraphen war aber die Beziehung abgeleitet:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J}.$$

Ein Vergleich beider Formeln zeigt, daß für sehr große Feldstärken die Intensität der Magnetisierung $\mathfrak{J}$ konstant wird,

mit der Feldstärke nicht mehr zunimmt. Man sagt in diesem Fall, daß das Eisen „gesättigt“ ist. Die Feldstärke, welcher Eisen auszusetzen ist, um es bis zur Sättigung zu magnetisieren, ist mit der Sorte veränderlich. Sie beträgt für weiches Eisen ca. 2000 C. G. S. Für Stahl ist sie bedeutend größer, indem sie bis 10000 und mehr betragen kann.

79. Magnetische Hysteresis. Remanenz. Koerzitivkraft. Bezüglich der Veränderlichkeit von μ mit der Feldstärke zeigen die ferromagnetischen Körper noch eine weitere sehr bemerkenswerte Eigenschaft, welche Hysteresis genannt wird. Die Permeabilität hängt nämlich nicht nur von dem jeweiligen Werte der Feldstärke, sondern auch davon ab, welchen Wert

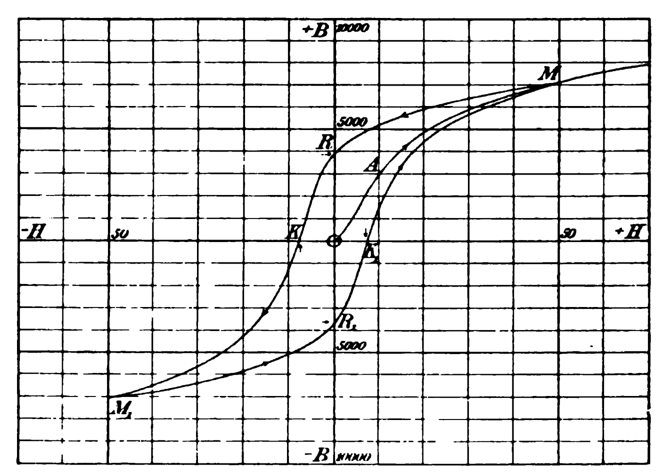


Fig. 45.

die Feldstärke vorher gehabt hat. Dies äußert sich darin, daß für den gleichen Wert der Feldstärke $\mathfrak{H}$ die Induktion $\mathfrak{B}$ einen verschiedenen Wert hat, je nachdem die Feldstärke vorher größer oder kleiner war; und zwar hat $\mathfrak{B}$ einen größeren oder kleineren Wert, je nachdem man sich dem Werte $\mathfrak{H}$ der Feldstärke von oben oder unten nähert. Demzufolge stellt sich die Abhängigkeit der Induktion von der Feldstärke in Form der in Fig. 45 gezeichneten Kurve dar. Ist das Eisen zunächst unmagnetisch, so steigt die Induktion mit wachsender Feldstärke gemäß der bereits in Fig. 44 angegebenen Kurve, der sog. jungfräulichen Kurve A in Fig. 45, an. Läßt man nun die Stärke

des magnetisierenden Feldes wieder allmählich bis Null sinken (durch Entfernen eines das Feld erzeugenden permanenten Magneten oder, wie es meist geschieht, durch Schwächen des Stromes in einer Magnetisierungsspule), so ändert sich $\mathfrak{B}$ gemäß dem über der jungfräulichen Kurve liegenden Kurvenstück *MRK*. Es ist also, auch wenn die magnetisierende Feldstärke $\mathfrak{H}$ den Wert Null angenommen hat, die Induktion $\mathfrak{B}$ nicht auf Null gesunken, sondern hat den Betrag *OR*, welcher die „Remanenz" genannt wird. Um die Induktion $\mathfrak{B}$ auf Null zu bringen, ist eine gewisse negative Feldstärke nötig, welche durch *OK* dargestellt wird und Koerzitivkraft heißt. Wächst die Feldstärke negativ bis 50 C. G. S. an, so gibt KM_1 den Verlauf von $\mathfrak{B}$ an. Läßt man $\mathfrak{H}$ jetzt allmählich von dem negativen Wert 50, welchem in Fig. 45 die Induktion 7000 C. G. S. entspricht, auf den positiven Wert 50 wachsen, so verläuft die Induktion auf dem durch die Kurve $M_1 R_1 K_1 M$ gekennzeichneten Wege.

Wenn man also ein Eisenstück einem magnetischen Kreisprozeß unterwirft, so beschreibt die Induktion eine geschlossene Kurve, welche die Hysteresisschleife genannt wird.

Anstatt als Ordinate die Induktion $\mathfrak{B}$ zu wählen, kann man auch die Intensität der Magnetisierung $\mathfrak{J}$ als Funktion der Feldstärke $\mathfrak{H}$ aufzeichnen. Die so erhaltene Kurve ist für kleine Feldstärken der obigen durchaus ähnlich. Zwischen $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{J}$ besteht die Beziehung:

$$\mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{B} - \mathfrak{H}}{4\pi}.$$

Da für kleine Feldstärken in Eisen $\mathfrak{B}$ sehr groß gegen $\mathfrak{H}$ ist, so ist angenähert $\mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{B}}{4\pi}$, die Intensität der Magnetisierung der Induktion also angenähert proportional.

Für große Feldstärken, welche dem Sättigungszustand entsprechen, ist $\mathfrak{J}$ = Konst. Die $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{H}$-Kurve verläuft dann der $\mathfrak{H}$-Achse parallel, während die $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{H}$-Kurve unter 45° gegen die Koordinatenachsen geneigt ist, wenn $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{H}$ in gleichem Maßstab aufgetragen werden.

Die $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{H}$-Kurve mit gleichem Maßstab von $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{H}$ zu zeichnen, ist wegen der viel größeren Werte von $\mathfrak{B}$, man kann sagen, unmöglich. Von der Firma Siemens & Halske ist ein Vorschlag einheitlicher Darstellung ausgegangen, nach welchem

die Kurven so gezeichnet werden sollen, daß für die Ordinate 𝔅 ein Millimeter = 100 C. G. S., für die Abszisse ℌ ein Millimeter = $\frac{1}{2}$ C. G. S. ist.

Man kann die Erscheinung der Hysteresis dahin deuten, daß das Eisen mit einer gewissen Zähigkeit seinen magnetischen Zustand beizubehalten sucht, und daß man eine gewisse Kraft aufwenden muß, um diesen Widerstand gegen eine magnetische Änderung zu überwinden. Der Unterschied im Verlauf der aufsteigenden (unteren) und abfallenden (oberen) Kurve und damit der Inhalt der Hysteresisschleife, sowie die Remanenz und die Koerzitivkraft sind groß bei Stahl, klein bei weichem Eisen. Durch Temperaturwechsel, durch Erschütterungen, sowie durch den Einfluß magnetischer Wechselfelder wird der Inhalt der bei einem magnetischen Kreisprozeß beschriebenen Hysteresisschleife geringer.

Wünscht man sich einen kräftigen permanenten Magneten herzustellen, so setzt man einen Stahlstab großer Remanenz einem kräftigen magnetischen Feld (einer Magnetisierungsspule) aus. Für meßtechnische Zwecke braucht man permanente Magnete, welche durch Erschütterungen oder geringere Temperaturschwankungen nicht beeinflußt werden. Einen solchen konstanten permanenten Magneten stellt man sich her, indem man den magnetischen Stahlstab längere Zeit hindurch heftig erschüttert und Temperaturwechseln aussetzt. Der remanente Magnetismus sinkt dabei zwar auf einen niedrigeren Betrag herab; der Wert der Magnetisierung mancher Stahlsorten kann auf diese Weise aber so konstant erhalten werden, daß ein solcher Magnet für Präzisionsmeßinstrumente, für welche absolute Konstanz erforderlich ist, benutzt werden kann. Man nennt diese forcierte Behandlung des Magneten „künstliches Altern“.

Über experimentelle Bestimmung von Hysteresiskurven siehe später im achten Abschnitt.

80. Einfluß von Temperatur und von chemischen Beimengungen auf das mechanische und magnetische Verhalten des Eisens und der paramagnetischen Körper. Es ist seit langer Zeit bekannt, daß ein Magnet seine Eigenschaften verliert, wenn man ihn auf Rotglut erhitzt. P. Curie

fand, daß oberhalb gewisser Temperaturen, welche man Umwandlungstemperaturen nennt, alle ferromagnetischen Körper sich wie paramagnetische verhalten, indem ihre Magnetisierungskonstante sich unabhängig von der Feldstärke erweist. Es finden in der Tat substantielle Umwandlungen statt, welche auch von Änderungen vieler anderer physikalischer Eigenschaften begleitet sind. Beim Eisen findet die Umwandlung bei ca. 750°—870° statt und ist verbunden mit einer Änderung der elastischen Eigenschaften, der Härte, des elektrischen Leitvermögens, der spezifischen Wärme und mit einer leicht erkennbaren plötzlichen Temperaturänderung infolge einer auftretenden Wärmetönung (Rekaleszenz). Das Eisen geht bei der genannten Temperatur aus einer Modifikation, welche α-Eisen oder Ferrit genannt wird, in eine andere, das sog. β-Eisen, über. Letzteres besitzt im Gegensatz zum α-Eisen die Fähigkeit, Kohlenstoff zu lösen. Die feste Lösung des Kohlenstoffs im Eisen heißt Martensit. Erhitzt man nun Stahl, welcher etwa 0,6—2% Kohlenstoff in Form eines Eisenkarbids (Fe_3C = Cementit) enthält, über die Umwandlungstemperatur, welche übrigens durch den Kohlenstoffgehalt auch beeinflußt wird, indem sie bei höherem Gehalt tiefer liegt, so wandelt sich das α-Eisen in β-Eisen um, der Cementit geht in Lösung, es bildet sich der spröde und sehr harte Martensit. Bei langsamer Abkühlung geht der Prozeß wieder völlig zurück, bei schnellem Abschrecken in Öl oder Wasser tritt dagegen die Rückwandlung nicht ein, wodurch die Stahlhärtung zustande kommt.

Der Gehalt an Kohlenstoff beeinflußt in außerordentlich hohem Grade das magnetische Verhalten, aber wie aus dem Vorhergehenden ersichtlich ist, nicht allein der numerische Gehalt, sondern auch die chemische Form desselben, ob nämlich der Kohlenstoff als Cementit suspendiert oder im Eisen in Lösung ist. Dies hängt von der mechanischen und thermischen Behandlung des Eisens ab. Sehr weicher Stahl mit sehr geringem Kohlenstoffgehalt ist, was chemische Natur betrifft, dem reinen Eisen nahe. Er hat wie dieses hohe Magnetisierbarkeit, unterscheidet sich aber von ihm durch große Hysteresis und Koerzitivkraft. Härten durch Hämmern oder plötzliches Abkühlen verkleinert die Magnetisierbarkeit und vergrößert die Koerzitivkraft und Hysteresis, und zwar mit wachsendem Kohlenstoffgehalt in stärkerem Betrage.

Wie der Kohlenstoff, so beeinflussen auch Metalle, dem Eisen legiert, in erheblicher Weise dessen magnetische Eigenschaften. Die Legierungen, welche je nach dem dem Eisen zugesetzten Metall unter den Namen Chrom-, Molybdän-, Wolfram-Antimon-, Nickel-, Manganstahl bekannt sind, sind Gegenstand vieler neuer Untersuchungen, insbesondere durch Hopkinson, Weiß, Guillaume geworden und zeichnen sich durch viele Eigenschaften aus, welche sie in hervorragender Weise technisch verwertbar machen (Panzerplatten, Granatenmäntel, Werkzeug u. a. m.). In magnetischer Hinsicht ist zu bemerken, daß die Umwandlungstemperatur des Eisens in mehr oder weniger bedeutendem Maße herabgesetzt wird. Manganstahl ist bei gewöhnlicher Temperatur bereits unmagnetisch, und es bedarf starker Abkühlung durch feste Kohlensäure oder durch flüssige Luft, um das Eisen in die magnetische Modifikation umzuwandeln. Für paramagnetische Körper stellte Curie das nach ihm benannte Gesetz auf, daß die Suszeptibilität (§ 77) der absoluten Temperatur umgekehrt proportional ist, ein Satz, der sich für feste Körper wie auch für Gase bestätigt hat.

81. Magnetostriktion. Die Erscheinung, daß die Magnetisierung eines Eisenstabes eine Änderung erfährt, wenn man durch einen ausgeübten Zug dem Stab eine Längenänderung erteilt, ist der Umkehrung fähig, indem eine Magnetisierung eines Eisenstabes die Länge desselben verändert. Dies Verhalten des Eisens heißt Magnetostriktion.

82. Erdmagnetismus. Das magnetische Feld der Erde kann innerhalb eines gewissen nicht zu großen Bereiches als homogen angesehen werden. Seine Kraftlinien verlaufen im allgemeinen schräg gegen die Oberfläche der Erde. Die Vertikalebene durch die Richtung des Erdfeldes an einem Orte nennt man den „magnetischen Meridian“ dieses Ortes. Der spitze Winkel zwischen dem magnetischen und dem astronomischen Meridian heißt Deklination. Eine aufgehängte, d. h. sich um eine vertikale Achse drehende Magnetnadel stellt sich in den magnetischen Meridian ein; ihr Nordende zeigt also nicht nach dem geographischen Norden, sondern weicht von der Stellung, in welcher sie dies tun würde, um den Deklinationswinkel ab.

Ist die Nadel außer um eine vertikale noch um eine horizontale Achse drehbar, so stellt sie sich in die Richtung des Erdfeldes ein, ihre Achse bildet dann mit der Horizontalebene einen gewissen Winkel; der spitze Winkel wird Inklination genannt.

Die Intensität des erdmagnetischen Feldes ist um den Inklinationswinkel i gegen die Horizontale geneigt. Auf eine aufgehängte oder auf einer vertikalen Spitze ruhende Magnetnadel wirkt daher als eine dieselbe in die Meridianstellung treibende Kraft nicht die totale Intensität T, sondern nur deren horizontale Komponente H, welcher man den Namen Horizontalintensität des Erdmagnetismus gegeben hat. Es ist

$$H = T \cos i.$$

Ist V die Vertikalkomponente der erdmagnetischen Feldstärke, so ist $V = T \sin i$, daher:

$$\operatorname{tang} i = \frac{V}{H}.$$

Die experimentelle Bestimmung der Deklination geschieht mit einem Kompaß, auf dessen horizontalem Teilkreis der astronomische Meridian markiert ist. Die Bestimmung der Inklination erfolgt mit Hilfe des Inklinatoriums (Fig. 46), dessen Teilkreis in den magnetischen Meridian zu stellen ist. Bei beiden Bestimmungen muß man sich durch Umlegen der Nadel von dem Fehler frei machen, welcher dadurch entstehen kann, daß die Magnetnadel nicht symmetrisch magnetisiert ist, und ihre magnetische Achse daher nicht mit der geometrischen zusammenfällt. Bei der Inklinationsbestimmung ist außerdem ein Vertauschen der Pole durch Ummagnetisieren nötig, da die Drehungsachse häufig nicht genau durch den Schwerpunkt der Nadel geht. Durch Mittelnehmen aus allen Ablesungen erhält man den richtigen Wert.



Fig. 46.

83. Die Ermittelung der Horizontalintensität H nach der Gaußschen Methode erfolgt in zwei nacheinander auszuführenden Versuchen, welche man als Schwingungsversuch und als Ablenkungsversuch bezeichnet.

1. Bei dem Schwingungsversuch wird die Schwingungsdauer eines aufgehängten Magnetstabes gemessen. Ist die Torsionskraft des Aufhängedrahtes zu vernachlässigen, so wirkt bei beliebigem Winkel φ, welchen die magnetische Achse mit der Richtung des Erdfeldes bildet, auf jeden der Pole n, s mit den Polstärken $\pm \mathfrak{m}$ die Kraft $\mathfrak{m} H$ in der Erdfeldrichtung. Drehend wirkt davon (Fig. 47) nur die senkrecht zur Magnetachse gerichtete Komponente $\mathfrak{m} H \sin \varphi$, und zwar ist das Drehungsmoment für jeden Pol gleich Kraft $\times$ Hebelarm, also gleich $\mathfrak{m} H \sin \varphi \cdot \frac{l}{2}$, daher das Gesamtdrehungsmoment gleich $\mathfrak{m} l H \sin \varphi = \mathfrak{M} H \sin \varphi$, wo $\mathfrak{M}$ das magnetische Moment des Stabes ist. Wenn also ein torsionsfrei aufgehängter Magnet aus seiner Gleichgewichtslage, d. h. der Erdfeldrichtung, herausgedreht wird, so wirkt auf ihn ein rücktreibendes Drehungsmoment $\mathfrak{M} H \sin \varphi$, ein Drehungsmoment also, welches dem sin des Ablenkungswinkels proportional ist. Ein solches Drehungsmoment erfährt z. B. auch ein physikalisches Pendel.

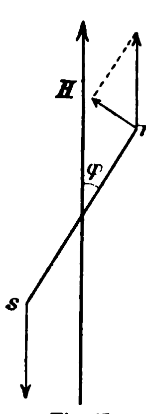


Fig. 47.

Die Anwendung der Theorie desselben ergibt, daß der erst abgelenkte, dann sich selbst überlassene Magnet Schwingungen um seine Gleichgewichtslage ausführt, deren Schwingungsdauer für kleine Amplituden ist:

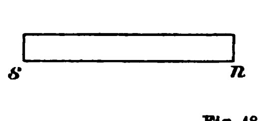
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{\mathfrak{M} H}},$$

wenn J das Trägheitsmoment des Magnetkörpers in bezug auf die Drehungsachse bedeutet. Da J leicht berechnet oder experimentell bestimmt werden kann, so erhält man durch Messung der Schwingungsdauer Kenntnis des Produktes

$$\mathfrak{M} H = \frac{4\pi^2 J}{T^2}.$$

2. Durch den Ablenkungsversuch bestimmt man den Quotienten $\frac{\mathfrak{M}}{H}$. Man läßt den eben benutzten Magneten nun-

mehr in fester Ost-Westlage (Fig. 48) aus einiger Entfernung auf eine sehr kurze Kompaßnadel ablenkend wirken (I. Hauptlage). Ist $\mathfrak{M}'$ deren magnetisches Moment und φ der Ablenkungswinkel, so wirkt die Erdkraft auf diese mit dem Drehungsmoment $\mathfrak{M}' H \sin \varphi$ rücktreibend. Wenn der Ablenkungsmagnet genügend entfernt und die Nadel genügend kurz ist, so kann



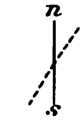


Fig. 48.

man das Feld, welches der Magnet an der Stelle der Nadelpole erzeugt, als homogen, und zwar in Ost-Westrichtung wirkend, ansehen. Bezeichnet man mit P die Intensität dieses Feldes, so ist das ablenkende Drehungsmoment gleich $\mathfrak{M}' P \cos \varphi$. Für das bei Ablenkung φ bestehende Gleichgewicht gilt also:

$$\mathfrak{M}' H \sin \varphi = \mathfrak{M}' P \cos \varphi,$$

oder:

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{P}{H}.$$

Für P ist ein einfacher Ausdruck zu finden, wenn man als Ablenkungsmagneten einen kurzen Linearmagneten nimmt, dessen Länge l sehr klein im Verhältnis zu der Entfernung r ist, in welcher man ihn der Kompaßnadel gegenüberstellt. Die beiden Pole $+\mathfrak{m}$ und $-\mathfrak{m}$ des Magnetstabes erzeugen an der Stelle der kleinen Nadel (genauer in ihrem Mittelpunkt) das ostwestlich gerichtete Feld

$$P = \frac{\mathfrak{m}}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{\mathfrak{m}}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} = \frac{\mathfrak{m}}{r^2 - rl + \frac{l^2}{4}} - \frac{\mathfrak{m}}{r^2 + rl + \frac{l^2}{4}}.$$

Da $\frac{l^2}{4}$ gegen die übrigen Größen zu vernachlässigen ist:

$$P = \frac{\mathfrak{m}}{r^2\left(1 - \frac{l}{r}\right)} - \frac{\mathfrak{m}}{r^2\left(1 + \frac{l}{r}\right)}.$$

Da nach unserer Annahme, daß der Stabmagnet klein gegen die Entfernung r ist, $\left(\frac{l}{r}\right)^2$ klein gegen 1 ist, so kann man dies schreiben:

$$P = \frac{\mathfrak{m}}{r^2}\left(1 + \frac{l}{r}\right) - \frac{\mathfrak{m}}{r^2}\left(1 - \frac{l}{r}\right),$$

woraus folgt:

$$P = \frac{2ml}{r^3} = \frac{2\mathfrak{M}}{r^3}.$$

Durch Einsetzung dieses Wertes von P in die obige Gleichgewichtsbedingung folgt:

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{2\mathfrak{M}}{Hr^3},$$

daher:

$$\frac{\mathfrak{M}}{H} = \frac{r^3 \operatorname{tang} \varphi}{2}.$$

Für den Ablenkungsversuch kann man dem ablenkenden Magnetstab auch die sog. zweite Hauptlage (Fig. 49) geben. Eine ähnliche Berechnung zeigt, daß in diesem Fall

$$P = \frac{\mathfrak{M}}{r^3}.$$

Durch den Schwingungs- und den Ablenkungsversuch kennt man also $\mathfrak{M}H$ und $\frac{\mathfrak{M}}{H}$, daher die Größen $\mathfrak{M}$ und H einzeln im absoluten Maßsystem, wenn man die anderen direkt meßbaren Größen im C. G. S.-System ausdrückt. Es ist

$$H^2 = \frac{8\pi^2 J}{T^2 r^3 \operatorname{tang} \varphi}.$$

n s n s

Fig. 49.

Für Berlin beträgt die Horizontalintensität jetzt 0,189 C. G. S. Diese Größe ist ebenso wie Deklination und Inklination Veränderungen unterworfen. Außer der fortschreitenden, säkularen Veränderung, welche für die Horizontalintensität z. B. etwa 0.0002 C. G. S. pro Jahr beträgt, ist auch eine tägliche periodische Schwankung der Werte zu bemerken.

Mit der Bestimmung der Horizontalintensität verbindet man bei der Gaußschen Methode zugleich eine

84. Bestimmung des magnetischen Moments eines Magnetstabes in absoluten Einheiten. Man hat zu diesem Zweck nur die Resultate des Schwingungs- und des Ablenkungsversuches miteinander zu multiplizieren und erhält:

$$\mathfrak{M}^2 = \frac{2\pi^2 r^3 J \operatorname{tang} \varphi}{T^2}.$$

Setzt man die Horizontalintensität als bekannt voraus, so genügt natürlich nur einer der beiden Versuche.

In § 83 ist auch die

85. Bestimmung magnetischer Feldstärken durch Vergleich mit der Horizontalintensität enthalten. Hat man z. B. die Stärke P des magnetischen Feldes einer stromdurchflossenen Spule zu messen, so hat man dasselbe senkrecht zum magnetischen Meridian zu orientieren und die Stellung einer kleinen Magnetnadel ohne und mit Strom zu messen. Ist φ der Winkel zwischen den beiden Stellungen, so ist

$$P = H \operatorname{tang} \varphi.$$

Ist das Feld nicht senkrecht orientiert, so mißt man auf diese Weise die senkrecht zum Erdfeld gerichtete Komponente der Feldstärke.

Vierter Abschnitt.

Grundgesetze und Definitionen des Elektromagnetismus. Das elektromagnetische Maßsystem.

86. Elektrischer Strom. Stromstärke und ihre Einheit im elektrostatischen Maß. Galvanisches Element. Verbindet man die beiden Belegungen eines geladenen Kondensators durch eine schwach feuchte Schnur, so beobachtet man ein Abfallen der Potentialdifferenz. Dabei fließt Elektrizität, ein elektrischer Strom durch die Schnur, so lange, bis Ausgleich des Potentials stattgefunden hat. Man versteht unter Stromstärke im elektrostatischen Maß die elektrostatisch gemessene Elektrizitätsmenge, welche pro Zeiteinheit durch den Querschnitt fließt. Hält man die Potentialdifferenz der Kondensatorbelegungen bei diesem Versuch durch Elektrizitätszufuhr konstant, so ist die Stromstärke eine konstante. Fließt bei konstant gehaltener Potentialdifferenz in der Zeit t die Elektrizitätsmenge e durch die Schnur, so ist die Stromstärke

$$i = \frac{e}{t}.$$

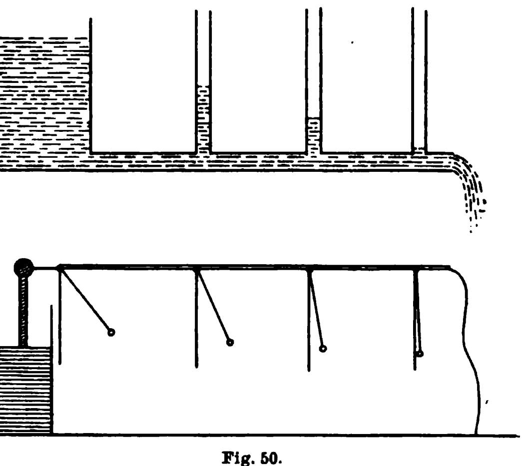
Daher ist die Dimension einer elektrostatisch gemessenen Stromstärke:

$$[\text{Stromstärke}]_{e.s.} = \left[\frac{\text{Elektrizitätsmenge}}{\text{Zeit}}\right]_{e.s.} = \frac{m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-1}}{t} = m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-2}.$$

Es fließt der Strom 1, wenn pro Sekunde die Einheit der Elektrizitätsmenge durch den Querschnitt fließt.

Legt man an die innere Belegung einer größeren Leydener Flasche, deren äußere Belegung geerdet ist, das eine Ende eines angefeuchteten, längeren Holzstabs an, dessen anderes Ende man auch mit einer Erdleitung versieht, so findet eine allmähliche

Entladung der Flasche statt. Elektroskope, die in gleichen Abständen am Holzstab angebracht sind, zeigen dabei gleichmäßig vom Potential der Flasche bis Null herabsinkende Potentialwerte an. Ein hydrodynamisches Analogon bietet ein Wasserstrom durch ein zylindrisches Rohr mit äquidistant angesetzten Steigröhren (Fig. 50). Das Wasserniveau in diesen letzteren fällt auch gleichmäßig bis auf den Wert Null an der Ausflußöffnung. Sobald man die Strömung hemmt durch Abnehmen der Erdleitung bzw. Zuhalten der Ausflußöffnung zeigen alle Elektroskope bzw. Steigröhren dasselbe Niveau, weil eine Niveaudifferenz im Leiter sich ohne Strömung nicht aufrecht erhalten kann.


Fig. 50.

Die Stromstärken, welche selbst mit großen Influenzmaschinen zu erzeugen sind, sind klein im Verhältnis zu denjenigen, welche man mit Hilfe der galvanischen Elemente erhält. Den bekannten Froschschenkelversuch Galvanis verfolgend, entdeckte Volta diese ergiebige Elektrizitätsquelle. Zwei Platten verschiedener Metalle zeigen in Säure-, Alkali- oder Salzlösung getaucht eine Potentialdifferenz. Dieselbe ist unabhängig von Form und Größe der Platten, nur durch die chemische Natur der Metalle und der Lösung gegeben, und bleibt auch dann noch bestehen, wenn man die Platten durch einen Metalldraht miteinander verbindet. Hierbei fließt ein verhältnismäßig starker elektrischer Strom durch den Draht und das Element. Nach § 71 besteht also in dem Stromkreis eine gewisse elektromotorische Kraft. Über deren Entstehung siehe § 41 und Abschnitt V C.

87. Energiequellen des Stromes. Das Experiment zeigt, daß der Strom äußere Arbeit zu verrichten imstande ist, indem

er auf Magnete bewegend einwirkt, daß er ferner den Leiterkreis, in welchem er fließt, erwärmt. Eine der insgesamt verausgabten Energie gleiche muß bei der Erzeugung des Stromes ihm jedenfalls zugeführt werden. Dies findet bei der elektrostatischen Erzeugung statt in Form der Arbeit, welche man z. B. bei dem Drehen der Influenzmaschine gegen die abstoßenden elektrischen Kräfte leistet. Bei der Erzeugung mit Hilfe des galvanischen Elements bilden chemische Umsetzungen in demselben das Energieäquivalent. Daß ein elektrischer Strom Arbeit leistet, ist auch aus dem elektrischen Vorgang zu folgern. Ein Strom kommt dadurch zustande, daß fortwährend Elektrizität von einer Stelle höheren zu einer niederen Potentials fließt. Dabei wird aber Arbeit geleistet.

88. Magnetische Wirkung des elektrischen Stromes. Ampèresche Regel. Oersted entdeckte 1820 die bewegende Kraft, welche ein elektrischer Strom auf einen in der Nähe des Stromkreises befindlichen Magnetpol ausübt. Die Richtung der bewegenden Kraft, mit welcher ein geradliniges Stück eines Stromleiters auf einen Magnetpol wirkt, ist durch die Ampèresche Regel gegeben:

Fig. 51.

Man denke sich mit dem Strom schwimmend, den Kopf voran und den Blick auf den Magnetpol gerichtet. Ist derselbe ein Nordpol, so wird er nach links abgelenkt, ist er ein Südpol, so findet die Ablenkung in entgegengesetzter Richtung statt.

Das magnetische Feld, welches ein Stromelement *ab* im Punkte *P* erzeugt (Fig. 51), ist also senkrecht auf der durch *ab* und *P* gelegten Ebene. Es ist senkrecht auf der Zeichnungsebene von vorn nach hinten gerichtet, wenn der Strom in der Pfeilrichtung fließt.

89. Die magnetischen Induktionslinien eines stromdurchflossenen Drahtes sind Ringe um denselben. Aus

der Ampèreschen Regel ergibt sich, daß um einen geradlinigen Strom die magnetischen Induktionslinien Kreise sind. Ein Magnetpol muß daher, der Wirkung eines Stromes ausgesetzt, fortdauernde Rotationen um den Stromleiter ausführen. Das magnetische Potential ist entsprechend den Betrachtungen des § 71 in der Umgebung eines stromführenden Drahtes ein vieldeutiges. Die Wirbelräume des Magnetfeldes, welche dazu notwendig sind, liegen im Drahte. Da die geschlossenen Induktionslinien hier völlig in Luft verlaufen, kann man die fortdauernden Rotationen leicht beobachten. Dazu dient z. B. ein Apparat, wie er in Fig. 52 abgebildet ist. Der elektrische Strom fließt von *p* durch den senkrechten Stab *a* vermittelst des Quecksilbernapfes *b* in den Bügel, welcher in die Quecksilberrinne *f* führt, von dieser aus durch das Stativ nach der Klemme *s*.

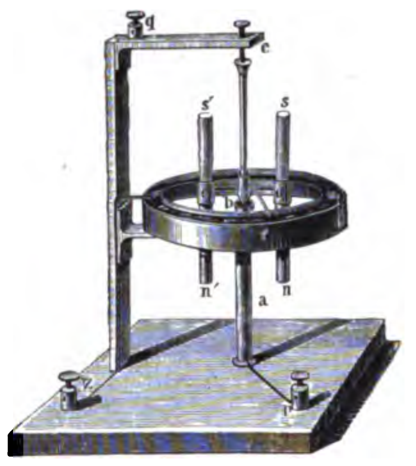
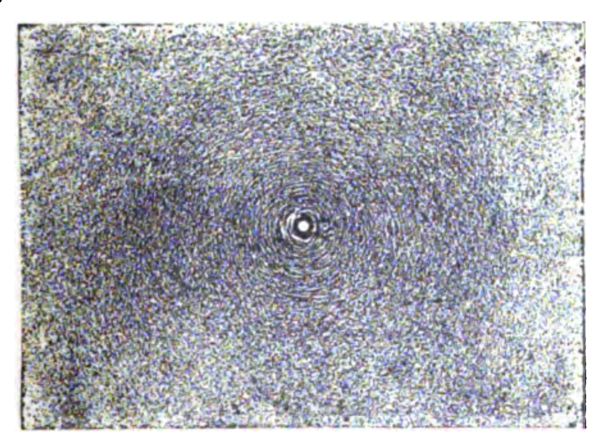


Fig. 52.


Fig. 53.

Der Teil *a* wird also von unten nach oben durchflossen und erzeugt ein ringförmiges Feld um sich, in welchem sich die beiden beweglichen Nordpole *nn'* bewegen, und zwar, von oben

gesehen, entgegengesetzt der Uhrzeigerrichtung, *n* nach hinten, *n'* nach vorn.

Ein anderes Mittel, den ringförmigen Feldverlauf zu zeigen, bildet die ringförmige Anordnung von Eisenfeilspänen auf einer Glasplatte, durch welche senkrecht zur Platte ein von starkem Strom durchflossener Draht hindurchführt. Vorher regellos zerstreute Späne ordnen sich bei Stromschluß und leisem Klopfen sofort zu geschlossenen Ringen um den Draht an (Fig. 53 und 54). Hängt ein biegsamer Leiter an einem feststehenden Magnetstab herab, so wickelt er sich bei Stromschluß um den Magnetstab spiralig auf (Fig. 55). Dreht man den Strom um, so wickelt sich das Leiterband ab und im anderen Sinne spiralig wieder auf. Es ist dies eine Bewegung, welche man sich nach dem vorigen leicht klar machen kann. Ebenso sind die in folgenden beiden Versuchen eintretenden Rotationsbewegungen zu erklären. Eine leitende Flüssigkeit, z. B. Kupfervitriollösung, in einem ringförmigen Gefäß, fängt

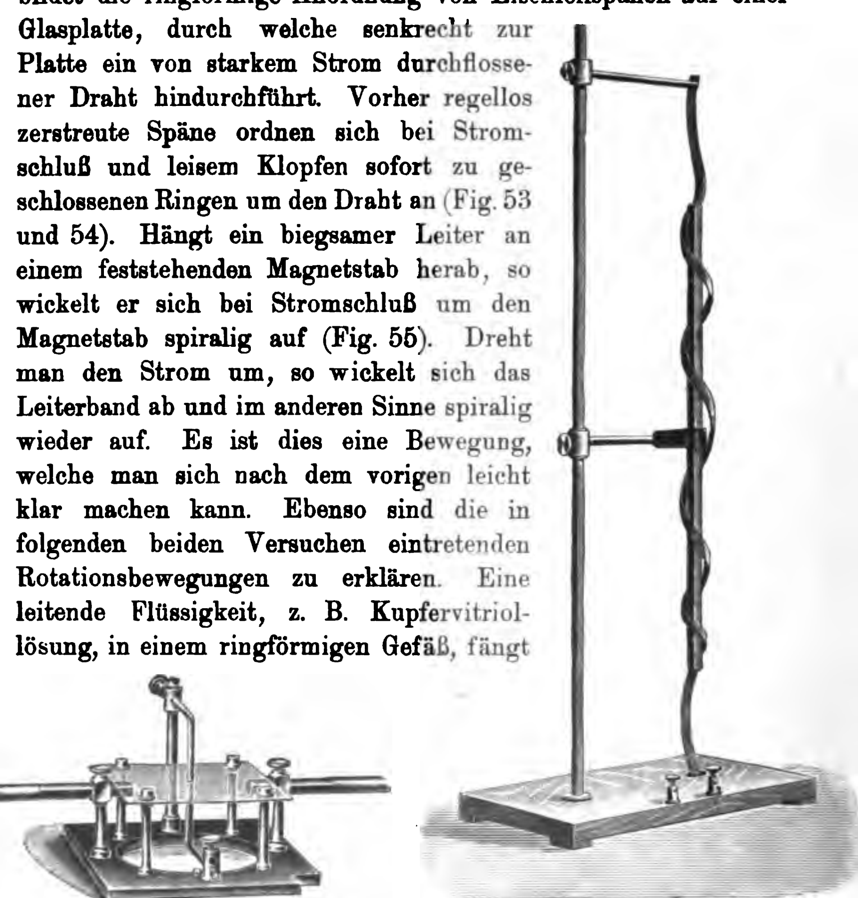


Fig. 54. Fig. 55.

lebhaft im Kreise zu fließen an, wenn man in radialer Richtung, also von der inneren Kreisbegrenzung nach der äußeren oder umgekehrt, einen kräftigen Strom fließen läßt und dabei das Gefäß über einen Pol eines starken Elektromagneten hält. Ferner führt ein zwischen zwei koaxialen Kohlenringen erzeugter Lichtbogen äußerst schnelle Rotationen aus, wenn von unten oder oben ein Magnet genähert wird.

90. Die von einem elektrischen Strome erzeugte magnetische Feldstärke ist unabhängig von der Magnetisierungskonstante μ der Umgebung. Bringt man um den stromführenden Draht einen Ring aus Eisen, dessen Mantelfläche überall parallel den Induktionslinien des Magnetfeldes ist, so ist wegen der Stetigkeit der Tangentialkomponente die Feldstärke im Ring dieselbe wie ausserhalb des Eisens. Dafür verlaufen aber im Eisenring μ-mal so viel Induktionslinien durch die Querschnittseinheit wie außen. Man kann das Eisen sich ausdehnen und den ganzen Raum um den Draht ausfüllen lassen, ohne daß die Feldstärke ihre Größe ändert. Dieselbe ist also unabhängig von dem Material, in welches der Strom gebettet ist. Hat dieses die Permeabilität μ, so ist aber die vom Strom erzeugte Induktionslinienzahl μ-mal so groß als im freien Raum.

91. Die von einem elektrischen Strome erzeugte magnetische Feldstärke ist proportional der Stromstärke. Dieser Satz ist experimentell leicht zu beweisen mit der in Fig. 56 skizzierten Anordnung. A ist ein auf konstantem Potential V gehaltener großer Kondensator. Der kleine Kondensator B wird mit Hilfe einer mit geeigneter Kontaktvorrichtung versehenen Stimmgabel sehr viele Male in der Sekunde durch Kontakt nach A geladen und durch den Drahtkreis D entladen. Auf diese Weise wird durch D hindurch pro Sekunde eine gewisse Elektrizitätsmenge entladen, welche, wenn C die Kapazität des kleinen Kondensators, n die Anzahl der Stimmgabelschwingungen pro sek, in elektrostatischem Maße gleich nCV ist. Dies ist die mittlere Stromstärke des durch D fließenden intermittierenden Stromes:

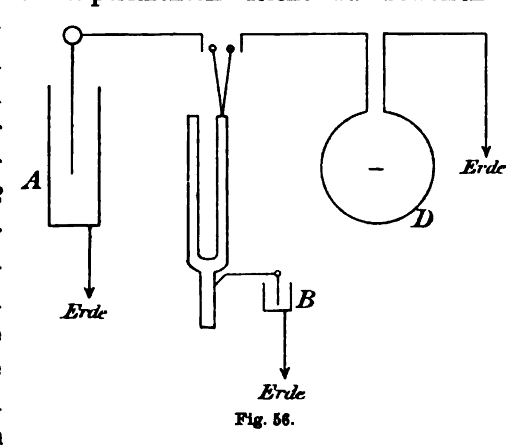


Fig. 56.

$$i_{e.s.} = n C_{e.s.} V_{e.s.}.$$

8*

Aus der Ablenkung einer Magnetnadel kann man sich (§ 85) überzeugen, daß die Feldstärke der Potentialdifferenz V, also dem Strom i proportional ist.

Auch mit konstantem Strom kann man die Proportionalität des Feldes mit der Stromstärke beweisen, indem man den Drahtkreis D aus zwei kreisförmigen Leitern bestehen läßt, deren einen man umwenden kann. Schaltet man beide Kreise hintereinander in den Stromkreis eines Elements, so werden sie von gleichem Strom durchflossen. Decken sich die beiden Kreise, so daß sie in gleichem Sinne vom Strom durchflossen werden, so ist die Wirkung die doppelte von derjenigen, welche vorhanden ist, wenn man den einen Kreis entfernt. Sind die Kreise gegeneinander geschaltet, so ist die magnetische Wirkung Null.

92. Das Laplacesche Elementargesetz (Biot-Savartsche Gesetz). Laplace hat für die magnetische Wirkung eines stromdurchflossenen Leiterelements ein Gesetz aufgestellt, welches man direkt zwar experimentell nicht prüfen kann, weil man Elementarströme, d. h. unendlich kurze geradlinige Ströme, nicht herstellen kann. Nur in endlichen Leitern ist es möglich, konstante Ströme zu erzeugen, welche stets geschlossen sind. Man kann aber aus der durch das Gesetz gegebenen Wirkung eines Stromelements diejenige eines geschlossenen Stromkreises mathematisch berechnen. Je nach der Form des Stromkreises sind diese Integrationsrechnungen mehr oder weniger kompliziert. Das Elementargesetz lautet folgendermaßen:

Ein kleines gerades Stromstück der Länge l erzeugt in einem Punkte P außerhalb desselben eine magnetische Kraft $\mathfrak{H}$, welche senkrecht steht auf der durch l und P gelegten Ebene, und deren Größe proportional ist der Länge l, der Stromstärke i, umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung r des Punktes P vom Leiterstück l, ferner proportional dem sin des Winkels, welchen die Verbindungslinie von P nach l mit dem Drahtstück l bildet.

Es ist also

$$\mathfrak{H} = \frac{i l \sin(r, l)}{r^2} \cdot \text{Konst.}$$

die Kraft, welche auf den magnetischen Einheitspol senkrecht zur Zeichnungsebene ausgeübt wird. Dieses Gesetz hat man in

allen Folgerungen, welche man auf beliebige stromdurchflossene Leiter ziehen kann, experimentell bestätigt gefunden. In derselben Sitzung der französischen Akademie, in welcher Laplace dieses Elementargesetz mitteilte, veröffentlichten Biot und Savart ihre grundlegenden Experimentaluntersuchungen über die magnetische Wirkung verschieden geformter Stromleiter.

93. Anwendung des Laplace-Biot-Savartschen Gesetzes auf einen kreisförmigen Leiter. Wir wollen die magnetische Feldstärke im Mittelpunkte eines vom Strom i durchflossenen Kreises berechnen. Wir zerlegen dazu den Kreis in lauter einzelne sehr kleine Elemente der Länge l, welche so klein sein mögen, daß man sie als geradlinig betrachten kann. Für jedes derselben ist die Entfernung nach dem Mittelpunkt gleich dem Kreisradius r und senkrecht zum Leiterelement gerichtet. Der sin ist daher gleich Eins. Die von einem Leiterelement l_1 herrührende Feldstärke im Kreismittelpunkt ist gleich

$$\frac{i l_1}{r^2} \text{ Konst.}$$

Da ferner die von sämtlichen Leiterelementen herrührenden Kräfte gleichgerichtet, nämlich senkrecht zur Kreisebene sind, so summieren sich dieselben einfach algebraisch zu einer Gesamtkraft, welche, da $2\pi r$ die Kreislänge, gegeben ist durch:

$$\mathfrak{H} = \frac{i(l_1 + l_2 + \cdots)}{r^2} \cdot \text{Konst.} = \frac{2\pi i}{r} \cdot \text{Konst.}$$

Die Größe der Konstanten ist hier, wie in dem Laplaceschen Elementargesetz, abhängig von der Wahl der Einheit, in welcher wir die Stromstärke messen. Messen wir die Stromstärke in elektrostatischen Einheiten, wie z. B. in § 91, messen wir ferner $\mathfrak{H}$ in dem dem elektrostatischen Maßsystem vollkommen gleichen magnetischen Maßsystem und r in Zentimetern, so ist die Größe der Konstanten durch solche Messungen gegeben. Man findet sie numerisch gleich $\frac{1}{3 \cdot 10^{10}}$. Es ist

$$\text{Konst.} = \frac{r\mathfrak{H}}{2\pi i};$$

die Dimension der Konstanten ist also

$$[\text{Konst.}] = \frac{\text{Länge} \cdot \text{Feldstärke}}{\text{Stromstärke}}.$$

Setzt man hierin die Dimensionen der Feldstärke und Stromstärke nach § 63 und § 86 ein, so erhält man

$$[\text{Konst.}] = \left[\frac{l \cdot m^{\frac{1}{2}} l^{-\frac{1}{2}} t^{-1}}{m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-2}}\right] = \left[\frac{t}{l}\right] = \left[\frac{1}{\text{Geschwindigkeit}}\right].$$

Die Konstante ist also der reziproke Wert der Geschwindigkeit 3.10^{10} cm pro sek, d. h. die reziproke Lichtgeschwindigkeit, wenn i im elektrostatischen Maßsystem gemessen wird.

94. Das elektromagnetische Maßsystem. Man könnte vollständig mit der bisherigen elektrostatischen Definition der Einheit der Stromstärke auskommen. Es hat sich indessen als praktisch erwiesen, die Einheiten in der Lehre von der bewegten Elektrizität anders zu wählen. Die Größen der Elektrostatik leiteten sich sämtlich von dem aus dem Coulombschen Gesetz definierten Begriff der Elektrizitätsmenge und ihrer Einheit her. In der Lehre von der ruhenden Elektrizität ist die Grundeinheit die Einheit der ruhenden Elektrizitätsmenge. In der Lehre der bewegten Elektrizität hat man als Ausgangspunkt für die Definitionen aller Größen nebst ihren Einheiten eine neue Einheit der bewegten Elektrizität gewählt. Man hat die Einheit der Stromstärke dadurch festgelegt, daß man die Konstante im elektromagnetischen Grundgesetz als eine reine Zahl angenommen, und zwar sie der Zahl Eins gleichgesetzt hat. Da die hier zugrunde liegende Erscheinung eine elektromagnetische ist, so heißt das sich auf diese Definition aufbauende Maßsystem das elektromagnetische Maßsystem. Dieselbe willkürliche Maßnahme, die Konstante gleich der Zahl Eins zu setzen, schuf, am Coulombschen Gesetz vorgenommen, das elektrostatische und das ganz gleiche magnetische Maßsystem.

Das Laplace-Biot-Savartsche Gesetz lautet dann:

$$\mathfrak{H} = \frac{il}{r^2} \sin(r, l).$$

Seine Anwendung auf den Kreisstrom für das Magnetfeld im Mittelpunkt eines solchen:

$$\mathfrak{H} = \frac{2\pi i}{r}.$$

Für $i = 1$, $r = 1$ wird $\mathfrak{H} = 2\pi$; woraus die Definition der absoluten Einheit der Stromstärke im elektromagnetischen Maßsystem folgt als:

Ein Strom besitzt dann die Stärke Eins, wenn er im Mittelpunkt eines von ihm durchflossenen Drahtkreises mit dem Radius Eins das Feld 2π erzeugt.

Da 2π die Länge des mit dem Radius Eins gezogenen Kreises ist, so kann man auch statt dessen sagen:

Ein Strom besitzt die Stärke Eins, wenn jedes Zentimeter eines von ihm durchflossenen Drahtkreises vom Radius Eins im Mittelpunkt des Kreises das Feld Eins erzeugt.

95. Beziehung zwischen elektrostatischer und elektromagnetischer Stromeinheit. Mißt man einen Strom i in elektromagnetischen Einheiten durch das Magnetfeld, welches er im Mittelpunkt eines Kreises erzeugt, so hat man

$$i_{e.\,m.} = \frac{r\mathfrak{H}}{2\pi}.$$

Drückt man den gleichen Strom in elektrostatischen Einheiten aus, so hat man

$$\text{Konst.}\; i_{e.\,s.} = \frac{r\mathfrak{H}}{2\pi}.$$

Es ist daher

$$i_{e.\,m.} = \text{Konst.}\; i_{e.\,s.},$$

oder

$$\frac{i_{e.\,s.}}{i_{e.\,m.}} = \frac{1}{\text{Konst.}} = c,$$

wo c die der Lichtgeschwindigkeit gleiche Geschwindigkeit $3.10^{10}\ \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ ist.

Ein und derselbe Strom hat also in elektrostatischen Einheiten ausgedrückt den 3.10^{10}-mal so großen Wert, als wenn er in elektromagnetischen Einheiten ausgedrückt ist.

Es ist daher die

absolute elektromagnetische Stromeinheit 3.10^{10}-mal größer als die absolute elektrostatische Stromeinheit.

In der Praxis wählt man als technische Einheit den 10-ten Teil der absoluten elektromagnetischen Einheit (siehe § 102). Sie heißt ein Ampère.

1 Ampère $= \frac{1}{10}$ elektromagnetische C. G. S.-Einheit der Stromstärke.

Gesetzlich ist für die Technik die Einheit 1 Ampère nicht durch seine elektromagnetische, sondern durch seine elektrolytische Wirkung, und zwar so festgelegt worden, daß elektromagnetisch und elektrolytisch definiertes Ampère möglichst nahe übereinstimmen (siehe § 140).

96. Elektrizitätsmenge in elektromagnetischem Maß. Einheit der Elektrizitätsmenge in e. m. Maß ist die Elektrizitätsmenge, welche die e. m. Stromeinheit in einer Sekunde durch den Drahtquerschnitt befördert. Sie ist wie die Stromeinheit $c = 3.10^{10}$ mal größer als die entsprechende elektrostatische Einheit.

Die technische Einheit heißt ein Coulomb und ist der zehnte Teil der absoluten.

1 Coulomb $= \frac{1}{10}$ e. m. C. G. S.-Einheit der Elektrizitätsmenge.

Ein Coulomb ist diejenige Elektrizitätsmenge, die der Strom ein Ampère pro Sekunde durch den Draht befördert.

97. Dimension von Stromstärke und Elektrizitätsmenge im e. m. Maß. Nach dem Laplace-Biot-Savartschen Gesetz ist

$$\mathfrak{H} = \frac{il}{r^2} \sin (r, l).$$

Daher besteht die Dimensionsgleichung:

$$[\text{Feldstärke}] = \left[\frac{\text{Strom} \times \text{Länge}}{\text{Länge}^2}\right],$$

oder:

$$[i]_{e.\,m.} = [\text{Strom}]_{e.\,m.} = [\text{Länge} \times \text{Feldstärke}] = m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-1}.$$

Da Strom = Elektrizitätsmenge pro Zeiteinheit ist, so folgt:

$$[e]_{e.\,m.} = [\text{Elektrizitätsmenge}]_{e.\,m.} = m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}}.$$

Die Dimensionen beider Begriffe unterscheiden sich, wie oben bereits dargetan, von den entsprechenden Größen im elektrostatischen System durch den Faktor $c = \frac{l}{t}$ = Geschwindigkeit.

98. Potentialdifferenz im elektromagnetischen Maß. Fließt durch ein Drahtstück ein Strom i, welcher erzeugt ist durch eine gewisse Potentialdifferenz V an den Enden desselben, so wird durch ihn in einer Zeit t die Elektrizitätsmenge it von der Stelle des höheren nach der Stelle des um V niedrigeren Potentials gebracht. Die dabei vom Strom geleistete Arbeit ist daher nach § 10:

$$A = iVt.$$

Durch diese Beziehung ist die Einheit der Potentialdifferenz in e. m. Maß festgelegt, weil die Größen Arbeit, Strom und Zeit mit ihren Einheiten festgesetzt sind. Wenn $A = 1$, $i = 1$, $t = 1$, so ist $V = 1$, d. h.

an den Enden eines Drahtstücks besteht dann die e. m. Einheit der Potentialdifferenz, wenn ein in ihm fließender Strom Eins in der Zeiteinheit die Arbeit Eins (1 Erg) leistet.

Diese absolute e. m. Einheit ist, weil das Produkt iV in beiden Maßsystemen denselben Arbeitswert ergeben muß, $c = 3.10^{10}$-mal kleiner als die elektrostatische Einheit der Potentialdifferenz.

Die absolute Einheit der Potentialdifferenz ist im Verhältnis zu der Potentialdifferenz, welche galvanische Elemente an ihren Polen zeigen, sehr klein. Man hat deshalb als technische Einheit den 10^8-fachen Betrag gewählt, welcher der Elementspannung nahe kommt, und ihn ein Volt genannt.

1 Volt = 10^8 e. m. C. G. S.-Einheiten der Potentialdifferenz.

Ferner ist

$$1 \text{ Volt} = \frac{10^8}{3.10^{10}} = \frac{1}{300} \text{ elektrostat. Einh. d. Potentialdifferenz,}$$

also

1 elektrostat. Einh. d. Potentialdifferenz = 300 Volt.

Die Dimension der Potentialdifferenz ist durch die Beziehung gegeben:

$$[\text{Arbeit}] = [\text{Strom} \times \text{Potentialdifferenz} \times \text{Zeit}]$$

$$[V] = \text{Potentialdifferenz} = \left[\frac{\text{Arbeit}}{\text{Strom} \times \text{Zeit}}\right] = m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-2}.$$

99. Arbeitsleistung des elektrischen Stromes in einem Leiter. Voltbestimmung. 1 Volt-Ampère = 1 Watt. Die Arbeit, welche die elektrischen Kräfte bei dem Fließen eines Stromes unter dem Antrieb einer elektromotorischen Kraft leisten, gibt sich durch Erwärmung des Leiters kund. Die Arbeit hat den Betrag

$$A = i V t.$$

Schickt man durch einen Draht, der sich spiralförmig aufgewickelt in einem Kalorimeter befindet, einen Strom bekannter Ampèrezahl i und mißt die in einer Zeit t entwickelte Wärmemenge W in Kalorien, die mit dem mechanischen Wärmeäquivalent $\mathfrak{A}$ (siehe Seite 5) multipliziert die Arbeit des Stromes A ergibt, so findet man aus

$$A = \mathfrak{A} W = i V t$$

die Anzahl V von Volt, welche die Potentialdifferenz der Drahtenden bilden.

Die Arbeit, welche pro Sekunde in einem Leiter geleistet wird, wenn er vom Strom 1 Ampère durchflossen wird, und an seinen Enden die Potentialdifferenz 1 Volt besteht, ist 1 Volt-Ampère. Da 1 Volt $= 10^8$ abs. Einh. und 1 Ampère $= \frac{1}{10}$ abs. Einh., so ist:

$$1 \text{ Volt-Ampère} = 10^8 \times 10^{-1} \text{ Erg pro sek} = 10^7 \text{ Erg pro sek}$$
$$= 1 \text{ Watt.} \quad (\S\ 1.)$$

Eine 16-kerzige Kohlefaden-Glühlampe braucht bei einer Spannung von 110 Volt 0.5 Ampère. Ihr Energieverbrauch in der Sekunde, welcher in Form von Wärme und Licht auftritt, ist daher:

$$110 \times 0.5 \text{ Volt-Ampère} = 55 \text{ Volt-Ampère} = 55 \text{ Watt.}$$

100. Das Joulesche Gesetz über die in einem Stromkreise entwickelte Wärme und das Ohmsche Gesetz. Elektrischer Widerstand. Joule leitete Ströme gemessener Stärke durch Drähte, welche sich in einem Wasserkalorimeter befanden, und bestimmte die erzeugte Wärmemenge durch die Temperaturerhöhung des Wassers. Er fand, daß die in einer Zeit t erzeugte Wärmemenge W proportional dieser Zeit und dem Quadrat der Stromstärke ist, d. h.

$$W = \text{Konst. } i^2 \cdot t.$$

Da die Wärme ein Äquivalent der durch den Strom im Leiter geleisteten Arbeit ist, so muß sie gleich der Stromarbeit sein, also:

$$Vit = \text{Konst. } i^2 t$$

oder

$$V = \text{Konst. } i.$$

Die Joulesche experimentelle Beobachtung ergibt also in Verbindung mit dem Energieprinzip, daß in einem metallischen Leiter die Stromstärke proportional der an seinen Enden bestehenden Potentialdifferenz ist.

Die Größe der Proportionalitätskonstanten ergibt sich experimentell bei verschiedenen Drähten verschieden. Da für eine gegebene Potentialdifferenz die Stromstärke um so kleiner ist, je größer die Konstante des betreffenden Drahtes ist, dieselbe also gewissermaßen hemmend auf die Entstehung eines Stromes wirkt, so nennt man sie den Widerstand des betreffenden Drahtes und bezeichnet sie mit dem Buchstaben w. Die Beziehung zwischen Stromstärke und Potentialdifferenz lautet dann

$$V = iw.$$

Dies ist das Ohmsche Gesetz.

101. Spezifischer Widerstand und spezifisches Leitvermögen einer Substanz. Der Widerstand von Metallen, wie auch derjenige von Elektrolyten ist unabhängig von der Stromstärke; w ist eine Konstante, welche nur von Form und Natur des Leiters abhängt. Nicht mehr gilt dies von dem Widerstand einer leitenden Gasstrecke.

Ein zylindrischer Draht von der Länge l cm und dem Querschnitt q qcm sei durchflossen von einem Strom der Stärke i, während an den Enden des Drahtes eine Potentialdifferenz V herrscht. Der Strom ist gleichmäßig durch den ganzen Querschnitt verteilt, ebenso ist der Potentialabfall längs des Drahtes ein gleichförmiger. Greift man also aus dem Draht ein Stück von 1 qcm Querschnitt und 1 cm Länge heraus, so fließt in diesem Stück ein Strom $\frac{i}{q}$ und an seinen Enden besteht die Spannungsdifferenz $\frac{V}{l}$. Wenden wir das Ohmsche Gesetz auf

dieses herausgegriffene Drahtstück an und nennen dabei W seinen Widerstand, so ist:

$$\frac{V}{l} = \frac{i}{q} W$$

oder

$$V = i \cdot \frac{l}{q} W.$$

Nach vorigem Paragraphen ist aber, wenn w der Gesamtwiderstand des Drahtes:

$$V = iw.$$

Durch Vergleich beider Ausdrücke für V folgt, daß

$$w = W \cdot \frac{l}{q}.$$

Der Widerstand eines Drahtes ist proportional der Drahtlänge, umgekehrt proportional dem Drahtquerschnitt.

W ist der Widerstand eines Zylinders von 1 qcm Querschnitt und 1 cm Länge und heißt „spezifischer Widerstand". Er ist nur mehr von dem Material abhängig. Sein reziproker Wert $\varkappa$ heißt „spezifisches Leitvermögen"

$$\varkappa = \frac{1}{W}.$$

Der spezifische Widerstand eines Metalles ändert sich im allgemeinen mit der Temperatur, indem er mit ihr wächst. Die Zunahme des Widerstandes eines Leiters pro Grad Temperaturerhöhung, ausgedrückt als Bruchteil des Widerstandes bei Null Grad, heißt Temperaturkoeffizient α des Widerstandes. Es ist der Widerstand meist hinreichend genau darstellbar durch: $w_t = w_0 (1 + \alpha t)$. Noch genauer paßt sich dem Verhalten des Widerstandes die Formel $w_t = w_0 (1 + \alpha t + \beta t^2)$ an, wo α und β zwei für das Material charakteristische Konstanten bedeuten.

Setzt man das spezifische Leitvermögen des Quecksilbers von 0^0 Celsius gleich Eins, so ist für eine Reihe von Metallen bei 18^0 dasselbe durch folgende Zahlen gegeben:

	Quecksilber 0^0	Silber	Kupfer	Eisen	Platin	Neusilber	Manganin	Konstantan (18^0)
	1	59	55	6—10	6,5	2,4—6	2,2	1,9
$10^3 \cdot \alpha$.	0,92	3,7	4,0	ca. 6	3,6	0,2—0,6	ca. 0,03	ca. 0,03

Die zweite Reihe gibt den Temperaturkoeffizienten α des Widerstandes. Quecksilber ändert seinen Widerstand danach pro

Grad um etwa $\frac{1}{1000}$ seines Wertes, die anderen reinen Metalle ca. 4mal so viel, Eisen mit etwa 6mal so viel am stärksten. Deshalb werden Eisendrahtwiderstände als sog. Widerstandsthermometer benutzt, die bei Strahlungsmessungen den Namen Bolometer führen. Fast gar keine Änderung mit der Temperatur zeigen Widerstände aus den zuletzt angeführten Legierungen (Manganin = 84 Kupfer, 4 Nickel, 12 Mangan).

Negativen Temperaturkoeffizienten haben Kohle und besonders alle elektrolytisch leitenden Substanzen. Diese zeigen also einen mit steigender Temperatur abnehmenden Widerstand. Bei Kohlefadenglühlampen und dem elektrolytisch leitenden Oxydkörper der Nernstlampe machen sich darum Spannungsschwankungen im Leitungsnetz der Zentrale stark bemerkbar, indem bei kleiner Zunahme der Spannung wegen des abnehmenden Widerstandes der Strom stärker anwächst. Bei Nernstlampen gleicht man diesen leicht zur Zerstörung der Lampe führenden Umstand durch Vorschalten eines Eisenwiderstandes aus. Metallfadenlampen kompensieren Spannungsschwankungen zum Teil.

102. Die absolute und die technische Einheit (Ohm) des Widerstandes. Aus der Gleichung

$$V = iw$$

folgt, daß $w = 1$ für $i = 1$, $V = 1$, d. h.

Ein Leiter hat den absoluten Widerstand gleich Eins, wenn die absolute elektromagnetische Einheit der Potentialdifferenz in ihm einen Strom Eins erzeugt.

Den Widerstand, welchen ein Leiter hat, wenn 1 Volt an seinen Enden in ihm den Strom 1 Ampère erzeugt, hat man als technische Einheit des Widerstandes gewählt und 1 Ohm genannt. Da 1 Volt $= 10^8$ C. G. S., 1 Ampère $= 10^{-1}$ C. G. S., so ist

$$1 \text{ Ohm} = \frac{1 \text{ Volt}}{1 \text{ Ampère}} = \frac{10^8}{10^{-1}} \text{ absolute Einh., d. h.}$$

1 Ohm $= 10^9$ e. m. C. G. S.-Einheiten des Widerstandes.

Die Dimension des Widerstandes ist gegeben durch die Dimensionsgleichung:

Potentialdifferenz = [Stromstärke $\times$ Widerstand]

$$[w] = \left[\frac{V}{i}\right] = \frac{m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-2}}{m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-1}} = \frac{l}{t} = [\text{Geschwindigkeit}].$$

Früher im Gebrauch war eine von W. v. Siemens vorgeschlagene, technisch leicht zu reproduzierende Widerstandseinheit, die sog. Siemenseinheit. Sie ist der Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt bei 0° Celsius. Dieser Einheit kommt das Ohm sehr nahe. Es ist 1 Ohm = 1,063 S. E. Um diese Übereinstimmung zu erzielen, hat man als technische Einheit der Stromstärke das Ampère $= \frac{1}{10}$ absol. Einh. gewählt. (§ 95.) Die in § 99 beschriebene Voltbestimmung ist gleichzeitig auch eine absolute Ohmbestimmung.

Wir haben in diesem Abschnitt jetzt die wichtigsten drei Grundgrößen des Galvanismus mit ihren Einheiten kennen gelernt. Von ihnen sind nur zwei unabhängig, und durch die Kenntnis zweier ist die dritte Größe gegeben. Fließt in einem Draht von bekanntem Widerstand ein bekannter Strom, so kennen wir damit auch die Potentialdifferenz an den Enden des Drahtes, oder ist die letztere und die Stromstärke von gegebener Größe, so ist auch der Widerstand bekannt usw. Der Gang der Betrachtung war der, daß wir für die Stromstärke eine willkürliche Einheit, das Ampère festsetzten. Durch eine Messung der von einem Strom geleisteten, in Form von Wärme auftretenden Arbeitsmenge konnten wir dann das Volt definieren. Es ist die Spannung zwischen den Enden eines Leiters, in dem bei Fließen eines Stromes 1 Ampère in der Sekunde die Arbeit 1 Wattsekunde geleistet wird. Im nächsten Abschnitt werden wir die Beziehungen dieser elektrischen Größen zu den elektrochemischen Erscheinungen kennen lernen. Man kann, was in didaktischer Hinsicht insbesondere bei einer ersten Einführung in die Elektrizitätslehre manche Vorteile haben mag, natürlich auch anders verfahren, das Ampère nämlich nicht elektromagnetisch definieren, sondern elektrolytisch, als den Strom, der eine bestimmte Menge (0,001118 g) Silber in der Sekunde ausscheidet. Man gewönne so die elektrolytische Einheit der Stromstärke, welche man darauf in Beziehung zu den rechnerisch etwas weniger

einfachen elektromagnetischen Erscheinungen zu bringen hätte. Wegen der wesentlich größeren Einfachheit des elektrolytischen Versuchs wird technisch ja in der Tat das Ampère auch auf diesem Wege definiert (§ 140).

103. Die Kapazität eines Leiters im elektromagnetischen Maß. Die Kapazität eines Leiters ist nach § 22 definiert als die Elektrizitätsmenge, welche ihn auf das Potential Eins aufladet. Drückt man hierin Elektrizitätsmenge und Potential in elektromagnetischen Einheiten aus, so erhält man auch die Kapazität in elektromagnetischen Einheiten:

$$C_{e.m.} = \left(\frac{e}{V}\right)_{e.m.} .$$

Da nach den §§ 96 und 98 $e_{e.s.} : e_{e.m.} = c$ und $V_{e.s.} : V_{e.m} = 1 : c$, so folgt:

$$C_{e.m.} = \frac{e_{e.s.}}{c^2 \cdot V_{e.s.}} = \frac{1}{c^2} \cdot C_{e.s.},$$

d. h. die gleiche Kapazität ausgedrückt in *e. m.* Einheiten ist c^2-mal kleiner, als wenn sie in elektrostatischen Einheiten ausgedrückt ist; die elektromagnetische Kapazitätseinheit ist also 9.10^{20}-mal größer als die elektrostatische.

Ein Leiter, welcher durch ein Coulomb auf das Potential ein Volt geladen wird, hat die technische Kapazitätseinheit, welche **Farad** heißt. Da ein Coulomb $= \frac{1}{10}$ C. G. S. und 1 Volt $= 10^8$ C. G. S., so ist

1 Farad $= 10^{-9}$ *e. m.* C. G. S.-Einheiten der Kapazität.

Auch das Farad ist noch eine Kapazität von praktisch nicht erreichter Größe. Deshalb rechnet man die Kapazität nach **Mikrofarad.**

1 Mikrofarad $= 10^{-6}$ Farad $= 10^{-15}$ C. G. S.

Da die Dimension einer Kapazität im elektrostatischen System nach § 23 gleich einer Länge ist, so ist sie im elektromagnetischen System

$$[C]_{e.m} = \left[\frac{\text{Länge}}{\text{Geschwindigkeit}^2}\right] = l^{-1} t^2.$$

Dies ergibt sich auch aus der Dimensionsgleichung:

$$[\text{Kapazität}]_{e.m} = \left[\frac{\text{Elektrizitätsmenge}}{\text{Potential}}\right]_{e.m.} .$$

104. Verzweigte Leitungen. Kirchhoffsche Regeln. Bieten sich für den elektrischen Strom, welcher die Potentialdifferenz zweier Punkte auszugleichen sucht, mehrere Wege, so berechnet sich die Stromverteilung in den Leitungen in äußerst einfacher Weise mittels zweier Sätze, welche unter dem Namen der Kirchhoffschen Regeln bekannt sind. Die erste derselben ist nichts weiter als der Ausdruck dafür, daß der Strom ein kontinuierlicher Vorgang, daß das elektrische Fluidum inkompressibel ist. Es ist die sog. Kontinuitäts- oder Inkompressibilitätsbedingung. Wenn Elektrizität in stationärem Strome, d. h. ohne zeitliche Potentialänderungen an einer Stelle, durch beliebig viele Leitungen nach einem Punkte hin-, und ebenso durch beliebig viele Leiter Elektrizität von jener Stelle abfließt, so muß die Summe aller hinfließenden Elektrizität gleich der Summe aller abfließenden Elektrizität sein. Wenn dies nicht der Fall wäre, so müßte an dem Punkte fortdauernd Elektrizität sich anhäufen oder verloren gehen, was dem stationären Zustand widersprechen würde. Gibt man den abfließenden Strömen negatives Vorzeichen, rechnet man sie also als negative hinfließende, so lautet die erste Kirchhoffsche Regel:

Für jeden Punkt einer Stromleitung ist

$$\sum i = 0.$$

In Fig. 57 fließen nach dem Verzweigungspunkt zwei Ströme i_1, i_2, von ihm fort drei Ströme i_3, i_4, i_5. Die Kirchhoffsche Regel ergibt:

$$i_1 + i_2 = i_3 + i_4 + i_5.$$

Fig. 57.

Die zweite Kirchhoffsche Regel gilt für beliebig verzweigte Leiter, welche Stromquellen enthalten. Sie lautet:

Für jeden geschlossenen Leiter, welcher aus beliebig vielen Teilen bestehen kann, ist die gesamte elektromotorische Kraft E gleich der Summe der Produkte aus Stromstärke und Widerstand der einzelnen Teile, d. h. gleich der Summe aus den Potentialdifferenzen, welche zwischen den Enden der einzelnen Teile bestehen.

$$E = \sum iw.$$

105. Berechnung des Widerstandes zusammengesetzter Leiter. 1. Mehrere Leiter hintereinandergeschaltet (Fig. 58). Ist E die elektromotorische Kraft, w_i der innere Widerstand des Elements, i die Stromstärke, welche nach der 1. Kirchhoffschen Regel in allen Leitern einschließlich des Elements die gleiche ist, so folgt aus der 2. Kirchhoffschen Regel:

$$E = iw_i + iw_1 + iw_2 + iw_3 + \cdots$$
$$E = i(w_i + w_1 + w_2 + w_3 + \cdots) = iW.$$

Der Gesamtwiderstand W ist also gleich der Summe der Einzelwiderstände.

2. Mehrere Leiter parallel geschaltet. (Fig. 59.)

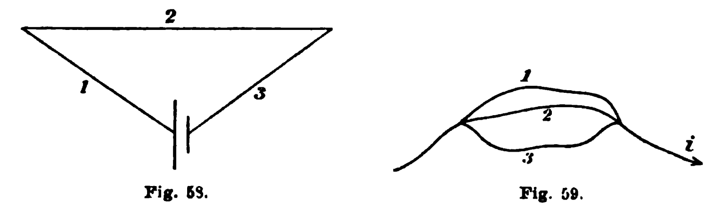


Fig. 58. Fig. 59.

Wird der Leiterkombination der Gesamtstrom i zugeführt, so ist nach den Kirchhoffschen Regeln:

$$i_1 + i_2 + i_3 + \cdots = i$$
$$i_1 w_1 = i_2 w_2 = i_3 w_3 = \cdots = V,$$

wo V die Potentialdifferenz der Verzweigungspunkte ist.

Indem man in der ersten Gleichung i_2, $i_3 \cdots$ mit Hilfe der zweiten eliminiert, erhält man:

$$i_1 \frac{w_1}{w_1} + i_1 \frac{w_1}{w_2} + i_1 \frac{w_1}{w_3} + \cdots = i$$
$$i_1 w_1 \left(\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} + \cdots\right) = i = V\left(\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} + \cdots\right).$$

Nach dem Ohmschen Gesetz ist aber $i = \frac{V}{W}$, wo W der Gesamtwiderstand der Kombination.

Es ist derselbe daher gegeben durch die Beziehung

$$\frac{1}{W} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} + \cdots,$$

d. h. es ist der reziproke Wert des Widerstandes einer Kombination parallel geschalteter Leiter gleich der Summe der reziproken Werte der einzelnen Leiterwiderstände.

106. Zusammenschaltung mehrerer Elemente zu einer Batterie. Werden n Elemente hintereinander verbunden, so ist, da zwischen den Polen eines jeden die Potentialdifferenz V besteht, die gesamte Potentialdifferenz zwischen den Endpolen der Batterie nV. Der innere Widerstand ist nw_i. Schließt man sie durch einen äußeren Widerstand w_a, so ist der entstehende Strom

$$i = \frac{nV}{nw_i + w_a}.$$

Schließt man ein Element durch den äußeren Widerstand w_a, so ist der entstehende Strom

$$i' = \frac{V}{w_i + w_a}.$$

Wenn w_a sehr klein wird, so daß es gegen w_i zu vernachlässigen, so ist $i = i'$, man hat daher keinen Vorteil von der Batterie gegenüber einem Element. Ein Vorteil wird bei dieser Schaltung erzielt, wenn der äußere Widerstand ein größerer ist. Ist er so groß, daß umgekehrt noch nw_i gegen w_a zu vernachlässigen ist, so ist der Strom bei Benutzung der n Elemente in Serienschaltung n-mal so groß als bei Benutzung eines Elements.

Bei größerem Außenwiderstand ist Reihenschaltung der Batterie zu wählen.

Werden die Elemente nebeneinander geschaltet, so ist bei gleicher Potentialdifferenz der Pole der innere Widerstand der Batterie n-mal kleiner als der des einzelnen Elements. Wird die Batterie durch einen äußeren Widerstand w_a geschlossen, so entsteht der Strom

$$i = \frac{V}{\frac{w_i}{n} + w_a}.$$

Hier ist das umgekehrte der Fall als zuvor. Ist w_a so groß, daß w_i dagegen zu vernachlässigen, so ist die Stromstärke die gleiche, ob man eine Zelle, oder die ganze Batterie als Stromquelle benutzt. Ist der äußere Widerstand w_a dagegen klein, so ergibt die Benutzung der Batterie einen stärkeren Strom, welcher in dem Grenzfall, daß w_a zu vernachlässigen ist, den n-fachen Betrag des mit einer Zelle zu erreichenden Stromes besitzt.

Bei kleinem Außenwiderstand ist Parallelschaltung der Batterie zu wählen.

107. Potentialverlust im geschlossenen Element. Der Vorteil, welchen man bei kleinem äußeren Widerstande bei Benutzung der Batterie in Parallelschaltung erreicht, ist mit anderen Worten dadurch erklärt, daß bei Anwendung nur eines Elements in demselben ein großer Potentialverlust entsteht. Ist E die elektromotorische Kraft im Stromkreise eines Elements, so gilt nämlich für den geschlossenen Stromkreis nach der 2. Kirchhoffschen Regel:

$$iw_i + iw_a = i(w_i + w_a) = E.$$

Ist der Außenwiderstand groß, so kann man w_i gegen w_a vernachlässigen, und es ist $iw_a = E$, d. h. zwischen den Enden des Widerstandes w_a, also zwischen den Polen des Elements herrscht eine Potentialdifferenz, welche gleich der elektromotorischen Kraft des geschlossenen Stromkreises ist. Dasselbe gilt für die Potentialdifferenz zwischen den Polen des offenen Elements ($w_a = \infty$).

Ist dagegen w_a klein, so ist der Strom gegeben durch

$$i = \frac{E}{w_i + w_a}.$$

An den Enden des Widerstandes w_a, d. h. zwischen den Polen des Elements herrscht nicht mehr die Potentialdifferenz E, sondern nur noch

$$iw_a = E - iw_i,$$

d. h. es findet ein Potentialverlust iw_i an den Elementpolen statt. Derselbe ist bei Anwendung der parallel geschalteten Batterie kleiner als bei Benutzung eines Elements, weil der innere Widerstand w_i der Batterie kleiner ist als der der einzelnen Zelle.

Das Verhalten des Elements kann man sich durch ein hydrodynamisches Analogon verdeutlichen, wenn man sich seine Wirkung etwa wie diejenige einer Pumpe vorstellt, welche Wasser bis zu einer bestimmten Höhe zu heben, also eine gewisse Niveaudifferenz herzustellen vermag. Erdet man einen Elementpol und verbindet den anderen mit einem großen Kondensator, so hat man hierfür ein Bild in einer Pumpe, die vom Meeresniveau Wasser in ein größeres Reservoir schafft, solange bis eine

bestimmte Niveaudifferenz hergestellt ist. Durch Serienschaltung mehrerer solcher Pumpen kann man dieselbe vervielfachen. In Fig. 60 sind deren zwei vorhanden. Läßt man jetzt aus dem Reservoir Wasser ausströmen, so wird das Niveau solange nicht wesentlich sinken, als die Pumpe genügend schnell Wasser nachliefert. Entzieht man aber durch ein weites Rohr mit wenig

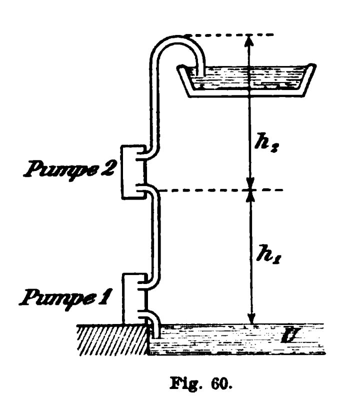


Fig. 60.

Widerstand viel Wasser, so muß das Niveau sinken, wenn die Weite der Pumpenrohre nicht genügende Nachlieferung von Wasser erlaubt, d. h. also wenn der innere Widerstand der Pumpe anfängt gegen den Widerstand der äußeren Rohrleitung in Betracht zu kommen. Das Niveau sinkt solange, bis die dadurch verminderte Wasserabfuhr vom Reservoir der Wasserzufuhr durch die Pumpe ans Reservoir gleich wird. Schaltet man mehrere Pumpen parallel, so sinkt das Niveau entsprechend weniger.

Fünfter Abschnitt.

Elektrochemie.

A. Elektrolyse.

108. Elektrolytische Leitung. Außer in Metallen findet eine gute Elektrizitätsleitung auch in den sogenannten Elektrolyten statt. Während wir aber nicht imstande sind, auch nach Hindurchleiten der stärksten Ströme an Metallen irgendeine Veränderung ihrer chemischen Natur zu bemerken, ist die Leitung durch Elektrolyte mit einer Zersetzung derselben verbunden. Die Zersetzungsprodukte treten nur an den Elektroden auf. Nehmen wir z. B. an, es seien zwei Platinplatten in eine verdünnte Schwefelsäurelösung getaucht, und ein Strom gehe von der einen Platte zur anderen, so beobachtet man, daß an derjenigen Platte, an welcher der Strom eintritt, an der sog. Anode, Sauerstoff, an der anderen Platte, der Kathode, Wasserstoff ausgeschieden wird, und zwar verhalten sich die ausgeschiedenen Volumina von H und O wie 2:1. In dem Raum zwischen den Elektroden findet keine sichtbare Zersetzung statt. Substanzen, welche durch den Stromdurchgang zersetzt werden, heißen Elektrolyte. Der Vorgang dieser Zersetzung heißt Elektrolyse. Lösungen von Salzen, Säuren und Basen, viele geschmolzene Salze sind Beispiele flüssiger Elektrolyte. Auch feste Elektrolyte gibt es, z. B. Jodsilber, heißes Glas und eine Reihe seltener Erden im erhitzten Zustande. Die elektrolytische Leitung der letzteren wird in der Nernstlampe technisch verwertet.

109. Das erste Faradaysche Gesetz der Elektrolyse. Faraday hat gezeigt, daß die zersetzte Menge eines Elektrolyten in einer sehr einfachen Beziehung zur Stromstärke steht. Es ist nämlich

die an einer Elektrode abgeschiedene Menge der hindurchgegangenen Elektrizitätsmenge proportional.

Der Beweis für dieses sog. erste Faradaysche Gesetz ist durch den Versuch leicht zu erbringen. Teilt man den eine Zersetzungszelle I durchfließenden Strom in zwei Zweige, die auch je eine solche Zelle II und III enthalten, so findet man, welches auch der Widerstand jedes der Verteilungszweige sein mag, stets, daß die zersetzte Menge in I gleich ist der Summe der zersetzten Mengen in II und III. Dies könnte nicht sein, wenn das eben genannte Gesetz nicht gültig wäre.

Fließt ein Strom i während einer Zeit t durch den Elektrolyten, so ist die beförderte Elektrizitätsmenge gleich it. Also die ausgeschiedene Menge

$$M = \text{Konst.}\, it = \mathfrak{M} it.$$

Die in gleichen Zeiten durch verschiedene Ströme ausgeschiedenen Mengen verhalten sich also wie die Stromstärken.

Die Konstante $\mathfrak{M}$ in der obigen Gleichung ist die Menge, die der Strom 1 (= 10 Ampère) in der Sekunde abscheidet, und heißt elektrochemisches Äquivalent der betreffenden Substanz. Dasselbe beträgt für Silber 0,01118 Gramm.

110. Das zweite Faradaysche Gesetz der Elektrolyse. Läßt man den gleichen Strom die gleiche Zeit durch verschiedene Elektrolyte hindurchgehen, so verhalten sich die ausgeschiedenen Mengen wie die chemischen Äquivalentgewichte.

Das Äquivalentgewicht ist definiert als Atomgewicht dividiert durch die Wertigkeit des Elements.

Durch denselben Strom werden in derselben Zeit also gleiche Valenzen gelöst. Geht ein Strom z. B. hintereinander durch Lösungen von Schwefelsäure, Silbernitrat, Zinksulfat, Kupfersulfat, so werden gleichzeitig mit 8 g an der Anode der Schwefelsäurezelle abgeschiedenen Sauerstoffs 1,01 g H, 107,9 g Ag, $\frac{65,4}{2} = 32,7$ g Zn, $\frac{63,6}{2} = 31,8$ g Cu an den Kathoden der Zellen abgeschieden, da 1,01; 107,9; 65,4; 63,6 die Atomgewichte dieser Elemente bezogen auf $O = 16$, ferner Wasserstoff und Silber einwertig, Sauerstoff, sowie Zink und Kupfer

im Sulfat zweiwertig sind. Ein und derselbe Strom scheidet aus zwei Lösungen von Eisensalzen, in denen das Eisen zwei bzw. dreiwertig ist (z. B. Ferro- und Ferrisulfat) Eisenmengen ab, welche sich wie 3:2 verhalten. Aus einem Merkurosalz wird durch den gleichen Strom die doppelte Quecksilbermenge ausgeschieden als aus einem Merkurisalz.

Die elektrochemischen Äquivalente verhalten sich demnach auch wie die Äquivalentgewichte. Bei Kenntnis des Atomgewichts und der Wertigkeit eines Elements kann man daher aus der im vorigen Paragraphen angegebenen Zahl des elektrochemischen Äquivalents für Silber dasjenige des betreffenden Elementes ohne weiteres berechnen, mithin auch die durch einen beliebigen Strom in beliebiger Zeit abgeschiedene Menge. Die folgende Tabelle enthält einige elektrochemische Äquivalente:

	M.
Wasserstoff	0.0001046,
Sauerstoff	0.0008289,
Silber	0.011180,
Kupfer	0.003294,
Zink	0.003388.

Der Strom von 10 Ampère scheidet also pro Sekunde 0.0001046 g Wasserstoff an der Kathode und 0.0008289 g Sauerstoff an der Anode aus, zersetzt daher insgesamt 0.0009335 g Wasser; also angenähert 1 mg. Beide Gase bilden zusammen ein Volumen erzeugten Knallgases von 1,740 ccm bei 0^0 und 760 mm Druck.

111. Messung von Stromstärken mit dem Voltameter. Faradays Gesetze der Elektrolyse geben uns ein Mittel an die Hand, Stromstärken zu messen. Man hat hierzu nur den zu messenden Strom eine Zersetzungszelle passieren zu lassen, in welcher entweder Schwefelsäure oder ein Metallsalz (am besten Silber- oder Kupfersalz) zersetzt wird. Aus der abgeschiedenen Menge von Knallgas, welches volumetrisch zu bestimmen ist, bzw. Metall, welches durch Wägung ermittelt werden kann, erhält man durch Division mit dem betreffenden elektrochemischen Äquivalent die Elektrizitätsmenge, welche während der Stromdauer durch die Zelle geflossen ist; durch weitere Division mit

der Stromdauer die mittlere Stromstärke. Die für diesen Zweck gebauten Zersetzungszellen heißen Voltameter. Am meisten gebraucht sind Silbervoltameter (Fig. 61), Kupfervoltameter und Knallgasvoltameter (Fig. 62); die hierfür verwendeten Elektrolyte sind wässerige Lösungen von Silbernitrat, Kupfersulfat und Schwefelsäure.

Am saubersten und genauesten arbeitet das Silbervoltameter, weswegen es vorzugsweise, u. a. auch zur Bestimmung des

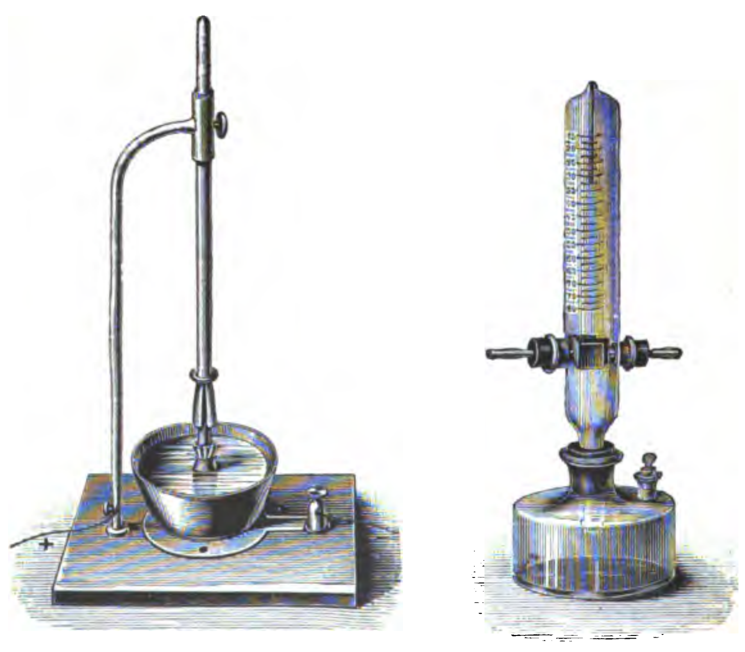


Fig. 61. Fig. 62.

Ampère (s. § 140) verwendet wird. Bei der elektrolytischen Bestimmung sehr schwacher Ströme wird natürlich auch am zweckmäßigsten das Silbervoltameter angewendet. Für Demonstrationszwecke hat wegen der unmittelbaren Sichtbarkeit der Zersetzungsprodukte das Knallgasvoltameter Vorteile. Bei sehr schwachen Strömen hat man seine Elektroden sehr klein zu machen, am besten als solche die nur ganz wenig aus einer Glasrohrumhüllung herausragenden Enden eines feinen Platindrahts zu wählen. Die geringen erzeugten Gasmengen bleiben sonst an den Elektroden haften oder werden sogar von ihnen

okkludiert. In einem solchen Voltameter sieht man leicht die Zersetzung durch einen Strom einer etwas größeren Influenzmaschine. Eine 20-plattige Leunersche Maschine liefert eine Stromstärke von etwa einem halben Milliampère, der in der Sekunde eine Knallgasmenge von $\frac{1}{10}$ cbmm erzeugt. Man sieht deutlich (besonders in Projektion) den Strom aufsteigender Gasblasen, von der einen Elektrode steigt ein Strom äußerst zahlreicher und feiner Bläschen, von der anderen weniger und dafür größere einzelne Blasen hoch. Mit dem gleichen Voltameter kann man leicht die Zersetzung durch den Entladungsstrom eines Kondensators zeigen. Ladet man dazu einen größeren technischen Kondensator z. B. 3 Mikrofarad, auf 300 Volt, und entladet ihn durch einen Vorschaltwiderstand (Glühlampe) in das Voltameter, so sieht man deutlich im Moment der Entladung die Gasbildung. Im genannten Beispiel ist die entladene Elektrizitätsmenge

$$3.10^{-6} \cdot 300 = 9.10^{-4} \text{ Coulomb}$$

also etwa $\frac{1}{1000}$ Coulomb. Die erzeugte Knallgasmenge ist ca. $\frac{1}{5}$ cbmm. Wiederholt man Ladung und Entladung zwanzigmal, so sind 4 cbmm, eine deutlich zu zeigende Menge des Gases gebildet. Man gewinnt in diesem Versuche einen Anschluß an das elektrostatische Maßsystem, wenn man Kapazität C und Ladespannung V des Kondensators in elektrostatischen Einheiten ausdrückt. In obigem Versuchsbeispiel wäre

$$C = 27.10^5 \text{ cm}, \quad V = 1 \text{ e. s. Einheit.}$$

112. Sekundäre Reaktionen. Bei den meisten elektrolytischen Prozessen sind die an den Elektroden auftretenden Zersetzungsprodukte nicht die primär vom Strom ausgeschiedenen Substanzen. So z. B. auch bei dem bereits erwähnten Fall des Stromdurchgangs durch verdünnte Schwefelsäure. Die an den Elektroden frei werdenden Gase sind die Bestandteile des Wassers, so daß es aussieht, als ob der Vorgang eine direkte Zersetzung des Wassers durch den Strom sei. Dies ist aber nicht der Fall, wie schon daraus hervorgeht, daß die Anwesenheit der Schwefelsäure für den Eintritt der Zersetzung nötig ist, und reines Wasser den Strom so gut wie gar nicht leitet.

Die primäre Wirkung des Stromes beruht vielmehr auf einer Zersetzung der Schwefelsäure gemäß der Formel

$$H_2SO_4 = \overset{\text{Kathode}}{H_2} + \overset{\text{Anode}}{SO_4}.$$

Das Säureradikal SO_4 seinerseits entzieht dem Wasser H_2, so daß an der Anode sich die sekundäre Reaktion abspielt:

$$2SO_4 + 2H_2O = 2H_2SO_4 + O_2.$$

Die Schwefelsäure regeneriert sich daher fortwährend, und der Effekt des Stromdurchgangs ist eine Wasserzersetzung.

Zusatz eines Tropfens Schwefelsäure in eine mit destilliertem Wasser gefüllte, hinter einer Glühlampe an eine Spannungsleitung geschaltete Zersetzungszelle genügt, um die vorher vollkommen dunkle Lampe zu hellem Leuchten zu bringen.

Bei der Elektrolyse von Silbernitrat $AgNO_3$ zwischen Silberelektroden scheidet sich an der Kathode das metallische Silber ab. An der Anode verbindet sich das Säureradikal NO_3 mit dem Silber der Anode zu Silbernitrat, welches sich löst. Eine der an der Kathode abgeschiedenen gleiche Silbermenge wird also der Anode entzogen, während die Lösung die gleiche Konzentration behält.

In einer zwischen Platinelektroden elektrolysierten wässerigen Lösung von Natriumsulfat Na_2SO_4 spielen sich an Anode und Kathode sekundäre chemische Prozesse ab. Das an der Kathode abgeschiedene Natrium reagiert mit dem Lösungswasser gemäß der Formel:

$$Na_2 + 2H_2O = 2NaOH + H_2.$$

An der Anode zersetzt das Schwefelsäureradikal das Wasser wie im Knallgasvoltameter.

Zersetzungsprodukte sind also an der Kathode Natronlauge und Wasserstoff, an der Anode Schwefelsäure und Sauerstoff.

Wenn man der in einem U-rohr befindlichen Lösung etwas blaue Lackmustinktur zusetzt, welche man an der Kathode durch schwaches Ansäuern rotfärbt, so kehren sich bei der Elektrolyse die Färbungen um.

Es gibt ferner noch sekundäre Reaktionen, welche uns falsche ausgeschiedene Mengen vortäuschen können und daher besonders bei Strommessungen mit dem Voltameter berück-

sichtigt werden müssen. So bilden sich unter gewissen Versuchsbedingungen bei der Elektrolyse einer wässerigen Schwefelsäurelösung an einer Platinanode als sekundäre Produkte Ozon (O_3), Wasserstoffsuperoxyd (H_2O_2), ein Hydrat der Überschwefelsäure (S_2O_7). Die Bildung dieser Oxydationsprodukte, welche der stark oxydierenden Wirkung des entstehenden Sauerstoffs zuzuschreiben ist, kann das ausgeschiedene Gasvolumen wesentlich zu klein erscheinen lassen. Unter anderem hat die Stromdichte auf dieselbe einen großen Einfluß. Auch die Form metallischer Niederschläge ist von der Stromdichte stark abhängig. Das Metall kann sich kristallinisch, pulverförmig oder als feiner Überzug niederschlagen. Dies letztere wird erstrebt, wenn es sich darum handelt, Metalle z. B. zu versilbern oder zu vergolden. Erfahrungsgemäß liefern Lösungen der Cyanverbindungen bei geringer Stromdichte festhaftende glänzende Niederschläge. In der Galvanoplastik erzeugt man dicke Kupferniederschläge auf leitend gemachten Reliefs. Bei Abheben der Kupferschicht hat man in derselben die Form der Reliefs.

113. Ausfällung von Metallen aus deren Salzlösungen. Galvanische Niederschläge erhält man unter Umständen auch ohne Anwendung einer äußeren Stromquelle. Taucht man beispielsweise einen Zinkstab in eine Kupfersulfatlösung, so überzieht er sich von selbst mit einer Kupferschicht. Dies erklärt sich durch Lokalströme, welche sich am Zinkstab ausbilden. Das Zink ist nie vollkommen rein, und es finden sich daher Stellen auf der Oberfläche desselben, welche gegen das reine Zink eine Potentialdifferenz aufweisen. Ist der Sinn dieser Potentialdifferenz derselbe, wie ihn das in der Lösung befindliche Kupfer gegen Zink aufweist, so fließt ein Strom vom Zink durch die Lösung zur verunreinigten Stelle, scheidet dort also Kupfer aus; da das Kupfer sich gleich verhält, so dauert dieser Strom an, es findet also eine dauernde Kupferausscheidung statt. Dagegen findet keine Zinkausscheidung statt beim Eintauchen eines Kupferstabes in Zinksulfatlösung. Denn nehmen wir an, auch bei einem Kupferstabe seien Stellen, welche eine Potentialdifferenz gegen die reinen Stellen desselben aufweisen, so daß infolge dessen ein Lokalstrom entsteht. Dann wird durch den-

selben zwar im ersten Moment Zink ausgeschieden; dies gibt aber sofort Veranlassung zur Umkehr des Lokalstromes, bis das Zink wieder völlig gelöst ist. Es kann eine dauernde Zinkausfällung nicht stattfinden. Ausfällung eines Metalles 1 aus der Lösung seines Salzes findet durch ein Metall 2, wie aus obiger Betrachtung leicht ersichtlich, nur dann statt, wenn sich 2 in der Lösung anodisch gegen 1 verhält, d. h. wenn in einem aus 1, 2 und der Lösung gebildeten Elemente der Strom von 2 durch die Lösung nach 1 fließt.

114. Theorie der Elektrolyse von R. Clausius und Sv. Arrhenius. Dissoziation. Ionen. Die elektrolytischen Vorgänge lassen sich durch eine Auffassung über die Natur der elektrolytischen Lösungen erklären, welche von Clausius zuerst aufgestellt, von Arrhenius modifiziert und weiter ausgebaut wurde.

Nach dieser Auffassung sind die Moleküle eines jeden in Lösung befindlichen Elektrolyten zum Teil dissoziiert, d. h. in positiv und negativ geladene Bestandteile, die sog. Ionen zerspalten. Den positiv geladenen Bestandteil nennt man das Kation, den negativ geladenen das Anion. Immer sind in jedem Volumenteil soviel Anionen und Kationen, daß die Gesamtladung des Raumes Null ist. Das gleiche gilt vom Molekül, das auch elektrisch neutral ist. Erzeugt man eine Potentialdifferenz zwischen zwei in der Lösung befindlichen Elektroden, so wandern die Ionen in dem elektrischen Felde nach den Elektroden, das positive Kation nach der Kathode, das negative Anion nach der Anode, und geben ihre Ladungen dort ab. Hierdurch kommt der elektrische Strom zustande.

Bezüglich des Zerfalls in Ionen verhalten sich die einzelnen Elektrolyte verschieden. Verhältnismäßig das einfachste ist das Verhalten der sog. binären Elektrolyte, das sind diejenigen, deren Moleküle in zwei Ionen, ein Kation und ein Anion, zerfallen. Beispiele sind Chlorkalium, Natriumhydroxyd, Salzsäure, Zinksulfat, Kupfersulfat usw. Komplizierter ist das Verhalten der ternären usw. Elektrolyte, welche in drei und mehr Ionen zerspalten werden. Beispiele eines ternären Elektrolyten sind Schwefelsäure, Kupfernitrat. Die Tabelle zeigt die Dissoziation einiger Elektrolyte:

	Elektrolyt.	Kation.	Anion.	
binär	KCl	K	Cl	Ionen einwertig.
	$NaOH$	Na	OH	
	HCl	H	Cl	
	$ZnSO_4$	Zn	SO_4	Ionen zweiwertig.
	$CuSO_4$	Cu	SO_4	
ternär	H_2SO_4	H H	SO_4	ein zweiwertiges Anion. zwei einwertige Kationen.
	$Cu(NO_3)_2$	Cu	NO_3 NO_3	ein zweiwertiges Kation. zwei einwertige Anionen.
quaternär	H_3PO_4	H H H	PO_4	ein dreiwertiges Anion. drei einwertige Kationen.

Wie man aus der Tabelle sieht, sind alle angeführten Kationen, das sind die Metall- und Wasserstoffionen, mit den betreffenden + geladenen Atomen identisch. Von den Anionen sind die Halogene Chlor, Brom, Jod, Fluor mit den — geladenen Atomen gleich. Im allgemeinen sind die Anionen aber geladene Atomkomplexe.

Eine Lösung, welche im Liter das Molekulargewicht in Grammen oder, wie man sich ausdrückt, ein Grammolekül enthält, nennt man $\frac{1}{1}$ normale Lösung. Lösungen, die den 10-ten, 100-sten Teil davon enthalten, $\frac{1}{10}$ normal bzw. $\frac{1}{100}$ normal. Normale Lösungen sämtlicher Elektrolyte enthalten, in undissoziiertem Zustand gedacht, gleichviel Moleküle in der Volumeneinheit. Normale Lösungen aller binären Elektrolyte enthalten, völlig dissoziiert, die gleiche Anzahl von Ionen beiderlei Vorzeichens in der Volumeneinheit, unabhängig von der Natur des Elektrolyten.

Jede normale Lösung eines binären Elektrolyten enthält ein Grammion jeder Art im Liter, d. h. soviel Gramm des Ions, als das Iongewicht angibt; z. B. 1 gr H, 23 gr Na, 63,6 gr Cu, 17 gr OH, 96 gr SO_4 usf.

Aus dem zweiten Faradayschen Gesetz folgt, daß jedes einwertige Grammion die gleiche Ladung e besitzt. Diese Ladung beträgt, da die absolute elm. Einheit des Stroms in 1 sec

0,0001036 gr Wasserstoff ausscheidet, und das Grammion des Wasserstoffs = 1 gr ist:

$$\mathfrak{e} = \frac{1}{0{,}000\,10\,36} = 9653 \text{ elm. Einh.} = 96530 \text{ Coulomb.}$$

Jedes einzelne einwertige Ion selbst ist ebenso auch mit gleicher Ladung behaftet, die man als elektrolytische Elementarladung e bezeichnen kann. Zweiwertige Ionen tragen die doppelte, p-wertige die p-fache Ladung $e = p \cdot \mathrm{e}$. Ebenso beträgt auch die Ladung $\mathfrak{e}$ eines p-wertigen Grammions das p-fache derjenigen des einwertigen Grammions

$$\mathfrak{e} = p\mathfrak{e}.$$

Die Ladung, welche an der Masseneinheit eines Ions haftet, nennt man spezifische Ionenladung. Sie ist durch den Quotienten aus Ladung e und Masse m des Ions oder Ladung $\mathfrak{e}$ und Masse $\mathfrak{m}$ des Grammions gegeben und hat unter allen Ionen demnach für Wasserstoff den größten Wert 96530 Coulomb/Gramm. Für die anderen Ionen ist die spezifische Ionenladung $\frac{e}{m}$ im Verhältnis Wertigkeit : Iongewicht kleiner, sie ist für alle Ionen durch das reziproke elektrochemische Äquivalent gegeben.

$$\frac{e}{m} = \frac{p\mathrm{e}}{m} = \frac{\mathfrak{e}}{\mathfrak{m}} = \frac{p\mathfrak{e}}{\mathfrak{m}} = \frac{1}{\mathfrak{M}}.$$

Um die elektrolytische Elementarladung e des einwertigen Ions zu bestimmen, hat man die Ladung $\mathfrak{e} = 9653$ des einwertigen Grammions zu dividieren durch die Zahl η Ionen, welche im Grammion enthalten sind, also z. B. durch die Anzahl H-ionen in 1 gr Wasserstoff. Nimmt man nun an, daß die Wasserstoffionen sich so verhalten wie die Moleküle des neutralen Wasserstoffs im gasförmigen Zustande, daß sie so wie diese das Druckgesetz der Gase und das Avogadrosche Gesetz befolgen, so kann man die gewünschte Ionenzahl aus der Gastheorie berechnen. Diese ergibt für die Anzahl Gasmoleküle im ccm bei 0^0 und 760 mm (sog. Loschmidtsche Zahl) eine Zahl zwischen $6800 \cdot 10^{15}$ und $58000 \cdot 10^{15}$, also da 1 gr Wasserstoff unter diesen Bedingungen von Druck und Temperatur das Volumen 10830 ccm einnimmt, für die Molekülzahl pro Gramm

Wasserstoff das 10830fache und für die Ionenzahl η, da ein Molekül H_2 sich aus zwei Ionen H zusammensetzt,

$$2 \cdot 10830 \cdot 58000 \cdot 10^{15} > \eta > 2 \cdot 10830 \cdot 6800 \cdot 10^{15}.$$

Die elektrolytische Elementarladung $e = \frac{\mathfrak{e}}{\eta}$ ergibt sich daraus als zwischen den Werten liegend:

$$6{,}5 \cdot 10^{-20} > e > 0{,}7 \cdot 10^{-20} \text{ elektromagnetische Einheiten.}$$

Auf einem ganz anderen Wege ist die Elementarladung e etwa gleich 10^{-20} elm. Einh. gefunden worden (siehe § 385). Die Masse m des Wasserstoffions ist $m = \frac{1}{\eta}$, liegt also zwischen $0{,}9 \cdot 10^{-24}$ und $7 \cdot 10^{-24}$ gr.

115. Wanderung der Ionen. Überführungszahl. Durch die Bewegung der Ionen werden Konzentrationsänderungen des Elektrolyten in der Umgebung der Elektroden herbeigeführt. Da im allgemeinen die Beweglichkeiten des positiven und des negativen Ions verschieden sind, so ist daraus auf eine Verschiedenheit der Konzentrationsänderungen an Anode und Kathode zu schließen. Fig. 63 zeigt dies schematisch. Zwischen den Grenzflächen A und B befinde sich eine neutrale, keinen Veränderungen der Zusammensetzung unterworfene Schicht. Links sei Anode, rechts Kathode. Die positiven Ionen seien durch Kreuzchen +, die negativen durch — Striche dargestellt. Vor Anlegung der elektromotorischen Kraft ist die Ionenverteilung eine gleichmäßige (Fig. 63 oberer Teil). Wird nun ein elektrisches Feld im Elektrolyten erzeugt, so wandern die + Ionen nach rechts, die — Ionen nach links. Nach einem kleinen Zeitmoment, in welchem durch die Grenzflächen der neutralen Schicht je ein + Ion ein- bzw. ausgetreten ist, ist bei gleicher Geschwindigkeit der negativen Ionen auch je ein negatives Ion von rechts in die neutrale Schicht eingewandert und nach links hinausgegangen.

A B Anode Kathode

Fig. 63.

Es werden dadurch in dem Raum an der Anode zwei negative Ionen, an der Kathode zwei positive Ionen frei und an den Elektroden abgeschieden. In beiden Räumen links und rechts von der neutralen Schicht ist jetzt ein Ionenpaar weniger vorhanden, an beiden Elektroden hat also eine gleiche Konzentrationsabnahme des Elektrolyten stattgefunden (Fig. 63, mittlerer Teil). Anders, wenn das eine Ion sich schneller bewegt. Der untere Teil von Fig. 63 stellt den Fall dar, daß das — geladene Anion sich doppelt so schnell bewegt als das + geladene Kation. In derselben Zeit, in welcher in die Lösungsschicht zwischen A und B ein positives Ion von links eintritt und ein anderes nach rechts hin sie verläßt, findet der gleiche Vorgang mit zwei negativen Ionen statt. Aus der Figur ist ersichtlich, daß auf diese Weise eine Abnahme der Konzentration um zwei Ionenpaare (Moleküle) in der Schicht auf der Seite der Kathode in derselben Zeit erfolgt, in welcher auf der Seite der Anode ein Molekül verschwindet. An jeder Elektrode werden dabei drei Ionen abgeschieden.

Das Verhältnis der Anzahl der durch die neutrale Schicht nach einer Elektrode hin wandernden Ionen zu der Anzahl der an einer Elektrode frei werdenden Ionen hat Hittorf als Überführungszahl ν bezeichnet. Das Verhältnis der Überführungszahlen beider Ionenarten ergibt direkt das Verhältnis ihrer Geschwindigkeiten. Die Summe der beiden Überführungszahlen ist Eins. Es ist also:

$$\frac{\nu}{1-\nu} = \frac{u}{v},$$

wenn ν und u Überführungszahl und Geschwindigkeit des Kations, v die Geschwindigkeit des Anions bedeuten Es folgt:

$$\nu = \frac{u}{u+v},$$

$$1-\nu = \frac{v}{u+v}.$$

Im Beispiel Fig. 63 (mittlerer Teil) sind die Überführungszahlen des Anions und des Kations gleich $\frac{1}{2}$; während zwei Ionen an den Elektroden frei werden, wandert je eines durch die neutrale Schicht. Im Beispiel Fig. 63 (unterer Teil) wandert durch den unveränderten Querschnitt ein positives Ion (Kation) in der-

selben Zeit wie zwei negative Ionen (Anionen). Dabei werden an jeder Elektrode drei Ionen frei. Die Überführungszahl des Kations ist daher in diesem Beispiel gleich $\frac{1}{3}$; diejenige des Anions gleich $\frac{2}{3}$, die Summe beider gleich Eins. Es entspricht dies dem Verhalten der Ionen in einer nicht sehr konzentrierten Kupfersulfatlösung. In solcher Lösung bewegen sich die — geladenen SO_4-Ionen (Anionen) etwa doppelt so schnell als die + geladenen Cu-Ionen (Kationen). Die Überführungszahlen werden durch Konzentrationsbestimmungen der Lösung an den Elektroden ermittelt.

116. Bedeutung des Ohmschen Gesetzes in der elektrolytischen Leitung. Man denke sich einen beliebigen Querschnitt durch den Elektrolyten gelegt; die Stromstärke stellt sich dar als die Summe der Elektrizitätsmengen, welche pro Zeiteinheit durch die positiven Ionen in der einen, die negativen Ionen in der anderen Richtung durch den Querschnitt befördert werden. In jeder Volumeneinheit sind, da freie Ladungen in Elektrolyten nicht auftreten, von jedem Ion stets eine solche Zahl n vorhanden, daß das Produkt pn aus Wertigkeit und Ionenzahl für Anion und Kation gleich ist. Die Ladung in der Volumeneinheit ist gleich $\pm pne$, wenn e die Ladung des einwertigen Ions, d. i. die Elementarladung ist. Sind Υ und Φ die Geschwindigkeiten des positiven und negativen Ions, so ist die Stromstärke durchs qcm, d. h. die Stromdichte

$$i = pne(\Upsilon + \Phi).$$

Nach dem Ohmschen Gesetz ist die Stromstärke proportional der Potentialdifferenz, also:

$$i = \text{Konst. } V.$$

Damit das Ohmsche Gesetz gilt, müssen also die Geschwindigkeiten Υ und Φ proportional der Potentialdifferenz sein; d. h., wenn V das Potentialgefälle pro cm ist:

$$\Upsilon = uV; \quad \Phi = vV.$$

wo u und v für jedes Ion Konstante sind, nämlich die Geschwindigkeiten für die pro cm wirkende Einheit der Potentialdifferenz. Diese Geschwindigkeit der Ionen nennt man ihre absolute Beweglichkeit. Auf die Ionen wirkt in dem elektrischen

Felde eine Kraft, welche dem Produkt aus ihrer Ladung und der Feldstärke gleich ist. Wenn sie sich ohne Reibung bewegten, würden sie eine fortwährende Beschleunigung erfahren. Die Reibung im Elektrolyten ist aber so groß, daß sie sich wie eine kleine Kugel in einer zähen Flüssigkeit mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegen. Die Beweglichkeit der Ionen ist in verschieden konzentrierten Lösungen eine verschiedene, die Stromstärke bei gegebener Potentialdifferenz daher aus zwei Gründen mit der Konzentration veränderlich. Erstens weil die Zahl der Ionen pro ccm eine andere ist, zweitens weil die Beweglichkeit verschiedene Größe hat. Änderung der Konzentration hat auf die Beweglichkeiten der beiden Ionen eines Elektrolyten im allgemeinen einen verschiedenen Einfluß. Dies macht sich in einer Veränderlichkeit der Überführungszahlen geltend. In Kupfersulfatlösung z. B. ist für geringere Konzentration der Unterschied der Beweglichkeiten und damit der Überführungszahlen ein größerer als für konzentriertere Lösungen.

117. Das Ostwaldsche Verdünnungsgesetz für die Beziehung zwischen Dissoziationsgrad und Konzentration einer Lösung. Nach § 114 stellt man sich den Strom durch einen Elektrolyten als entstanden vor durch die Bewegung der in der Lösung des Elektrolyten vorhandenen Ionen in dem elektrischen Felde zwischen den Elektroden. Die Ionen sind in jeder Lösung eines Elektrolyten enthalten. Man hat sich dies nicht so vorzustellen, als ob ein Teil der gelösten Moleküle ständig erhalten, ein anderer Teil dauernd in Ionen zerspalten wäre, sondern vielmehr folgendermaßen: Die elektrisch neutralen Moleküle des gelösten Stoffes sind gebildet durch das Zusammenhaften entgegengesetzt geladener Ionen infolge deren elektrostatischer Anziehung. Die Moleküle sind aber andererseits in fortwährender wirbelnder Bewegung; diese Bewegung ist diejenige, welche die Temperatnr des Körpers bedingt; sie ist um so stärker, je höher die Temperatur ist. Durch diese teilweise rotatorische Bewegung erleiden die im Molekül enthaltenen Ionen aber Zentrifugalkräfte, welche sie voneinander zu trennen suchen. So kommt es, daß in der Lösung fortdauernd Moleküle auseinandergerissen werden und andere durch

Vereinigung von Ionen dafür entstehen. Es muß dann ein gewisser Gleichgewichtszustand eintreten, der dadurch gegeben ist, daß Zerfall und Neubildung von Molekülen gleich sind. Unter Dissoziationsgrad α versteht man die Zahl, welche angibt, welcher Bruchteil der gelösten Moleküle in Ionen gespalten ist. α ist also ein echter Bruch und höchstens gleich Eins, nämlich dann, wenn alle Moleküle dissoziiert sind. Sind N Moleküle pro ccm gelöst, so sind je αN Ionen beider Arten (bei nicht binären Elektrolyten vom einen Ion oder von beiden ein ganzzahliges Vielfaches dieser Zahl) und $(1 - \alpha)\, N$ ungespaltene Moleküle in der Volumeneinheit enthalten. Von diesen letzteren wird in der Zeiteinheit eine gewisse Anzahl in Ionen zerfallen, welche der Zahl vorhandener ungespaltener proportional ist, also $P\,(1 - \alpha)\, N$, wo P eine Proportionalitätskonstante ist. Von den freien Ionen wiederum wird sich in gleicher Zeit eine Zahl anziehen und wieder vereinigen, die der Anzahl αN der Ionen jeder Art, zusammen also dem Quadrate dieser Anzahl proportional ist, d. h. es werden $Q\alpha^2 N^2$ Wiedervereinigungen in der Sekunde stattfinden, wo Q eine andere Proportionalitätskonstante ist. Gleichgewicht ist, wenn gleichviel Moleküle entstehen und zerspalten werden, also wenn

$$P(1 - \alpha) N = Q\alpha^2 N^2,$$

oder:

$$\frac{\alpha^2}{1 - \alpha} = \frac{P}{Q} \cdot \frac{1}{N} = \frac{c}{N} = c\varphi$$

ist. Die Funktion $\frac{\alpha^2}{1 - \alpha}$ des Dissoziationsgrades α ist hiernach also der Konzentration N der Moleküle umgekehrt, d. h. der Verdünnung φ direkt proportional. Je größer die Konstante c einer Lösung ist, desto besser leitet dieselbe. Wenn für die Leitung nur die dissoziierten Moleküle in Betracht kommen, d. h. der Strom nur durch die Bewegung der Ionen zustande kommt, und die ungespaltenen Moleküle am Transport der Elektrizität sich nicht beteiligen, so ist nach § 116 der Strom, also das Leitvermögen der Anzahl n der im ccm enthaltenen Ionen, d. h. der Größe αN proportional. Vorausgesetzt ist dabei, daß bei der Änderung von n durch eine Konzentrationsänderung die Beweglichkeiten der Ionen durch eine Änderung des Reibungswiderstandes nicht andere werden, was nach § 116 nicht streng

richtig ist. Auch eine Anlagerung von Molekülen des Lösungsmittels an die Ionen kann die Leitung stark beeinflussen.

Für sehr schwach dissoziierte Körper, bei denen α klein gegen 1 ist, folgt aus dem oben abgeleiteten Gesetz, daß der Dissoziationsgrad α der Größe $\frac{1}{\sqrt{N}}$ proportional ist. Das der Größe αN proportionale Leitungsvermögen muß hiernach der Größe $\sqrt{N}$, d. h. der Wurzel aus der Konzentration der Moleküle, direkt proportional sein. Diese Beziehung ist an schlecht leitenden Lösungen experimentell bestätigt worden.

In äußerst verdünnter Lösung müssen nach der eben abgeleiteten Formel alle Körper vollständig dissoziiert sein, da für N nahe gleich Null, für α der Wert nahe gleich Eins folgt. Bei höherer Temperatur nimmt die Dissoziation, wie schon erwähnt, zu, was sich in einer meist sehr bedeutenden Steigerung des Leitvermögens der Elektrolyte kundgibt. Die Größe der Dissoziation ist sehr von der Natur des Lösungsmittels abhängig. Flüssigkeiten höherer Dielektrizitätskonstante zeigen stets größere Dissoziation der in ihnen gelösten Stoffe; daher die besonders starke dissoziierende Kraft des Wassers ($\varepsilon = 80$).

118. Bestimmung des Dissoziationsgrades aus dem Leitungsvermögen. Wir betrachten einen Würfel von 1 ccm Inhalt. An zwei gegenüberliegenden Flächen bestehe die Spannungsdifferenz 1 absol. Einh. Der Strom in absol. Einh. ausgedrückt ist dann numerisch gleich dem absoluten spezifischen Leitungsvermögen $\varkappa$ des Würfels; denn er ist gleich dem reziproken Widerstand des Würfels von 1 cm Länge und 1 qcm Querschnitt (s. § 101). Es seien N Moleküle des Elektrolyten im ccm enthalten, davon der durch den Dissoziationsgrad α gegebene Bruchteil αN in Ionen gespalten. Wieviel positive und wieviel negative Ionen im ccm enthalten sind, das hängt von der Natur des Elektrolyten ab. Ist er ein binärer, so wären es αN Ionen jeden Vorzeichens. Jedenfalls muß die Summe aller Ionenladungen Null ergeben, d. h. in jedem Volumen eine gleiche Anzahl positiver und negativer Elementarladungen vorhanden sein. Die Anzahl ζ von + Elementarladungen, die im Molekül mit der gleichen Zahl — Elementarladungen neutralisiert vor-

handen sind, ist gegeben durch die Zahl der im Molekül gebundenen Ionen-Valenzen (z. B. in $H_2 - SO_4$ zwei, in $H_3 - PO_4$ drei usf.), d. i. durch das Produkt aus der Zahl von Ionen eines Vorzeichens im Molekül und deren Wertigkeit. ζ muß für + und — Ionen natürlich gleich sein. Die gesamte Ladung im ccm beträgt daher $\pm N\zeta\mathfrak{e}$, wovon der Bruchteil $\mathfrak{a}N\zeta\mathfrak{e}$ als freie + und — Ladungen in Ionenform, der Rest $(1 - \mathfrak{a})N\zeta\mathfrak{e}$ als im Molekül neutralisierte Ladungen bestehen.

Der den Würfel durchfließende Strom, mithin nach der eingangs des Paragraphen gemachten Bemerkung das Leitvermögen des Elektrolyten, ist nach § 116 gegeben durch

$$\text{(1)} \qquad \varkappa = np\mathfrak{e}(u + v)$$

worin n die Zahl Ionen eines Vorzeichens im ccm, p deren Wertigkeit, also pn für + und — Ionen gleich, nämlich gleich der Zahl im ccm in Ionenform vorhandener Valenzen ist, d. h.

$$pn = \mathfrak{a}N\zeta.$$

Es ist daher

$$\varkappa = \mathfrak{a}N\zeta\mathfrak{e}(u + v).$$

Die Größe $\frac{\varkappa}{N\zeta\mathfrak{e}}$ ist das sogen. reduzierte Leitungsvermögen einer Lösung, d. h. das Leitungsvermögen einer Lösung, welche im ccm die Ladung Eins an den Ionen eines Vorzeichens enthält. Bezeichnet man sie mit L, so ist nach obiger Gleichung:

$$\text{(2)} \qquad L = \frac{\varkappa}{N\zeta\mathfrak{e}} = \mathfrak{a}(u + v).$$

In sehr verdünnten Lösungen ist nach dem vorigen Paragraphen $\mathfrak{a} = 1$. Ist das reduzierte Leitvermögen für solche Lösung L_∞, so ist also:

$$\text{(3)} \qquad L_\infty = (u + v).$$

Daher:

$$\text{(4)} \qquad \mathfrak{a} = \frac{L}{L_\infty}.$$

Durch Bestimmung des reduzierten Leitvermögens L einer Lösung, sowie derselben Größe für sehr starke Verdünnung (L_∞) ermittelt man daher den Dissoziationsgrad der Lösung als den Quotienten aus den beiden Werten.

Zur Ermittlung des reduzierten Leitvermögens hat man das experimentell gemessene Leitvermögen $\varkappa$ zu dividieren durch die im ccm an den Ionen eines Vorzeichens haftende Ladung. Letztere ist mit der Konzentration der Lösung bekannt, da man ja aus dem elektrochemischen Äquivalent die an ein Gramm gebundene Ladung weiß. Ein Beispiel möge dies erläutern. Eine $\frac{1}{100}$ — normale Salzsäurelösung enthält 0,365 gr HCl im Liter, also im ccm 0,01 mg H und 0,355 mg Cl. Am Grammion Wasserstoff, d. h. an 1 gr H haftet die Elektrizitätsmenge 9653 abs. Einh., also ist im ccm der $\frac{1}{100}$ normalen HCl-Lösung an den Wasserstoffionen die Elektrizitätsmenge + 0,09653 abs. Einh. gebunden, an den Chlorionen die gleiche Ladung entgegengesetzten Vorzeichens.

119. Einführung des Äquivalentleitvermögens. Das reduzierte Leitvermögen L war definiert durch den Quotienten aus $\varkappa$ und der im ccm enthaltenen Ladung, es ist das Leitvermögen einer Lösung, welche in der Volumeneinheit an Ionen gebunden die Ladungen ± 1 enthält. Man rechnet in der Elektrochemie vielfach statt dessen mit einer anders reduzierten Größe, die man das Äquivalentleitvermögen nennt, und bezeichnet so das Leitvermögen einer Lösung, welche im ccm ein Grammäquivalent gelöst enthält. Letzteres ist definiert durch die Beziehung:

Anzahl Grammäquivalente = Anzahl Grammionen $\times$ Wertigkeit,

d. h. in einer Lösung, welche ein Grammion eines p-wertigen Ions enthält, sind p Grammäquivalente vorhanden. Um das Äquivalentleitvermögen Λ zu erhalten, hat man demnach $\varkappa$ nicht auf die Ladung Eins im ccm, sondern auf die in der Volumeneinheit enthaltene Ladung $\mathfrak{e}$ eines Grammäquivalents, d. i. eines einwertigen Grammions zu reduzieren. Man gewinnt mithin das Äquivalentleitvermögen Λ durch Multiplikation des reduzierten Leitvermögens L mit der Ladung des einwertigen Grammions $\mathfrak{e} = 9653$. Es ist also:

$$\Lambda = L \cdot \mathfrak{e} = 9653\, L.$$

Das Äquivalentleitvermögen kann man anstatt der Größe L in Zähler und Nenner der Formel (4) einsetzen, und man erhält für die Bestimmung des Dissoziationsgrades die Formel:

$$\alpha = \frac{\Lambda}{\Lambda_\infty}. \qquad (5)$$

Für das Äquivalentleitvermögen bei großer Verdünnung folgt die der Gleichung (3) analoge:

$$(6) \qquad \Lambda_\infty = 9653\,(u+v) = U + V.$$

Die Größen

$$U = 9653\,u; \quad V = 9653\,v$$

hat man auch als Wanderungsgeschwindigkeiten bezeichnet. Die Summe $U+V$ für die beiden Ionen der Lösung ergibt das Äquivalentleitvermögen Λ_∞ einer verdünnten Lösung. Für nicht genügend verdünnte Lösungen findet man nach (5) das Äquivalentleitvermögen Λ durch Multiplikation der Summe $U+V$ mit dem Dissoziationsgrad.

Die Größen u und v indessen sind die wirklichen absoluten Beweglichkeiten der Ionen, d. h. die Geschwindigkeiten für das Gefälle $\frac{1\ \text{Volt}}{\text{cm}}$. Ihre Summe, für nicht sehr verdünnte Lösungen mit dem Dissoziationsgrad multipliziert, ergibt das auf die Ladung Eins im ccm reduzierte Leitvermögen L, welches gleich dem Äquivalentleitvermögen Λ dividiert durch die Ladung $\mathfrak{e} = 9653$ des einwertigen Grammions ist.

120. Bestimmung der absoluten Beweglichkeit der Ionen. Die Größen u und v sind aus den vorherigen Beziehungen leicht zu ermitteln. Es ist nach Gleichung (5) und (6) des vorigen Paragraphen:

$$(1) \qquad \Lambda = \alpha\Lambda_\infty = \alpha\,(U+V) = 9653\,\alpha\,(u+v).$$

Ferner sind nach § 115 die Überführungszahlen der Ionen gegeben durch:

$$(2) \qquad \nu = \frac{u}{u+v}, \qquad 1-\nu = \frac{v}{u+v}.$$

Aus beiden Beziehungen folgt:

$$u = \frac{\nu\Lambda}{9653\,\alpha} = \frac{\nu\Lambda_\infty}{9653},$$

$$v = \frac{(1-\nu)\Lambda}{9653\,\alpha} = \frac{(1-\nu)\Lambda_\infty}{9653}.$$

121. Berechnung eines numerischen Beispiels. Lösung, welche 0,365 g Salzsäure im Liter enthält ($\frac{1}{100}$ — normal). Das ccm Lösung enthält 0,365 mg HCl; also 0,01 mg H und

0,355 mg Cl. Es ist also für Wasserstoff der Gehalt pro ccm in Gramm: $g = 0{,}00001$. Das Äquivalentgewicht ist Eins, daher der Gehalt pro ccm an Grammäquivalenten Wasserstoff auch 0,00001. Derselbe Wert gilt natürlich für das andere in äquivalenter Menge in Lösung enthaltene Ion Cl. Eine Säule solcher Lösung von 1 qcm Querschnitt und 1 cm Länge zeigt einen Widerstand von 270 Ohm $= 270 . 10^9$ absolut. Das Leitvermögen $\varkappa$ ist der reziproke Wert hiervon $\varkappa = 0{,}00370 . 10^{-9}$. Das Äquivalentleitvermögen (Λ_∞, da die Lösung eine sehr verdünnte ist), ist:

$$\Lambda_\infty = \frac{\varkappa}{0{,}00001} = 370 \cdot 10^{-9}.$$

Die Überführungszahl des Chlors in HCl-Lösung ist nach Hittorf: $1 - \nu = 0{,}17$; für Wasserstoff $\nu = 0{,}83$. Für die Ionenbeweglichkeiten u und v folgt daher:

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{0{,}83 \cdot 370}{9653} \cdot 10^{-9} = 0{,}0032 \cdot 10^{-8} \frac{\text{cm}}{\text{sek}} \\ v &= \frac{0{,}17 \cdot 370}{9653} \cdot 10^{-9} = 0{,}00066 \cdot 10^{-8} \frac{\text{cm}}{\text{sek}} \end{aligned}\right\} \text{im absoluten e. m. Potentialgefälle Eins.}$$

Im Gefälle 1 Volt pro cm sind die Geschwindigkeiten 10^8 mal so groß. Die Größen U und V, deren Summe das Äquivalentleitvermögen ergibt, folgen daraus:

$$U = 9653 \cdot u = 307 . 10^{-9},$$
$$V = 9653 \cdot v = 63 . 10^{-9}.$$

B. Elektrolytische Polarisation.

122. Entstehung der Polarisation. Leitet man einen elektrischen Strom durch eine elektrolytische Zersetzungszelle, z. B. ein Knallgasvoltameter mit Platinelektroden, so beobachtet man, daß die Stromstärke schnell bis zu einem Grenzwert abnimmt; es ist dies die Folge einer in der Zelle sich ausbildenden elektromotorischen Gegenkraft; die mit den Zersetzungsprodukten Wasserstoff und Sauerstoff behafteten Elektroden verhalten sich im Elektrolyten wie zwei verschiedene Metalle, sie zeigen polare Unterschiede, sind, wie man sagt, polarisiert. Die Pole des so gebildeten galvanischen Elements liegen stets so, daß dieses einen Strom erzeugt, welcher dem polarisierenden Strom entgegengesetzt gerichtet ist, denselben also schwächt. Da wo der polarisierende Strom in die Zelle eintritt, bildet sich also die Anode.

Die durch Polarisation erzeugte elektromotorische Kraft der Zelle bleibt längere Zeit bestehen, wenn man die Zelle aus dem Stromkreis entfernt, um so länger, je längere Zeit sich die Zersetzungsprodukte an den Elektroden halten. Im Falle des Knallgasvoltameters diffundieren die an den Elektroden angelagerten Gasschichten allmählich in das Innere der Elektroden oder in die Flüssigkeit hinein, und die Zelle zeigt daher eine langsame spontane Depolarisation. Diese wird beschleunigt, wenn man durch Hinzufügen von Oxydationsmitteln, wie etwa Chromsäure, den abgeschiedenen Wasserstoff zu Wasser oxydiert. Die Depolarisation geht auf elektrischem Wege sehr schnell vor sich, wenn man die polarisierte Zelle durch einen äußeren Schließungsdraht kurz schließt, sie, wie man wohl sagen kann, entladet. Der entstehende Polarisationsstrom, der die entgegengesetzte Richtung als der polarisierende hat, macht die chemischen Wirkungen des letzteren rückgängig.

Die elektromotorische Kraft der Polarisation kann man ohne weitere Umstände messen, indem man die Zelle mit einer geeigneten Schaltvorrichtnng (Wippe) schnell aus dem polarisierenden Kreis an ein Voltmeter schaltet. Das Instrument muß indessen, damit die elektromotorische Kraft nicht zu schnell durch Depolarisation verschwindet, einen sehr hohen Widerstand haben, oder man ersetzt es noch besser durch eine Vorrichtung, mit welcher man die Spannung der Zelle, ohne aus ihr Strom zu entnehmen, messen kann (Elektrometer oder Kompensationsmethode).

Mißt man die elektromotorische Kraft der Polarisation, welche durch verschiedene an die Zelle gelegte äußere Spannungen erhalten wird, so zeigt sich ein Verhalten, das für ein Knallgasvoltameter mit blanken Platinplatten durch folgende Tabelle illustriert wird:

E. M. K. des polarisierenden Stromes	E. M. K. der Polarisation
1 Volt	1 Volt
2 „	2 „
2,5 „	2,5 „
2,7 „	2,7 „
3 „	2,7 „
5 „	2,7 „

Es bildet sich von einer gewissen äußeren Spannung an ein Endwert der Polarisationsspannung aus, der durch ein Wachsen

der äußeren Spannung nicht mehr beeinflußt wird. Es ist dies der Maximalwert der elektromotorischen Kraft der Polarisation, welcher im obigen Beispiel 2,7 Volt beträgt. Derselbe hängt von den äußeren Bedingungen der Zelle, besonders auch von den Elektroden ab und hat beispielsweise für platiniertes Platin in verdünnter Schwefelsäure den wesentlich kleineren Wert 1,8 Volt. Die an die Zelle angelegte äußere Spannung muß mindestens gleich dem Endwert der Polarisation sein, wenn dieser erreicht werden soll. Sonst kann sich die Zelle nur solange polarisieren, bis ihre Gegenspannung der äußeren Spannung gleich ist. Sobald die Gegenspannung höher würde, würde gleich ein entstehender Gegenstrom den Überschuß der Polarisation vernichten. Man sieht weiter, daß solange die äußere Spannung unter diesem Grenzwert der Polarisation bleibt, kein dauernder Strom durch die Zelle erzwungen werden kann, weil die elektromotorische Gegenkraft das Zustandekommen desselben verhindert. Im obigen Beispiel würde also eine äußere elektromotorische Kraft, welche größer als 2,7 Volt ist, anzuwenden sein, um die elektrolytische Zersetzung des Wassers zu erhalten. Es ist endlich ersichtlich, daß, solange die äußere elektromotorische Kraft nicht sehr groß gegen die der Polarisation ist, die Stromstärke ihr nicht proportional sein, d. h. also das Ohmsche Gesetz nicht gelten kann. Es sind also alle Methoden der Widerstandsbestimmung, bei welchen das Ohmsche Gesetz verwandt wird, nicht für Elektrolyte zu verwenden, sobald Polarisation eintreten kann, und die äußere elektromotorische Kraft der verwendeten Batterie nicht sehr groß ist. Man verwendet daher für solche Messungen nach F. Kohlrausch zweckmäßig Wechselstrom, der die Erscheinung der Polarisation nicht aufkommen läßt (§ 227), oder man nimmt für Messung mit Gleichstrom eine Batterie von hoher Spannung E. Ist man dabei sicher, daß die elektromotorische Gegenkraft in der Zelle ihren Maximalwert E_0 hat, und ist dieser bekannt und nicht gegen E zu vernachlässigen, so hat man ihn nur von E abzuziehen, um das Ohmsche Gesetz wieder ansetzen zu können. Es ist dann die Stromstärke gegeben durch

$$i = \frac{E - E_0}{w}.$$

Ist E_0 nicht bekannt, so hat man nur eine zweite Stromstärke-

messung bei veränderter äußerer Spannung auszuführen

$$i' = \frac{E' - E_0}{w},$$

woraus dann E_0 und w zu berechnen sind.

123. Der Reststrom. Wenn die angelegte äußere Spannung kleiner ist als der Grenzwert der Polarisation, so beobachtet man zwar, daß der die Zelle durchfließende Strom auf einen außerordentlich geringen Betrag heruntersinkt. Indessen hört er nicht vollständig auf, sondern es bleibt ein gewisser kleiner Reststrom übrig, welcher die Zelle ohne sichtbare Zersetzung des Elektrolyten durchströmt. Es ist nach v. Helmholtz nicht notwendig, für diesen Strom das Bestehen einer metallischen Leitfähigkeit, d. h. einer direkten Leitung ohne elektrolytische Zersetzung anzunehmen, sondern es erklärt sich der Reststrom aus dem oben bereits erwähnten Prozeß der spontanen Depolarisation. Kontinuierlich verschwinden Polarisationsprodukte durch Diffusion, Okklusion oder chemische Vorgänge, wie z. B. Oxydation des Wasserstoffs durch gelösten Sauerstoff, von den Elektroden, und es kann daher kontinuierlich ein geringer Strom die Zelle durchfließen, der neue Polarisationsprodukte an den Elektroden bildet, auf diese Weise der spontanen Depolarisation das Gleichgewicht haltend. Helmholtz nannte diesen Vorgang elektrolytische Konvektion.

124. Der Akkumulator. Von besonderem Interesse sind die Polarisationsvorgänge in einer Zelle, welche aus Bleiplatten in verdünnter Schwefelsäure besteht, weil sie zur Konstruktion des technisch ungemein wichtigen Bleiakkumulators geführt haben. Die Bleiplatten überziehen sich in der Schwefelsäure mit einer dünnen Schicht aus Bleisulfat. Leitet man nun durch die Zelle einen elektrischen Strom, so bildet sich an der Anode SO_4, an der Kathode H_2, und es gehen folgende Reaktionen vor sich:

Anode: $PbSO_4 + SO_4 + 2H_2O = PbO_2 + 2H_2SO_4$

Kathode: $PbSO_4 + H_2 = Pb + H_2SO_4$.

Es findet also an der Anode eine Oxydation zu Bleisuperoxyd, kenntlich an einer Braunfärbung, statt, während die Kathode zu

reinem metallischen Blei reduziert wird. Die so veränderten Elektroden besitzen eine Polarisationsspannung von 2,04 Volt gegeneinander. Verbindet man sie durch einen Schließungsdraht miteinander, so entsteht der Polarisationsstrom, welcher solange andauert, bis die chemische Veränderung rückgängig geworden ist. Es finden während dieses Entladungsprozesses folgende chemischen Prozesse statt:

Anode: $PbO_2 + H_2SO_4 + H_2 = PbSO_4 + 2H_2O$

Kathode: $Pb + SO_4 = PbSO_4$.

Das Endresultat ist also, daß beide Platten mit einer Schicht Bleisulfat bedeckt sind. Eine solche Polarisationszelle, welche sich durch eine hohe elektromotorische Kraft auszeichnet, verwendet man als sog. Akkumulator, als Zelle, welche die in sie hineingesandte elektrische Energie in Form des Polarisationsstroms fast völlig wieder hergibt. Um die chemischen Veränderungen recht tief in die Platten eindringen zu lassen und damit zu erreichen, daß man sehr lange andauernde Polarisationsströme, eine, wie man sagt, hohe Zahl von Amperestunden erzielt, werden in der Praxis die Bleiplatten formiert, d. h. künstlich aufgelockert, und die positiven Platten mit dicken Superoxydschichten versehen. Fig. 64 zeigt einen Akkumulator für Starkstrom, Fig. 65 eine Batterie aus zwanzig Akkumulatorenzellen für schwachen Strom, wie sie zur Zusammenstellung von Hochspannungsbatterien von Fr. Klingelfuß u. Co. in Basel gebaut werden. Fig. 66 zeigt eine gleichen Zwecken dienende Batterie geschlossener Zellen von M. Bornhäuser (Ilmenau in Thüringen), Fig. 67 den Querschnitt einer Zelle davon. Ein

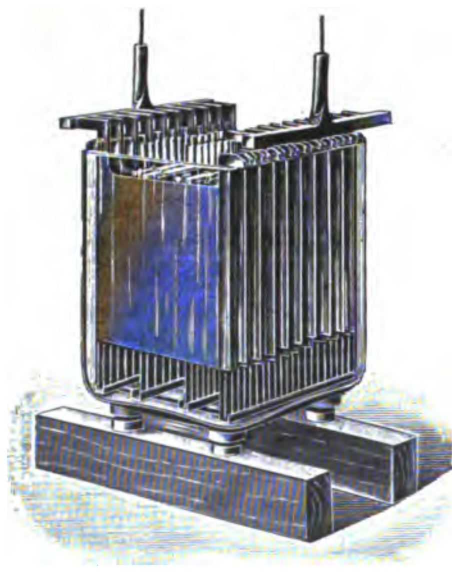


Fig. 64.

weiterer in die Technik eingeführter Akkumulator ist der Edisonakkumulator, eine Nickeleisenzelle mit Kalilauge als Elektrolyt. Die elektromotorische Kraft desselben ist 1,1 Volt, also bedeutend niedriger als die des Bleiakkumulators. Die Zahl



Fig. 65.

der pro Kilogramm Zellengewicht gelieferten Wattstunden wird dagegen als größer angegeben (Bleiakkumulator 5 bis 18, Edisonakkumulator 30 Wattstunden pro Kilogramm Zellengewicht).



Fig. 66.

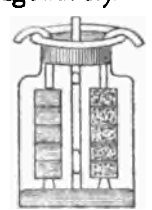


Fig. 67.

125. Unpolarisierbare Elektroden. Man kann Fälle realisieren, in welchen ein elektrischer Strom keine Polarisation der Elektroden hervorruft. Dies ist z. B. oft der Fall, wenn die Zelle aus Metallelektroden in Lösung eines Salzes besteht, dessen Metall das Metall der Elektroden ist. Schickt man z. B. einen elektrischen Strom vermittels Zinkelektroden durch eine Zinksulfat-Lösung, so bildet das an der Anode sich abscheidende SO_4-Ion mit dem Anodenmetall Zinksulfat, welches in Lösung geht; an der Kathode scheidet sich

Zink ab, welches die Natur der Zinkelektrode nicht verändert. Der einzige Effekt des Stromdurchgangs ist also nur eine Gewichtszunahme der Kathode und eine entsprechende Abnahme des Anodengewichts. Polarisation der Elektroden findet nicht statt.

Nur eine geringe Polarisation zeigt sich, welche aber nicht an den Elektroden, sondern im Inneren der Lösung ihren Sitz hat und durch Konzentrationsdifferenzen bewirkt ist, welche zwischen der Flüssigkeit an der Anode und derjenigen an der Kathode entstehen.

Lösungen von Jodcadmium in Wasser oder in Amylalkohol zwischen Cadmiumelektroden werden in der praktischen Physik vielfach als polarisationsfreie, elektrolytische Widerstände benutzt.

Man kann Elektroden auch noch auf andere Weise zu unpolarisierbaren machen, indem man nämlich durch chemische Mittel die Depolarisation (§ 122) beschleunigt. Dies gilt besonders für die Oxydation des Wasserstoffs.

Im konstanten Bunsenschen Element ist der eine Pol, Zink in Schwefelsäure, unpolarisierbar als Anode für den Strom, d. h. als negativer Pol des Elements. Der positive Pol wird durch einen in konzentrierter Salpetersäure stehenden Kohlestab gebildet. Der an ihm bei Stromentnahme entstehende Wasserstoff wird durch die Säure sofort oxydiert. Dasselbe findet statt in dem Chromsäureelement, welches aus einem Kohle- und einem Zinkstab in verdünnter Schwefelsäure besteht, der man doppeltchromsaures Kali zugesetzt hat. Die Chromsäure ist hier das oxydierende Mittel.

126. Die Graetzsche Aluminiumzelle. Es kann an Polarisationszellen der Fall eintreten, daß die an den Elektroden sich bildenden Produkte den Strom nicht leiten. Dies findet z. B. an einer Aluminiumanode in Schwefelsäure statt. Sobald ein elektrischer Strom an einer solchen Elektrode in die Zelle hineingeleitet wird, bildet sich über dem metallischen Aluminium eine feine Schicht nichtleitenden Sulfats, welche weiteren Stromdurchgang verhindert. Besteht die zweite Elektrode nicht aus Aluminium, sondern z. B. aus Blei, so kann der Strom in einer Richtung die Zelle ungehindert passieren, während in der ent-

gegengesetzten Richtung eine Abdrosselung desselben stattfindet, welche bis zu 22 Volt geht. Ist die angelegte Spannung größer als 22 Volt, so ist eine Zelle nicht mehr fähig, dem Strom den Durchtritt zu verwehren. Man braucht in diesem Falle aber nur mehrere derartige Zellen hintereinander zu schalten. Um z. B. von einem Wechselstrom von 110 Volt Spannung nur die eine Stromrichtung hindurchzulassen, ist es nötig, fünf derartige Aluminiumzellen in Serie einzuschalten. Auf diese Weise kann man also ohne besondere mechanische Vorrichtungen Wechselstrom in intermittierenden Gleichstrom verwandeln; die Zellen wirken wie ein Ventil.

C. Die galvanischen Elemente.

127. Inkonstante und konstante Elemente. Umkehrbare Elemente. Wenn zwei in irgend einer Weise, sei es ihrer chemischen Natur nach oder nur in ihrem physikalischen Zustand (Dichte, Temperatur, Aggregatzustand usw.) verschiedene Metalle durch eine oder mehrere Elektrolyte in leitender Verbindung stehen, so weisen sie im allgemeinen eine Potentialdifferenz gegeneinander auf. Verbindet man die freien Enden durch einen Schließungsdraht, so ist in dem so gebildeten Leiterkreise eine elektromotorische Kraft enthalten, welche durch die chemischen Prozesse an den Elektroden hervorgerufen ist und zu einem Strome Veranlassung gibt, solange die chemischen Prozesse andauern. Für ein praktisch als Elektrizitätsquelle brauchbares Element wird man Kombinationen von Metallen und Elektrolyten aussuchen, welche mit genügender Größe der elektromotorischen Kraft eine hinreichende Konstanz derselben aufweisen. Im allgemeinen wird die bei Stromentnahme sogleich auftretende elektrolytische Polarisation eine elektromotorische Gegenkraft erzeugen, welche die elektromotorische Kraft des Elements ganz oder teilweise vernichtet. So ist das Voltasche Element, bestehend aus einer Zink- und einer Kupferplatte in verdünnter Schwefelsäure, ein sehr inkonstantes. Während unmittelbar nach dem Zusammensetzen die beiden Elektroden eine verhältnismäßig hohe Potentialdifferenz (über 2 Volt) besitzen, sinkt die elektromotorische Kraft sogleich bedeutend herab, so-

bald Strom entnommen wird. Derselbe fließt im Element vom Zink zum Kupfer. Am Zink verbindet sich das SO_4-Ion mit dem Metall, wobei das entstehende Zinksulfat in Lösung geht, während am Kupfer sich der ausscheidende Wasserstoff zum Teil ansammelt und die Polarisation hervorruft.

Fig. 68.

Konstanz eines Elements wird dann vorhanden sein, wenn seine Elektroden unpolarisierbare sind, d. h. also, wenn jede Elektrode sich in einer Lösung ihres Metallsalzes befindet. Dies ist der Fall bei dem Daniellschen Element (Fig. 68). Seine Pole sind Kupfer in Kupfersulfatlösung (+), Zink in Zinksulfat lösung (—). Beide Lösungen sind durch eine größere Tonzelle mechanisch getrennt und doch leitend verbunden. Schließt man das Element durch einen äußeren Kreis, so fließt der Strom außen vom Kupfer zum Zink, im Element vom Zink zum Kupfer, es geht also Zink als Sulfat in Lösung, während gleichzeitig die äquivalente Menge Kupfer ausgeschieden wird. Die Zinklösung wird also beim Gebrauch konzentrierter, die Kupferlösung würde immer verdünnter werden, wenn nicht durch gleichzeitiges Vorhandensein überschüssigen Salzes die Konzentration konstant erhalten würde.

Fig. 69.

Große Konstanz besitzt das, wie der Akkumulator sich durch einen sehr geringen inneren Widerstand auszeichnende Cupronelement (Fig. 69), bestehend aus einer Zink- und einer formierten porösen Kupferoxydplatte in Lösung von Kalium- oder Natriumhydroxyd. Bei Stromentnahme wird das Kupferoxyd allmählich reduziert, die Spannung bleibt sehr konstant und fällt bei völliger Reduktion sehr schnell herab. Dann ist die formierte Kupferplatte nur zu waschen und an einem warmen Ort 24 Stunden liegen zu lassen, um wieder ihre volle Wirksamkeit zu erlangen. Zink geht als Hydrat in Lösung, die Natronlauge ist daher ab und zu zu erneuern. Die Spannung des

Elements ist 0,85 Volt. Die sog. Trockenelemente (Fig. 70). sind mit Sägespähnen gefüllt, die mit dem Elektrolyten getränkt werden. Sie haben einen großen inneren Widerstand. In dem vielbenutzten Leclanchéelement (etwa 1,5 Volt) ist positiver Pol ein Kohlestab, der in einer Tonzelle in einem Gemisch von Kohle und Braunstein steht. Den negativen Pol bildet eine Zinkplatte. Elektrolyt ist Salmiaklösung.



Fig. 70.

Von besonderem Interesse besonders in theoretischer Hinsicht sind die sog. umkehrbaren Elemente, das sind Elemente, in welchen die chemischen Wirkungen des von ihnen gelieferten Stromes völlig rückgängig gemacht werden und damit der Anfangszustand des Elements völlig wiederhergestellt wird dadurch, daß von einer Maschine oder einer anderen Elektrizitätsquelle die gelieferte Elektrizitätsmenge wieder in entgegengesetztem Sinne durch das Element befördert wird. Hierzu gehören alle Elemente mit unpolarisierbaren Elektroden wie vor allen das Daniellsche, wie auch ferner das Clark'sche und Weston-Normalelement (§ 152), und ferner diejenigen Elemente, in welchen die Zersetzungsprodukte nicht gasförmig entweichen, sondern durch rückgängige chemische Vorgänge an die Elektroden gebunden werden. Für letztere Gruppe ist der Akkumulator ein typisches Beispiel.

128. Elektromotorische Kraft und chemischer Umsatz im Element. Ein chemisch reiner Zinkstab, in reine verdünnte Schwefelsäure getaucht, tritt in keinerlei chemische Wechselwirkung mit der Säure. Wird aber außerdem ein Kupferstab eingetaucht, so tritt Wasserstoffentwicklung, und zwar am Kupferstab, in dem Augenblick ein, in welchem man Kupfer- und Zinkstab durch einen Schließungsdraht verbindet. Eine dem ausgeschiedenen Wasserstoff äquivalente Menge Zink geht dabei als Sulfat in Lösung, es fließt ein Strom in dem gebildeten Leiterkreis im Sinne Kupfer — Schließungsdraht — Zink — Säure — Kupfer, und das ganze System, bestehend aus Zelle (Voltasches Element) und Verbindungsdraht erwärmt sich durch die

Joulesche Stromwärme. Ist das System so gewählt, daß der Widerstand des Elements zu vernachlässigen ist gegen den des Verbindungsdrahtes, so wird die gesamte Stromwärme im Außenleiter auftreten.

Für den Eintritt der Gasentwicklung genügt es auch, ein Stückchen Kupfer (oder Platin) unter der Säure mit dem Zink in Berührung zu bringen oder auch nur den Zinkstab bzw. die Säure mit einer Spur von Kupfer oder Platin bzw. deren Salzen zu verunreinigen. In diesen letzteren Fällen tritt die gesamte Wärmeentwicklung innerhalb der Zelle auf. Die Wärmemenge, welche auf diese Weise beim Auflösen von 1 gr Zink in H_2SO_4 unter Wasserstoffentwicklung erzeugt wird, ist experimentell zu $q = 1632$ cal ermittelt worden. Ihr mechanisches Äquivalent ist in absoluten Einheiten $1632 \cdot 4{,}2 \cdot 10^7$ Erg. Es ist nun die Frage, ob sich diese gesamte durch den chemischen Umsatz erzeugte Wärme in elektrische Energie umsetzt, also bei der erstgenannten Anordnung als Joulesche Wärme im Verbindungsdraht auftritt. Es müßte dann im Element mit vernachlässigbarem Widerstand durch den chemischen Prozeß keinerlei Wärmetönung mehr auftreten. Die Erfahrung hat gezeigt, daß einige Elemente, so vor allem das Daniellsche und besonders das Westonsche Cadmiumelement sehr angenähert dies Verhalten zeigen, daß indessen bei der Mehrzahl der Elemente keineswegs eine so einfache Beziehung zwischen der Wärmetönung des chemischen Vorgangs und der elektrischen Energie vorhanden ist. Bei manchen Elementen ist die erzeugte elektrische Energie kleiner, bei anderen ist sie aber auch größer als die chemisch erzeugte Wärme. Im ersteren Falle erwärmen sich die Elemente bei Stromentnahme, im letzteren Fall kühlen sie sich dagegen ab. Nur wenn sich die Wärmetönung glatt in elektrische Energie umsetzt, zeigt das Element selbst keine Temperaturänderung. In diesem Fall gilt eine einfache Beziehung für die elektromotorische Kraft des Elements. Wählen wir für diese Betrachtung das Daniellelement. Ist $\mathfrak{M}$ das elektrochemische Äquivalent des Zinks, so geht bei Fließen des Stromes i während der Zeit t die Menge $\mathfrak{M}it$ Gramm Zink in Lösung, wobei die Wärmemenge $\mathfrak{M}itq = Q$ frei wird. Sind W und w die Widerstände des äußeren Schließungsbogens und des Elements, so

sind die Jouleschen Wärmen in diesen beiden Teilen $i^2 Wt$ und $i^2 wt$, und wenn chemische Wärme und elektrische Energie gleich sind, gilt:

$$i^2 Wt + i^2 wt = \mathfrak{M} itq$$
$$i(W + w) = \mathfrak{M} q = E,$$

denn $iW + iw$ ist nach der II. Kirchhoffschen Regel die gesamte im geschlossenen Kreis wirksame elektromotorische Kraft. Ist w klein gegen W, d. h. schließen wir das Element durch einen sehr großen äußeren Widerstand W, so ist die elektromotorische Kraft E gleich der Potentialdifferenz an den Enden des Widerstandes, also gleich der Klemmenspannung des Elements. Es ist dann einfach

$$E = iW = \mathfrak{M} q.$$

Es würde sich also die elektromotorische Kraft des Elements und im letzteren Fall seine Klemmenspannung unter der Voraussetzung des völligen Umsatzes von chemischer in elektrische Energie einfach als das Produkt aus elektrochemischem Äquivalent $\mathfrak{M}$ des Zinks und Wärmetönung q bei Lösen von 1 gr Zink berechnen, wenn Lösen von Zink der einzige chemische Vorgang im Element ist. Dies ist der Fall im Voltaschen Element Zink-Schwefelsäure-Kupfer. Seine elektromotorische Kraft berechnet sich daher unter Voraussetzung der genannten Annahme zu

$$E = \mathfrak{M} q = 0{,}003386 \cdot 1632 \cdot 4{,}2 \cdot 10^7$$
$$= 2{,}31 \cdot 10^8 \text{ abs. Einh.}$$
$$= 2{,}31 \text{ Volt.}$$

Im Daniellelement geht gleichzeitig mit der Lösung von Zink die Ausscheidung der äquivalenten Menge Kupfer vor sich, was zu einer negativen Wärmetönung und entgegengesetzt gerichteten elektromotorischen Kraft Veranlassung gibt, welche sich ebenso unter Voraussetzung der gemachten Annahme völligen Umsatzes chemischer in elektrische Energie berechnet zu:

$$E' = \mathfrak{M}' q' = 0{,}003294 \cdot 888 \cdot 4{,}2 \cdot 10^7$$
$$= 1{,}22 \cdot 10^8 \text{ abs. Einh.}$$
$$= 1{,}22 \text{ Volt.}$$

Die gesamte elektromotorische Kraft des Daniellelements ist die Differenz dieser zwei gegeneinander wirkenden elektromotorischen Kräfte. Für das Daniellelement ist daher

$$D = 2{,}31 \text{ Volt} - 1{,}22 \text{ Volt} = 1{,}09 \text{ Volt}.$$

Dieser berechnete Wert stimmt mit dem experimentell zu ermittelnden völlig überein.

129. Allgemeinere Beziehung zwischen elektromotorischer Kraft und Wärmetönung. Die im vorigen Paragraphen zur Berechnung der elektromotorischen Kraft eingeführte, ursprünglich von Helmholtz und von William Thomson gemachte Annahme, daß die Wärmetönung des chemischen Prozesses im Element sich vollständig umsetze in elektrische Energie hat sich in der Folge als nicht stichhaltig erwiesen. Nur in einzelnen Ausnahmefällen trifft die Annahme zu, im allgemeinen ist der Energieumsatz indessen ein anderer, und zwar kann die im Element erzeugte elektrische Energie, wie schon erwähnt, größer oder kleiner sein, als es der Wärmetönung des chemischen Vorgangs entspricht. Die beiden Hauptsätze der mechanischen Wärmetheorie erlauben nun, auch hier eine bestimmte Gesetzmäßigkeit für die elektromotorische Kraft zu finden. Es kann hier der Gang der Ableitung einer von Helmholtz für umkehrbare Elemente aufgestellten Beziehung nur kurz angedeutet werden. Man führt einen aus vier Vorgängen bestehenden umkehrbaren Kreisprozeß mit dem Element aus.

1. Entnimmt man einem umkehrbaren Element während einer Zeit t den Strom i, so gehen im Element chemische Prozesse vor sich, welche mit einer der entnommenen Elektrizitätsmenge it proportionalen Wärmetönung Uit verbunden sind. Ist die entnommene elektrische Energie Eit größer als Uit, so entzieht das Element, wenn seine absolute Temperatur ϑ konstant gehalten wird, der Umgebung die Wärmemenge $Eit - Uit$. 2. Wird jetzt die Temperatur des Elements um einen sehr kleinen Betrag $d\vartheta$ erhöht, so wird ihm dazu eine kleine Wärmemenge $Cd\vartheta$ zugeführt. 3. Man leitet die gleiche Elektrizitätsmenge it, die vorher entnommen wurde, in entgegengesetzter Richtung bei der etwas höheren Temperatur durch das Element. Da die elektromotorische Kraft bei dieser Temperatur eine etwas andere

sein kann — wir setzen sie gleich $E + dE$ —, so hat man die elektrische Arbeit $(E + dE)\,it$ dem Element zuzuführen. Die Reaktionswärme, die bei dem entgegengesetzten chemischen Vorgang jetzt verbraucht wird, ist (mit Vernachlässigung einer eventuellen kleinen Änderung) wieder Uit, so daß das Element jetzt bei der Temperatur $\vartheta + d\vartheta$ an die Umgebung abgibt den Wärmebetrag $(E + dE)\,it - Uit$. 4. Das Element wird durch Abkühlung um $d\vartheta$ in den Ausgangszustand gebracht, wobei es die Wärmemenge $Cd\vartheta$ wieder abgibt. Insgesamt ist bei dem Kreisprozeß folgendes geschehen: Es ist am Element mehr elektrische Arbeit geleistet worden, als es hergab, nämlich der Mehrbetrag $dE \cdot it$. Eine diesem Mehrbetrag an aufgewendeter Arbeit äquivalente Wärmemenge hat das Element an die Umgebung abgegeben. Gleichzeitig ist aber der Umgebung bei der Temperatur ϑ die Wärmemenge $Eit - Uit$ entzogen, und diese selbe Wärmemenge — zugleich mit der der zugeführten Arbeit äquivalenten Wärme $dE\,it$ — bei der Temperatur $\vartheta + d\vartheta$ an die Umgebung abgegeben, d. h. also die Wärmemenge $(E - U)\,it$ von der Temperatur ϑ auf die höhere Temperatur $\vartheta + d\vartheta$ gebracht worden. Alles auf umkehrbarem Wege. Der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie verlangt, daß zwischen dieser Wärmemenge und der aufgewendeten Arbeit $dEit$ die Beziehung besteht:

$$dEit = (E - U)\,it \cdot \frac{d\vartheta}{\vartheta}$$

oder:

$$E = U + \vartheta \frac{dE}{d\vartheta}.$$

Diese Helmholtzsche Formel ist in genauen Untersuchungen über die elektromotorische Kraft und die Wärmetönung an galvanischen Elementen insbesondere von Jahn experimentell bestätigt worden. Ist die elektromotorische Kraft unabhängig von der Temperatur des Elements, so sind elektrische Energie und Wärmetönung gleich, die gesamte chemische Wärme tritt dann als Stromwärme im Leiter auf, und das Element ändert in diesem Falle, wenn sein Widerstand und damit die Joulesche Wärme in ihm klein ist, seinen Wärmegehalt bei Stromentnahme nicht. Daniell- und Westonelement, welche beide kleine Temperaturkoeffizienten der elektromotorischen Kraft

haben, zeigen eine außerordentlich kleine Wärmetönung im Element.

Im vorigen ist gezeigt worden, wie man aus der Kenntnis der Reaktionswärme und der Temperaturkoeffizienten der elektromotorischen Kraft den absoluten Betrag selbst der letzteren berechnen kann. Im folgenden soll dargelegt werden, wie man noch auf eine weitere, ganz andere Art zur Kenntnis der elektromotorischen Kraft umkehrbarer Elemente gelangen kann.

130. Osmotischer und Lösungsdruck. Wir haben hierfür zunächst die Anschauungen darzulegen, welche insbesondere von vant' Hoff und von Nernst zur Gewinnung einer Grundlage für eine Theorie der Lösungen eingeführt worden sind. Schichten wir auf eine wässerige Rohrzuckerlösung reines Wasser, so tritt alsbald der Vorgang der Diffusion ein. Die Zuckermoleküle dringen in das Wasser ein und suchen die Lösung möglichst zu verdünnen, den ganzen ihnen dargebotenen Lösungsraum einzunehmen. Sie zeigen darin eine Analogie im Verhalten zu den Gasmolekülen, welche auch jeden ihnen dargebotenen Raum auszufüllen trachten, und wie man bei den Gasen dieses Verhalten dem Gasdruck zuschreibt, so sieht man das Verhalten der gelösten Moleküle auch als eine Folge eines besonderen Druckes an, den man den osmotischen Druck nennt. Der osmotische Druck sucht also eine Lösung zu verdünnen. Er könnte dies am besten dadurch erreichen, daß er die gelösten Moleküle zur Ausscheidung in fester Form bringt. Sobald er dies indessen täte, tritt nun ein zweiter Druck auf, welcher dem in Berührung mit der Flüssigkeit befindlichen festen Körper zukommt. Dieser andere Druck, welcher dem osmotischen entgegenwirkt, heißt Lösungsdruck. Die Moleküle jedes Körpers haben einer Flüssigkeit gegenüber einen gewissen Lösungsdruck, indem sie in die Flüssigkeit einzudringen, sich zu lösen suchen. Befindet sich Wasser über festem Zucker, so treibt der Lösungsdruck die Zuckermoleküle in das Wasser, solange bis der osmotische Druck der Lösung, welcher die Moleküle herauszutreiben sucht, dem Lösungsdruck das Gleichgewicht hält.

Es ist dieser Vorgang durchaus analog dem Verdampfen einer Flüssigkeit, welches solange vor sich geht, bis der Gas-

druck der verdampften Teilchen dem Dampfdruck der Flüssigkeit das Gleichgewicht hält. Denken wir uns ein zylindrisches Gefäß, dessen Boden mit fester Substanz bedeckt ist. Über derselben, den ganzen Raum A unter einem beweglichen Kolben ausfüllend, sei gesättigte Lösung der Substanz. Die Kolbenwand sei aus einem sog. halbdurchlässigen (semipermeablen) Stoff hergestellt, lasse Lösungsmittel hindurch, indessen nichts von der gelösten Substanz. Über dem Kolben endlich befinde sich reines Lösungsmittel. Die gelösten Teilchen üben auf den Kolben den osmotischen Druck aus, treiben ihn nach oben, und es tritt Lösungsmittel in den Raum A, die Lösung verdünnend. Der Lösungsdruck der festen Substanz bringt neue Teilchen in Lösung, dieselbe wieder zu einer gesättigten machend. Belastet man den Kolben dagegen mit Gewichten, so daß der äußere Druck größer als der osmotische, so geht der Kolben nach unten, Lösungsmittel tritt durch ihn aus der Lösung nach außen, die letztere damit übersättigend, so daß feste Substanz ausfällt. Trifft man die experimentelle Anordnung, daß man einen mit Lösung gefüllten, unten mit einer halbdurchlässigen Membran verschlossenen Zylinder in reines Lösungsmittel stellt, so treibt der nach Verdünnung strebende osmotische Druck Lösungsmittel solange in den Zylinder, bis der hydrostatische Druck der gehobenen Flüssigkeitssäule ihm das Gleichgewicht hält. Diese Anordnung gestattet also direkte Messung des osmotischen Druckes. Der osmotische Druck der Lösung befolgt das Druckgesetz der Gase, er ist also der Anzahl in Lösung befindlicher Moleküle, d. h. der Konzentration, proportional. Sind die Moleküle teilweise dissoziiert, so kommt die gesamte Teilchenzahl, also Anzahl Moleküle + Ionen, in Betracht. Der Gesamtdruck setzt sich dann zusammen aus den osmotischen Partialdrucken der ungespaltenen Moleküle und der dissoziierten Teilchen.

131. Konzentrationselemente. Grenzen zwei verschieden konzentrierte, teilweise dissoziierte Lösungen des gleichen Stoffes aneinander, so werden Moleküle und Ionen aus der konzentrierteren in die verdünntere Lösung wandern, angetrieben durch den Überschuß ihrer osmotischen Partialdrucke. Dieser Vorgang heißt Diffusion. Da im allgemeinen die Beweglichkeiten

der Ionen verschieden groß sind, so wird die Diffusion des Anions und Kations meist verschieden schnell erfolgen, wodurch eine entgegengesetzte Ladung der beiden Lösungen bedingt wird. Nehmen wir den Fall des Kupfersulfates als Beispiel. Wie in § 115 gesagt wurde, ist die Beweglichkeit des — geladenen SO_4-Ions größer als die des Cu-Ions, welches + Ladung trägt. Infolgedessen wird die verdünntere Lösung sich allmählich — aufladen, die konzentriertere dagegen +, und diese Aufladung wird solange fortdauern, bis das in der Grenzschicht entstehende elektrische Feld die Cu-Ionen so beschleunigt und die SO_4-Ionen so verzögert, daß ihre Geschwindigkeiten gleich werden. Es wird sich demnach in der Grenzfläche der Lösungen eine sog. elektrische Doppelschicht ausbilden, zwischen den Lösungen eine Potentialdifferenz entstehen, deren Größe von der Differenz der Beweglichkeiten des positiven und des negativen Ions abhängt.

Zur Berechnung der Größe der Potentialdifferenz, welche sich an der Berührungsfläche zweier verschieden konzentrierter Lösungen desselben Elektrolyten ausbildet, verfahren wir folgendermaßen. Wir nehmen an, wie es der Wirklichkeit entspricht, daß die Konzentration sich beim Durchgang durch die Grenzschicht nicht sprungweise ändert, sondern zwar schnell aber kontinuierlich vom einen in den anderen Wert übergeht. Das Gleiche gilt dann von den osmotischen Drucken. Wir konstruieren nun einen kleinen Zylinder, dessen Achse senkrecht steht auf der Grenzfläche und die Länge dx hat. Die Grundflächen mögen 1 qcm betragen, und der osmotische Druck der Ionen auf die eine Grundfläche den Wert $\mathfrak{P}$, der Druck auf die andere den etwas größeren Betrag $\mathfrak{P} + d\mathfrak{P}$ haben. Die beiden Drucke wirken nach entgegengesetzten Richtungen, nämlich an jeder Fläche vom Innenraum des Zylinders nach außen. Die Gesamtkraft in absoluten Krafteinheiten (Dynen) auf den gesamten Ionengehalt des Zylinders ist also gleich der Differenz $d\mathfrak{P}$ der Drucke. Ist N die Anzahl der Ionen der einen (und damit bei gleicher Ionenwertigkeit auch der anderen) Art im Kubikzentimeter, die Ionenkonzentration, so sind in dem Zylinder, da sein Volumen dx ist, Ndx Ionen enthalten. Also beträgt die Kraft auf ein Ion:

$$-\frac{1}{N}\frac{d\mathfrak{P}}{dx} \text{ Dynen}.$$

Das negative Vorzeichen gilt deshalb, weil die Kraft in Richtung des abnehmenden Druckes wirkt. Ist e die Ladung des Ions und $\mathfrak{E}$ die Stärke des elektrischen Feldes in der betrachteten Stelle der Grenzschicht, so wirkt auf jedes Ion noch außerdem die elektrische Antriebskraft $e\mathfrak{E}$ Dynen, auf das langsamere Ion in Richtung des Konzentrationsgefälles, auf das beweglichere entgegen dieser Richtung. Die Gesamtkräfte auf das eine und das andere Ion sind demnach in Dynen:

$$-\frac{1}{N}\frac{d\mathfrak{P}}{dx} + e\mathfrak{E} \quad \text{und} \quad -\frac{1}{N}\frac{d\mathfrak{P}}{dx} - e\mathfrak{E}.$$

Darin ist alles in absoluten Einheiten, also der Druck $\mathfrak{P}$ in Dynen aufs qcm, e und $\mathfrak{E}$ in absoluten elektromagnetischen (oder elektrostatischen) Einheiten auszudrücken. Die Ladung e des Ions kann man durch das Produkt $p\mathrm{e}$ aus Wertigkeit p des Ions und der Elementarladung e des einwertigen Ions ersetzen.

Die Ionengeschwindigkeiten sind wegen der großen Reibung diesen Ausdrücken proportional, nämlich gleich Beweglichkeit pro Dyne mal Kraft. Sind die Beweglichkeiten der beiden Ionen pro Dyne Antriebskraft Υ und Φ, und sollen die Geschwindigkeiten gleich sein, so ist:

$$\Upsilon\left(-\frac{1}{N}\frac{d\mathfrak{P}}{dx} + p\mathrm{e}\mathfrak{E}\right) = \Phi\left(-\frac{1}{N}\frac{d\mathfrak{P}}{dx} - p\mathrm{e}\mathfrak{E}\right) \tag{1}$$

oder

$$\mathfrak{E}\,dx = \frac{1}{p\mathrm{e}}\,\frac{\Upsilon - \Phi}{\Upsilon + \Phi}\,\frac{1}{N}\,d\mathfrak{P}. \tag{2}$$

Hierin kann man Υ und Φ durch die ihnen proportionalen Ionenbeweglichkeiten u und v (Geschwindigkeit des Ions im Feld 1 Volt pro cm) ersetzen.

$\mathfrak{E}dx$ ist die Potentialdifferenz zwischen den Endflächen des betrachteten Zylinders. Um die gesamte Potentialdifferenz zwischen den Lösungen zu erhalten, muß man diesen Ausdruck summieren für einen Zylinder, der sich ganz von der einen in die andere Lösung erstreckt. Dabei ändern sich $\mathfrak{P}$ und N von Punkt zu Punkt. Man kann aber noch $\mathfrak{P}$ als Funktion von N ausdrücken.

Es gilt nämlich für den osmotischen Druck der Ionen das Mariotte-Gay Lussacsche Gasgesetz:

$$\mathfrak{P}\mathfrak{V} = \frac{R}{M}\vartheta. \tag{3}$$

Darin bedeuten $\mathfrak{P}$ den Druck, $\mathfrak{V}$ das spezifische Volumen = Volumen der Masseneinheit, M das Molekulargewicht der Ionen, ϑ die absolute Temperatur und R eine von der Natur der Substanz unabhängige universelle Konstante, die sog. Gaskonstante, welche den Wert $R = 83\,016\,000$ im absoluten Maß hat.

$M\mathfrak{V}$ ist das Volumen, welches ein Grammion einnimmt, $\frac{1}{M\mathfrak{V}}$ mithin die Anzahl $\mathfrak{N}$ von Grammionen im ccm. Enthält ein Grammion je η einzelne Ionen, so ist die Ionenzahl N im ccm

$$N = \eta\,\mathfrak{N}$$

und man kann daher das Gasgesetz in der Form schreiben:

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{N} R \vartheta = \frac{N}{\eta} R \vartheta, \tag{4}$$

Steigt die Ionenkonzentration N um den Betrag dN, so wird der Druck

$$\mathfrak{P} + d\mathfrak{P} = \frac{R\vartheta}{\eta}(N + dN).$$

Die Zunahme $d\mathfrak{P}$ des Druckes $\mathfrak{P}$ mit steigender Ionenkonzentration N bei gleicher Temperatur ist daher

$$d\mathfrak{P} = \frac{R\vartheta}{\eta} dN.$$

Setzt man dies in der obigen Formel für die Potentialdifferenz ein, so erhält man

$$\mathfrak{E}\,dx = \frac{1}{p\mathfrak{e}} \frac{u - v}{u + v} \frac{R\vartheta}{\eta} \cdot \frac{dN}{N}.$$

Die Potentialdifferenz V der Lösungen ergibt sich hieraus durch Integration über einen Zylinder, der sich aus der einen Lösung in die andere erstreckt, d. h. durch Integration zwischen den Konzentrationsgrenzen N_1 und N_2 der Ionen.

$$V = \frac{1}{p\mathfrak{e}} \frac{u - v}{u + v} \frac{R\vartheta}{\eta} \log\text{nat} \frac{N_2}{N_1}. \tag{5}$$

$\mathfrak{e}$ ist hierin die Elementarladung des einwertigen Ions, η die Zahl Ionen, welche im Grammion enthalten sind, also

$$\epsilon = \eta\mathfrak{e} = 9653 \text{ elm. Einh.}$$

die Ladung des einwertigen Grammions (des Grammäquivalents), so daß unter Berücksichtigung davon, daß 1 Volt = 10^8 abs. elm. Einh. ist, die Formel (5) geschrieben werden kann:

$$V = \frac{R\vartheta}{p\epsilon} \frac{u - v}{u + v} \log\text{nat} \frac{N_2}{N_1} \cdot 10^{-8} \text{ Volt}. \tag{5a}$$

Zu bemerken ist, daß das Verhältnis $\frac{N_2}{N_1}$ der Ionenkonzentrationen bei Anwendung stark verdünnter Lösungen, die man als völlig dissoziiert anzunehmen hat, durch das Verhältnis der Konzentrationen der Substanz selbst gegeben ist. Sind die Lösungen nicht hinreichend verdünnt, so kann man die Ionenmengen aus den bekannten Substanzmengen und dem aus der Leitfähigkeit zu bestimmenden Dissoziationsgrad (§ 118) ermitteln. Das Verhältnis der Größen N ist also in jedem Falle experimentell bestimmbar.

132. Potentialdifferenz zwischen Metall und Lösung. Elektrolytischer Lösungsdruck. Stellt man sich ein umkehrbares Konzentrationselement her, etwa in folgender Kombination: zwei Gläser mit Zinksulfatlösung verschiedener Konzentration sind durch einen Heber, in dem die beiden Lösungen aneinandergrenzen, verbunden, und in jeder Lösung steht eine reine Zinkelektrode, so ist die im vorigen Paragraphen berechnete Potentialdifferenz der Lösungen noch nicht die gesamte Potentialdifferenz zwischen den Elektroden des offenen Elements. Es kommen vielmehr noch Potentialdifferenzen hinzu, welche sich zwischen Elektrodenmetall und den Lösungen ausbilden, und welche wegen der verschiedenen Konzentration der letzteren im allgemeinen verschiedene Größe haben können. Diese Potentialdifferenzen sind nach Nernst in der bisherigen durchaus analogen Weise zu berechnen, wenn man den Begriff des elektrolytischen Lösungsdrucks einführt. Man hat sich nur vorzustellen, daß die Metalle das Bestreben haben, als + geladene Ionen in Lösung zu gehen, sei es, daß in den Metallen selbst schon + Ionen mit einem gewissen osmotischen Druck vorhanden sind, sei es, daß Metallatome in Lösung gehen und sich in Lösung unter Rückgabe negativ geladener Teilchen (Elektronen) ans Metall positiv laden, dabei Metallionen bildend. Taucht man ein Metall also in eine Flüssigkeit, so hat es das Bestreben, in Ionenform in Lösung zu gehen. Es wird dies solange tun, bis die dadurch erfolgende entgegengesetzte Aufladung von Metall und Flüssigkeit eine weitere Ionenabgabe an die Flüssigkeit verhindert. So erklärt sich zunächst ohne weiteres die Tatsache, daß jedes Metall in Wasser getaucht sich negativ elektrisch er-

weist. Es bildet sich sofort eine Potentialdifferenz zwischen Metall und Wasser in dem Sinne, daß das letztere das höhere Potential hat. Wegen der großen Ladung der Ionen geht nur unmerkbar wenig Metall in Lösung; die geringste Menge genügt schon, um die Potentialdifferenz genügend groß zur Verhinderung weiterer Lösung zu machen. Es ist in diesem Falle der osmotische Druck der im Wasser gelösten Metallionen ganz zu vernachlässigen. Anders, wenn ein Metall in eine Lösung eines seiner Salze taucht. Dann wirkt dem Lösungsdruck des Metalls außer dem elektrischen Feld noch der osmotische Druck der bereits in Lösung befindlichen Metallionen entgegen. Es ist die Potentialdifferenz des Metalls gegen Salzlösung daher stets kleiner als gegen reines Wasser. In vielen Fällen ist sogar der osmotische Druck der in Lösung befindlichen Metallionen größer als der Lösungsdruck des Metalls; dann findet umgekehrte, positive Aufladung des Metalls statt. Dies ist der Fall bei den Metallen mit geringem elektrolytischen Lösungsdruck, wie Platin, Kupfer u. a., insbesondere wenn sie in konzentrierteren Lösungen ihrer Salze stehen. Großen Lösungsdruck dagegen haben die Metalle der anderen Seite der Spannungsreihe wie Zink, Aluminium, Magnesium, Natrium usw. Diese laden sich auch in Lösungen von hohem osmotischen Druck, d. h. in konzentrierten Lösungen ihrer Salze noch negativ auf.

Nach den Erörterungen des vorigen Paragraphen ist der Vorgang rechnerisch leicht zu verfolgen. Die Metallionen mögen im Metall den als Lösungsdruck sich äußernden osmotischen Druck $\mathfrak{P}_0$ haben, in einer Lösung 1 den osmotischen Druck $\mathfrak{P}_1$. Man muß annehmen, daß auch $\mathfrak{P}_0$ durch eine Übergangsschicht zwar schnell aber kontinuierlich in $\mathfrak{P}_1$ übergehe. Der Ionenübergang zwischen Metall und Lösung wird dann aufhören, wenn die elektrische Kraft aufs Ion dem Bewegungsantrieb infolge osmotischer Druckänderungen das Gleichgewicht hält, also nach dem Vorigen, wenn

$$e\mathfrak{E} = p e \mathfrak{E} = \frac{1}{N}\frac{d\mathfrak{P}}{dx} = \frac{R\vartheta}{\eta N}\frac{dN}{dx},$$

d. h. wenn die Potentialdifferenz zwischen Metall und Lösung

$$V_1 = \int \mathfrak{E}\, dx = \frac{R\vartheta}{p e \eta}\int_{N_0}^{N_1}\frac{dN}{N} = \frac{R\vartheta}{p e}\log\text{nat}\frac{N_1}{N_0}.$$

Hierin ist R die Gaskonstante, ϑ die absolute Temperatur, $\varepsilon = 9653$ el. m. Einh. die Ladung eines einwertigen Grammions, p die Wertigkeit, N_1 und N_0 die Ionenkonzentrationen in der Lösung und im Metall. Statt der Größen N kann man natürlich die ihnen proportionalen osmotischen Drucke $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_0$ setzen. Multipliziert man mit 10^{-8}, so erhält man V_1 in Volt. Es ist nach dieser Theorie die Potentialdifferenz zwischen Metall und Lösung nur von der Konzentration der positiven Metallionen abhängig, dagegen von der Natur des negativen Ions ganz unabhängig. Dies ist z. B. an Lösungen von Thalliumsalzen von mehr als 20 verschiedenen, meist organischen Säuren, deren Potentialdifferenzen gegen metallisches Thallium bestimmt wurden, experimentell bestätigt worden.[1])

Die elektromotorische Kraft des gesamten Konzentrationselements setzt sich zusammen aus der Potentialdifferenz zwischen den zwei Lösungen und der Differenz der Potentialänderungen an den Elektroden. Es ist also

$$E = \frac{R\vartheta}{p\varepsilon}\left(\log\text{nat}\frac{N_1}{N_0} - \log\text{nat}\frac{N_2}{N_0}\right) + \frac{R\vartheta}{p\varepsilon}\,\frac{u-v}{u+v}\log\text{nat}\frac{N_2}{N_1}$$

oder:

$$E = \frac{R}{p\varepsilon}\,\vartheta\cdot\frac{2v}{u+v}\log\text{nat}\frac{N_1}{N_2}\,.$$

Es ist darin $R = 83\,016\,000$, $\varepsilon = 9653$ el. m. Einh. Also $\frac{R}{\varepsilon} = 8610$. Mithin die elektromotorische Kraft des Konzentrationselements in Volt:

$$E = \frac{8610}{p}\cdot\vartheta\cdot\frac{2v}{u+v}\log\text{nat}\frac{N_1}{N_2}\cdot 10^{-8}\ \text{Volt}.$$

Weil der Quotient $\frac{v}{u+v}$ nach § 115 die Überführungszahl des Anions, d. h. wenn v die Überführungszahl des metallischen Kations ist, die Größe $1 - v$ darstellt, so kann man dies auch in der Form schreiben:

$$E = \frac{8610}{p}\cdot\vartheta\cdot 2(1-v)\cdot\log\text{nat}\frac{N_1}{N_2}\cdot 10^{-8}\ \text{Volt}.$$

133. Diffusion der Elektrolyte. Die vorigen Betrachtungen geben gleichzeitig Aufschluß über die Substanzmengen,

1) Neumann, Zeitschr. f. phys. Chem. **14**, 229, 1894.

welche in Ionenform aus einer mehr in eine weniger konzentrierte Lösung eines gleichwertige Ionen bildenden Elektrolyten diffundieren.

Die Anzahl Q von Ionen, welche pro Sekunde durchs Quadratzentimeter der Grenzschicht wandern, ist bestimmt durch ihre Anzahl N pro ccm multipliziert mit der Geschwindigkeit. Letztere ist aber in der Formel (1) des § 131 gegeben. Es ist danach

$$Q = N\Upsilon\left(-\frac{1}{N}\frac{d\mathfrak{P}}{dx} + p\mathfrak{e}\mathfrak{E}\right)$$

oder nach Formel (2) desselben Paragraphen

$$Q = N\Upsilon\left(-\frac{1}{N}\frac{d\mathfrak{P}}{dx} + \frac{\Upsilon - \Phi}{\Upsilon + \Phi}\frac{1}{N}\frac{d\mathfrak{P}}{dx}\right).$$

Führt man statt Υ und Φ, das sind die Geschwindigkeiten pro Dyne Antriebskraft, die Ionenbeweglichkeiten u und v im Feld ein Volt pro cm ein, so kann dies wegen der Proportionalität der genannten Größen in dem Quotienten der Klammer ohne weiteres geschehen. Im Felde 1 Volt pro cm $=10^8$ absolut erfährt ein Ion, welches stets die Ladung $e = p\mathfrak{e}$ trägt, die Antriebskraft von $10^8 p\mathfrak{e}$ Dynen. Es ist also

$$u = p\mathfrak{e} \cdot 10^8 \Upsilon.$$

Es ist daher:

$$Q = \frac{Nu}{p\mathfrak{e} \cdot 10^8} \cdot \left(-\frac{1}{N}\frac{d\mathfrak{P}}{dx} + \frac{u-v}{u+v}\frac{1}{N}\frac{d\mathfrak{P}}{dx}\right)$$

oder

$$Q = \frac{1}{p\mathfrak{e} \cdot 10^8} \cdot \left(-\frac{2uv}{u+v}\frac{d\mathfrak{P}}{dx}\right).$$

Führt man statt des osmotischen Druckes $\mathfrak{P}$ die Ionenkonzentration N nach Formel (4) in § 131 ein, so wird die Anzahl Q pro Sekunde durch die Querschnittseinheit diffundierender Ionen:

$$Q = -\frac{R}{p\mathfrak{e}\eta \cdot 10^8} \cdot \frac{2uv}{u+v}\vartheta\frac{dN}{dx} = -\frac{R}{p\mathfrak{e}}\frac{2uv}{u+v}\vartheta\frac{dN}{dx} \cdot 10^{-8},$$

$$Q = -\frac{8610}{p} \cdot \frac{2uv}{u+v}\vartheta\frac{dN}{dx} \cdot 10^{-8}.$$

u, v sind die Beweglichkeiten der Ionen im Felde 1 Volt pro cm, p ihre Wertigkeit, ϑ die absolute Temperatur, N die Ionenkonzentration, $\frac{dN}{dx}$ ihr Gefälle in der Richtung der Diffusion.

Ersetzt man die Ionenzahl N durch die Konzentration $\mathfrak{N}$ von Grammionen im ccm, so ist durch die Formel auch Q als die Anzahl pro Sekunde diffundierender Grammionen gegeben.

134. Verhalten in Elektrolyten mit verschiedenwertigen Ionen. Es war für die bisherigen Betrachtungen vorausgesetzt worden, daß die Ionen, in welche der Elektrolyt zerfällt, gleiche Wertigkeit haben. Dies ist z. B. der Fall bei Salzsäure, Silbernitrat (beide Ionen einwertig), bei Kupfersulfat (beide Ionen zweiwertig) u. a. m. Schwefelsäure dagegen zerfällt in zwei einwertige H-Ionen und ein zweiwertiges SO_4-Ion; Kupfernitrat in ein zweiwertiges Cu-Ion und zwei einwertige NO_3-Ionen. Die Berechnungen des vorigen Paragraphen lassen sich leicht auch auf solche Fälle ausdehnen.

Man hat z. B. in der Gleichung (1) des § 131, anstatt links und rechts die gleiche Wertigkeit p, nur verschiedene Wertigkeiten p und p' einzuführen. Die osmotische Kraft pro Ion bleibt die gleiche, unabhängig von Wertigkeit, indem der osmotische Druck z. B. für die doppelt so zahlreichen H-Ionen im Falle der Schwefelsäure doppelt so groß ist, wie für die SO_4-Ionen.

Gleichung (2) nimmt dann die Form an:

$$\mathfrak{E}dx = \frac{1}{eN}\, d\mathfrak{P} \cdot \frac{T - \Phi}{pT + p'\Phi}.$$

Wie in § 132 dargetan, sind aber die Beweglichkeiten u und v der Ionen im Felde 1 Volt pro cm mit den Geschwindigkeiten T und Φ der Ionen unter der antreibenden Kraft 1 Dyne verbunden durch die Beziehung:

$$u = 10^8 \cdot p e T,$$
$$v = 10^8 p' e \Phi.$$

Setzt man dies ein, so wird:

$$\mathfrak{E}dx = \frac{1}{eN}\, d\mathfrak{P} \cdot \frac{\frac{u}{p} - \frac{v}{p'}}{u + v}.$$

An Stelle der Gleichung (5) in § 131 tritt daher für die Potentialdifferenz der verschieden konzentrierten Lösungen der Ausdruck:

$$V = \frac{R\vartheta}{e\eta} \cdot \frac{\frac{u}{p} - \frac{v}{p'}}{u + v} \log \text{nat} \frac{N_2}{N_1}.$$

und an Stelle (5*) ist zu schreiben:

$$V = \frac{R\vartheta}{\epsilon} \frac{\frac{u}{p} - \frac{v}{p}}{u+v} \log \operatorname{nat} \frac{N_2}{N_1} \cdot 10^{-8} \text{ Volt}.$$

Komplizierter gestaltet sich die Berechnung, wenn verschiedene Elektrolyte, die gleich- oder gar verschiedenwertige Ionen bilden, aneinandergrenzen. Bezüglich dieser Fälle muß auf Spezialwerke verwiesen werden. (Z. B. Nernst, Theoretische Chemie.)

135. Bestimmung einzelner Potentialdifferenzen zwischen Metall und Elektrolyt. Größe des elektrolytischen Lösungsdrucks. Will man die Potentialdifferenz eines Metalls gegen einen Elektrolyten mit einem Elektrometer oder Galvanometer messen, so bedarf man stets metallischer Zuführung vom Meßinstrument zum Elektrolyten, so daß man daher im Elektrolyten stets zwei metallische Elektroden hat und daher stets nur die Summe der Potentialänderungen an den beiden Elektroden mißt. Will man die Potentialdifferenz nur einer Elektrode gegen den Elektrolyten bestimmen, so wendet man den Kunstgriff an, als eine Elektrode eine Tropfelektrode zu benutzen, Quecksilber, welches aus einer fein ausgezogenen Glasröhre ausströmt. Eine solche Tropfelektrode nimmt nach § 27, S. 33 das Potential der Umgebung, d. h. also des Elektrolyten an, so daß hierdurch also der eine Potentialsprung fortfällt. Eine andere Methode, den Potentialsprung auch gerade an Quecksilber zu bestimmen, werden wir im nächsten Paragraphen kennen lernen.

Man hat nun Metall-Elektrolytkombinationen hergestellt, deren Potentialdifferenz sich als sehr konstant erwiesen hat, um sie für Messungszwecke zu benutzen. Man hat eine solche Kombination, eine sog. Normalelektrode, nur mit der Kombination, deren Potentialsprung man ermitteln will, zu einem Element zu vereinigen. Die Spannung desselben abzüglich des Potentialsprungs der Normalelektrode gibt die gesuchte Potentialdifferenz, im allgemeinen allerdings noch durch elektromotorische Kräfte etwas entstellt, welche in der Grenzfläche der Flüssigkeiten ihren Sitz haben. Eine solche Normalelektrode ist die von Helmholtz vorgeschlagene Kalomelelektrode, bestehend aus Quecksilber in

einer normalen Lösung von Chlorkalium; das Quecksilber wird mit einer Schicht Quecksilberchlorür bedeckt. Ein Schlauchheber dient zur Verbindung mit der zu messenden Zelle. Ihr Potentialsprung beträgt 0,56 Volt, wobei das Quecksilber positiv, die Chlorkaliumlösung negativ ist.

Die folgende Tabelle nach Messungen von Neumann gibt die Potentialdifferenzen einiger Metalle gegen ihre normale Sulfat- und Chloridlösung wieder:

	Sulfat	Chlorid	Elektrolytischer Lösungsdruck
Magnesium	+ 1,239	+ 1,231	
Aluminium	+ 1,040	+ 1,015	
Zink	+ 0,524	+ 0,503	$9{,}9 \cdot 10^{18}$ Atm.
Kadmium	+ 0,162	+ 0,174	$2{,}7 \cdot 10^{6}$ „
Thallium	+ 0,114	+ 0,151	$7{,}7 \cdot 10^{2}$ „
Eisen	+ 0,093	+ 0,087	$1{,}2 \cdot 10^{4}$ „
Kobalt	— 0,019	— 0,015	$1{,}9 \cdot 10^{0}$ „
Nickel	— 0,022	— 0,020	$1{,}3 \cdot 10^{0}$ „
Kupfer	— 0,515	—	$4{,}8 \cdot 10^{-20}$ „
Quecksilber	— 0,980	—	$1{,}1 \cdot 10^{-16}$ „
Silber	— 0,974	—	$2{,}3 \cdot 10^{-17}$ „
Palladium	—	— 1,066	$1{,}5 \cdot 10^{-36}$ „

Die letzte Kolumne der Tabelle gibt den aus den angegebenen Potentialwerten nach der Formel:

$$V = \frac{R\vartheta}{p\varepsilon} \log \text{nat} \frac{\mathfrak{P}_0}{\mathfrak{P}}$$

berechneten osmotischen Druck $\mathfrak{P}_0$ der Metallionen im Metall. Der Druck $\mathfrak{P}$ der Ionen in der völlig dissoziierten normalen Lösung ist zu berechnen. Normale Lösungen, d. h. solche, welche ein Grammolekül im Liter enthalten, enthalten bei völliger Dissoziation die gleiche Anzahl von Ionen, vorausgesetzt, daß jedes der beiden Ionen nicht weiter gespalten wird, d. h. der Elektrolyt in zwei Ionen zerfällt, ein sog. binärer Elektrolyt ist. Normale Lösungen enthalten also in Ionenform, d. h. bei Elementen als Atome, welche je nach der Wertigkeit mit 1, 2, 3 usw. Elementarquanten (e) geladen sind, z. B.: 1 g Wasserstoff, 65,4 g Zink, 63,6 g Kupfer, 108 g Silber + geladen; 35,5 g Chlor, 62 g NO_3, 96 g SO_4 — geladen.

Diese Mengen bilden die gleiche Anzahl von Ionen und üben im gleichen Volumen den gleichen osmotischen Druck $\mathfrak{P}$

aus. Es ist also nur zu berechnen, welchen Druck 1 g Wasserstoff in Ionenform, d. h. in Atome zerspalten, ausübt. Ein Liter Wasserstoff von 1 Atmosphäre Druck wiegt bei gewöhnlicher Temperatur etwa 0,09 g. Also 1 g H im Liter übt einen Druck von 11 Atmosphären aus, wenn der Wasserstoff als Gas, d. h. in Molekülform (H_2) darin enthalten ist. In Ionen (H) zerspalten übt er den doppelten Druck aus. Unter der Annahme eines gleichen Verhaltens der gelösten Atome wäre danach der osmotische Druck $\mathfrak{P}$ der Ionen in dissoziierter normaler Lösung gleich 22 Atmosphären. Dieser Wert ist für $\mathfrak{P}$ in obiger Formel einzusetzen.

136. Das Kapillarelektrometer von Lippmann. Metalle laden sich in einer Flüssigkeit, welche ihre Ionen nicht enthalten, negativ auf. Bei Quecksilber in verdünnter Schwefelsäure beobachtet man eine Potentialdifferenz derart, daß das Metall positiv, die Säure negativ ist. Dieses anscheinend vom normalen abweichende Verhalten des Quecksilbers erklärt sich mit größter Wahrscheinlichkeit daraus, daß Quecksilber — zum Teil infolge Oxydation durch den im Elektrolyten gelösten Sauerstoff — stets etwas Oxyd enthält, welches in Lösung gehend der Schwefelsäure Ionen zuführt. Der Lösungsdruck des Quecksilbers ist aber so gering, daß nur sehr wenig Ionen in der Lösung bereits einen höheren osmotischen Druck haben und positive Aufladung des Metalls bewirken. Durch die Abstoßung der gleichnamig elektrischen Teilchen an der Quecksilberoberfläche wird die Oberflächenspannung vermindert, so daß also der Kapillardruck nicht der reinen Oberflächenspannung, sondern einer Differenzwirkung zwischen dieser und dem elektrischen Effekt entspricht. Sobald man nun durch Anlegen einer kleinen äußeren Spannung, eines schwachen Elements die + Ladung des Quecksilbers und die — Ladung der Säure vermindert, was dann eintritt, wenn man den negativen Pol ans Quecksilber, den positiven an die Säure legt, so wird die elektrische Abstoßung in der Grenzschicht kleiner, der Kapillardruck größer.[1]) Letzterer

1) Daß durch Aufladen der Oberfläche die Oberflächenspannung verringert, durch Entladen vergrößert wird, kann man an einer Seifenblase demonstrieren, die sich bei Aufladen vergrößert, bei Entladen zusammen-

erreicht seinen Maximalwert, sobald die äußere angelegte Spannung der Potentialdifferenz zwischen Quecksilber und Säure entgegengesetzt gleich geworden ist. Dann ist die elektrische Doppelschicht verschwunden. Läßt man die äußere Spannung wachsen, so bildet sich eine Doppelschicht entgegengesetzten Vorzeichens aus, und der Kapillardruck wird wieder verringert. Die Spannung also, welche man in angegebener Richtung an ein zum Teil mit Quecksilber, zum Teil mit verdünnter Schwefelsäure gefülltes Kapillarrohr anzulegen hat, um die Kapillardepression auf ein Maximum zu bringen, entspricht der Potentialdifferenz, welche das Quecksilber gegen die Säure hat. Ihr Wert beträgt 0,95 Volt. Die Beobachtung der zur Herstellung des maximalen Kapillardrucks nötigen Spannung liefert demnach ein Mittel, für Quecksilber die Potentialdifferenz gegen den Elektrolyten zu bestimmen. Im Kapillarelektrometer von Lippmann wird die Veränderlichkeit des Kapillardrucks mit der angelegten äußeren Spannung zur Messung kleiner elektromotorischer Kräfte benutzt.

137. Kataphorese. Im Anschluß an die Erscheinungen der Elektrolyse mag ein anderer prinzipiell von diesen verschiedener Vorgang erwähnt werden. In einer Flüssigkeit suspendierte Teilchen wandern bei Hindurchsendung eines Stromes von der Kathode nach der Anode, die Flüssigkeit selbst und in ihr gelöste Stoffe erfahren eine Bewegung in umgekehrter Richtung, von der Anode nach der Kathode hin, und werden dabei durch poröse Körper hindurchgetrieben. Die Stoffe wandern hierbei nicht als Ionen, sondern als undissoziierte Moleküle oder als feine Teilchen. Bei der Einführung von Medikamenten durch den Strom in die Gewebe mag diese Konvektionserscheinung, welche auch als Kataphorese bezeichnet wird, neben der Ionenwanderung mitwirken.

---

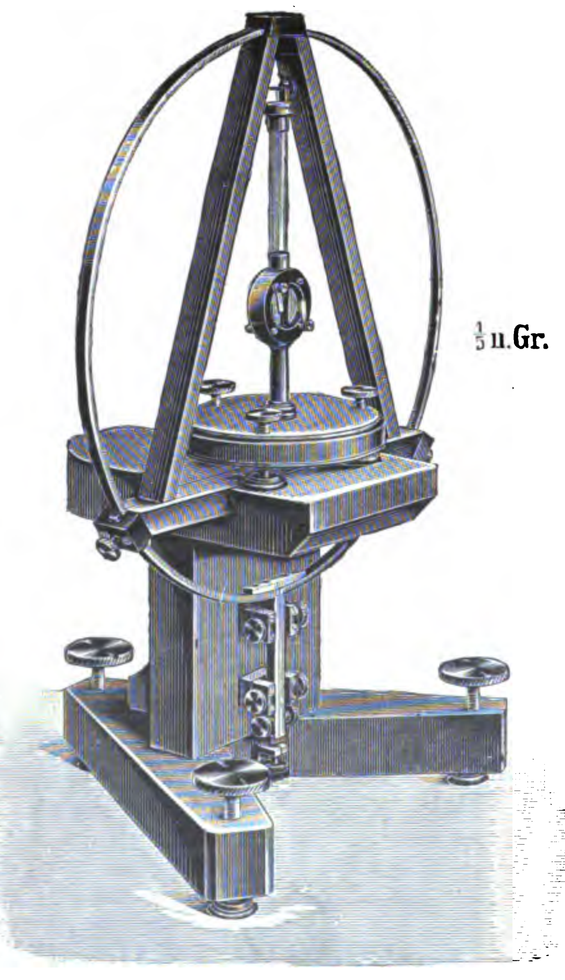
zieht. Sehr hübsch ist der bekannte Versuch an einem springbrunnenartig nach oben gerichteten Wasserstrahl. Ein solcher schnürt sich infolge der Oberflächenspannung in geringer Höhe ein und löst sich in Tropfen auf. Nähert man ihm eine geriebene Siegellack- oder Glasstange, so verringert die Influenzladung des Wasserstrahls die Spannung der Oberfläche, und der Strahl bleibt zusammenhängend, um sogleich wieder zu zerstieben, sobald man die geladene Stange entfernt oder wenn man sie zu sehr nähert.

Sechster Abschnitt.

Elektrische Messungen.

A) Messung von Stromstärken.

138. Absolute Messung der Stromstärke. Man sendet den zu messenden Strom durch die Tangentenbussole (Fig. 71). Dies ist ein Instrument, bestehend aus einer oder mehreren kreisförmigen Windungen von Kupferdraht. Im Mittelpunkt des Windungskreises befindet sich eine im Verhältnis zum Kreisdurchmesser kleine Magnetnadel mit einem längeren Zeiger oder einem Spiegel, mit dessen Hilfe man geringe Drehungen durch die Gaußsche Spiegelablesung bestimmen kann. Die Stromstärke i erzeugt im Mittelpunkt der in den magnetischen Meridian gestellten Windungsfläche ein senkrecht zum Meridian gerichtetes magnetisches Feld, dessen Stärke nach § 194 gegeben ist durch



$\frac{1}{5}$ n. Gr.

Fig. 71.

$$\mathfrak{H} = \frac{2\pi i}{r}$$

und durch Bestimmung des Ablenkungswinkels φ der Magnetnadel mit der nach § 83 in absoluten Einheiten zu messenden Horizontalintensität H des Erd-Magnetismus verglichen werden kann. Ist der Radius r des Windungskreises bekannt, so kennt man

$$i = \frac{r\mathfrak{H}}{2\pi}$$

in absoluten *e. m.* Einheiten.

Hierin ist:

$$\mathfrak{H} = H \operatorname{tang} \varphi.$$

139. Elektrolytische Strommessung (s. auch § 111). Ein sehr zuverlässiges Mittel, die Stärke eines elektrischen Stromes zu messen, gibt uns die Elektrolyse. Durch Verbindung der absoluten elektromagnetischen Strommessung mit der Wägung eines Metallniederschlages in einem Voltameter hat man die Werte der elektrochemischen Äquivalente so genau festgelegt, daß man, wenn man z. B. ein Instrument mit nicht ausmeßbaren Spulen auf absolute Angaben eichen will, auf die wegen vieler Fehlerquellen sehr schwierige Vergleichung seiner Angabe mit der einer Tangentenbussole verzichten und mit großer Genauigkeit statt dessen eine voltametrische Messung benutzen kann.

Strommeßapparate werden also voltametrisch geeicht.

140. Internationale Einheiten. Man ist sogar noch weiter gegangen, indem man gesetzlich für technische Zwecke direkt die internationale Stromeinheit ein Ampère elektrolytisch definiert hat. Dies geschah aus dem gleichen Grunde, aus welchem man auf dem in Paris abgehaltenen internationalen Kongreß das g und das cm festlegte, nämlich um ein bestimmt festgelegtes Maß für die elektrischen Größen zu erhalten, welches leicht reproduzierbar ist. Man hat die internationale Stromeinheit definiert:

Die Stärke 1 A hat der konstante Strom, der in der Sekunde 1,118 mg Silber ausscheidet.

Wegen der Schwierigkeit der absoluten Ohmbestimmung hat man auch ein internationales Ohm festgesetzt, dessen Wert 1 Θ dem absoluten sehr nahe gleichkommt.

Den Widerstand 1 Θ hat eine Quecksilbersäule von 1,063 m Länge und 1 mm² Querschnitt bei 0° C. Diese Säule wiegt 14,4521 g.

Durch diese Festsetzungen ist auch die internationale Einheit der elektromotorischen Kraft festgelegt.

1 V ist die elektromotorische Kraft, welche in dem Widerstande 1 Θ den Strom 1 A erzeugt.

141. Messung von Stromstärken mit Hilfe von Galvanometern. In den Galvanometern wird die magnetische Wirkung des Stromes auf eine Magnetnadel multipliziert dadurch, daß man den Strom eine große Anzahl von Windungen durchlaufen läßt. Die kleinen Drehungen der Nadel werden durch Spiegelablesung gemessen (Spiegelgalvanometer). Da eine Spulenausmessung hier nicht mehr möglich, so geschieht die Eichung voltametrisch (siehe indessen auch § 156). Ist das Galvanometer sehr empfindlich, so läßt man bei der Eichung nicht den ganzen Voltameterstrom durch das Instrument fließen, sondern mittels bekannter Widerstände eine Stromteilung eintreten, indem man zum Galvanometer einen Nebenschluß legt. Haben Galvanometer und Nebenschluß bekannte Widerstände γ und w, so berechnet sich in sehr einfacher Weise der Bruchteil des durch das Voltameter gemessenen Gesamtstromes i, welcher durch das Galvanometer fließt. Sind i_γ und i_w die Ströme in den beiden parallelen Zweigen, so ist nach den Kirchhoffschen Regeln:

$$i_\gamma + i_w = i,$$

$$i_\gamma \cdot \gamma = i_w \cdot w.$$

Daher:

$$i_\gamma\left(1 + \frac{\gamma}{w}\right) = i,$$

$$\frac{i_\gamma}{i} = \frac{w}{w + \gamma}.$$

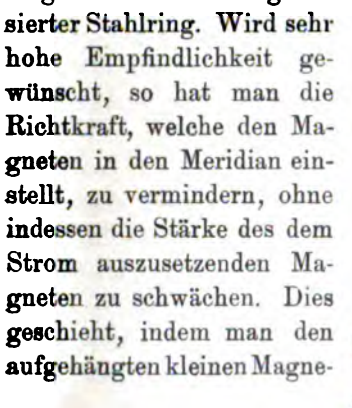
Indem man w klein macht, kann man dem Galvanometer einen beliebigen Bruchteil des Stromes entziehen. Ist z. B.

$$w = \frac{\gamma}{9}, \text{ so ist } i_\gamma = \frac{i}{10}.$$

Zwecks Galvanometereichung berechnet man aus der Menge des im Voltameter ausgeschiedenen Metalls die Stromstärke i

in Ampère. Durch Multiplikation mit dem Quotienten $\frac{w}{w+\gamma}$ erhält man i_γ, und durch Division dieses Wertes durch die Anzahl Millimeter Skalenausschlag an einer 1 m entfernten Skala die Empfindlichkeit des Galvanometers, d. i. die Anzahl Ampère, welche an einer 1 m entfernten Skala 1 mm Ausschlag hervorrufen.

142. Spiegelgalvanometertypen. Viel gebraucht für Zwecke, welche nicht allzu große Empfindlichkeit verlangen, sind die Wiedemannschen Spiegelgalvanometer (Fig. 72). Der Magnet ist in der Regel ein längs eines Durchmessers magnetisierter Stahlring. Wird sehr hohe Empfindlichkeit gewünscht, so hat man die Richtkraft, welche den Magneten in den Meridian einstellt, zu vermindern, ohne indessen die Stärke des dem Strom auszusetzenden Magneten zu schwächen. Dies geschieht, indem man den aufgehängten kleinen Magneten starr mit einem der Stromwirkung nicht mehr ausgesetzten gleichen Magneten verbindet, dessen magnetische Achse entgegengesetzt gerichtet ist. Auf dieses sogenannte astatische System übt der Erdmagnetismus, wenn die Magnete völlig gleich sind, keine Richtkraft aus, und es bleibt



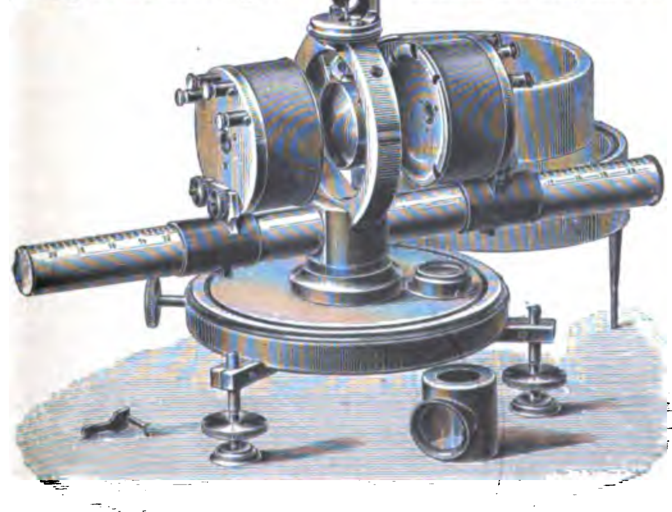


Fig. 72.

nur die richtende Kraft des Aufhängefadens übrig. Auch diese Kraft kann man indessen auf einen fast unmerkbaren Betrag herabdrücken, indem man zur Aufhängung Quarzfäden nimmt. Dieselben zeichnen sich durch elastische Eigenschaften aus, welche sie für diese Zwecke hervorragend geeignet machen. In erster Linie große Festigkeit und Fehlen elastischer Nachwirkung. Das astatische Magnetsystem ist, damit die Schwingungsdauer durch träge Masse nicht zu groß wird, sehr leicht zu wählen. Dies sind die vorzüglichsten Eigenschaften der als empfindlichste Strommeßinstrumente im Gebrauch befindlichen Thomsonschen und Du Bois-Rubensschen Spiegelgalvanometer (Fig. 73).



Fig. 73.

143. Schutz der Galvanometer gegen magnetische Störungen. Panzergalvanometer. In größeren Städten hat man bei galvanometrischen Messungen infolge des sich immer mehr ausdehnenden elektrischen Straßenbahnbetriebes viel unter magnetischen Störungen zu leiden, und es gilt, seine Galvanometer gegen diese veränderlichen magnetischen Felder zu schützen. Nicht nur in bezug auf Empfindlichkeit gegen eine ablenkende Kraft, sondern auch in bezug auf Störungsfreiheit zeichnet sich das astatische System vor dem einfachen aufgehängten Magneten aus. Denn ebenso wie die Richtkraft des Erdfeldes, so ist auch die ablenkende Kraft des Störungsfeldes herabgesetzt und bei dem idealen astatischen System sogar vernichtet. Denn die ablenkende Kraft ist ja auf dessen beide Magnete entgegengesetzt gleich. Da es indessen nicht möglich ist, ein vollkommenes, dauernd astatisches System herzustellen, so ist man

noch auf andere Schutzmittel bedacht. Ein solches bietet sich in der § 68 besprochenen Schirmwirkung des Eisens und ist auch bereits dort besprochen. Die Schutzmäntel, wie sie für beliebige Galvanometer verwendet werden, sind Ringe aus weichen Eisendrähten, die um die Magnete des astatischen Systems gelegt werden. In Fig. 72 steht ein solcher Ring hinter dem Galvanometer. In neuester Zeit werden von Siemens & Halske nach Angaben von Du Bois-Rubens gebaute sog. Panzergalvanometer (Fig. 74) in den Handel gebracht. Hier befindet sich der aufgehängte Magnet innerhalb zweier gußeiserner Hohlkugelpanzer. Jeder dieser Panzer ist in zwei Halbkugeln auseinandernehmbar. In die Höhlungen der inneren Halbkugeln sind die Spulen fest eingelegt. Die Panzer schützen ihren inneren Raum gegen jedes äußere magnetische Feld so vollkommen, daß der im vorigen Paragraphen erwähnte Zweck der Empfindlichkeitserhöhung durch Herabsetzung der Richtkraft des Erdmagnetismus hier bereits ohne astatisches System erreicht ist. Das Magnetsystem besteht bei dem Panzergalvanometer aus einer Anzahl kleiner Stahldrahtstäbchen, welche gleichgerichtet unmittelbar übereinander an der Achse aus Aluminiumdraht befestigt sind. Wie das astatische System, so hat auch der Eisenpanzer also den doppelten Zweck, hohe Empfindlichkeit gegen einen Spulenstrom und große Unempfindlichkeit gegen äußere magnetische Störungen zu bewirken. Gleichzeitig beides wird nicht erreicht, wenn man die Richtkrafterniedrigung dadurch bewirkt, daß man mit Hilfe eines permanenten Magneten das Erdfeld an der Stelle des aufgehängten Magneten schwächt. Dadurch erhöht sich zwar die Empfindlichkeit gegen einen Strom in den Galvanometerspulen, gleichzeitig wird aber auch die Wirkung der nicht ge-



Fig. 74.

schwächten Störungen vergrößert, so daß man keine konstante Ruhelage des Systems erhält. Um die Aufhebung des Erdfeldes an der Stelle der Nadel noch vollkommener zu machen, sind dem Panzergalvanometer zwei Stahlmagnetpaare beigegeben, deren eines, wie in Fig. 74 ersichtlich, sich zwischen den Panzern, deren anderes sich außerhalb derselben befindet. Fig. 75 zeigt das Panzergalvanometer in einem weiteren Schutzzylinder stehend auf einer sogenannten Juliusschen Aufhängevorrichtung, welche einen guten Schutz gegen Erschütterungen bildet.



Fig. 75.

144. Bewegende Kraft eines Magnetfeldes auf einen Stromleiter. Drehspul-Galvanometer nach Deprez-d'Arsonval. Ayrtonscher Nebenschluß. Saitengalvanometer nach Einthoven. Wie ein fester Strom auf einen beweglichen Magnetpol bewegend einwirkt, so tritt auch Bewegung eines Stromleiters ein, wenn er dem Einfluß eines festen Magnetfeldes ausgesetzt wird. Man kann leicht berechnen, welche Kraft auf ein von einem Strom i durchflossenes Leiterstück der Länge l in einem homogenen Magnetfeld der Stärke $\mathfrak{H}$ ausgeübt wird, dessen Kraftlinien senkrecht zu dem Drahtstück verlaufen. Das Stromstück l (Fig. 76) befinde sich in einem homogenen Magnetfeld, dessen Kraftlinien von rechts nach links verlaufen, und welches man sich als herrührend von einem in großer Entfernung r befindlichen Magnetpol m denken kann. Die Bedingung, daß die

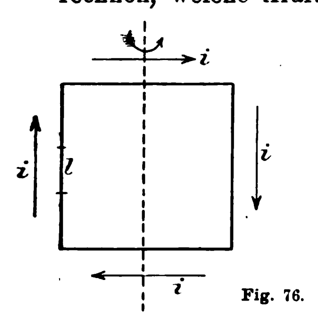


Fig. 76.

magnetische Kraft, welche von m herrührt, senkrecht zu l gerichtet ist, ist gleichbedeutend damit, daß die Verbindungslinie von m nach dem kurzen Leiterstück l senkrecht auf l steht. Die mechanische Kraft, welche ein Strom i in dem Leiterstück auf den Pol m ausübt, ist nach dem Biot-Savartschen Gesetz, in welchem hier der sin = 1 ist,

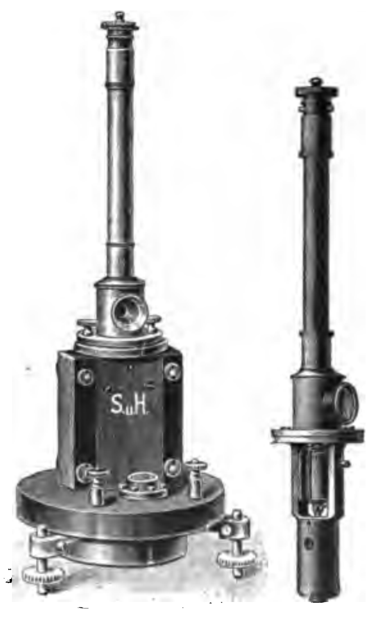


Fig. 77. Fig. 78.

$$\mathfrak{F} = \frac{ilm}{r^2},$$

und hat nach der Ampèreschen Regel die Richtung von vorn nach hinten. $\frac{m}{r^2}$ ist aber gleich der vom Pol m an der Stelle des Leiterstücks auf einen Magnetpol 1 ausgeübten Kraft, d. h. gleich der dortigen magnetischen Feldstärke $\mathfrak{H}$. Da ferner nach dem Newtonschen Satz von der entgegengesetzten Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung $\mathfrak{F}$ auch die Kraft ist, welche der Magnetpol auf das Stromstück ausübt, so ist die bewegende Kraft, welche das vom Strom i durchflossene Leiterstück der Länge l im Magnetfeld $\mathfrak{H}$ erleidet:


Fig. 79.

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{H}il.$$

Sie ist in der Figur nach vorn gerichtet.

Auf einen Stromleiter, welcher in Richtung der Kraftlinien liegt, wirkt keine bewegende Kraft, weil der Sinus im Biot-Savartschen Gesetz Null wird. Setzt man daher den in der Fig. 76 gezeichneten quadratischen Stromleiter der Wirkung des Magnetfeldes aus, so wirkt dasselbe auf diesen

Leiter wegen der entgegengesetzten Richtung des Stromes in den gegenüberliegenden Seiten des Quadrats drehend um eine Achse, welche in der Figur von unten nach oben gerichtet ist.

Die drehende Wirkung eines Magnetfeldes auf einen Stromkreis wird in den Drehspulgalvanometern zum Nachweis und zur Messung elektrischer Ströme benutzt. Eine kleine Spule mit vielen Windungen ist drehbar angebracht zwischen den Polen eines kräftigen permanenten Magneten, der, damit das Galvanometer konstante Angaben zeigt, künstlich gealtert sein

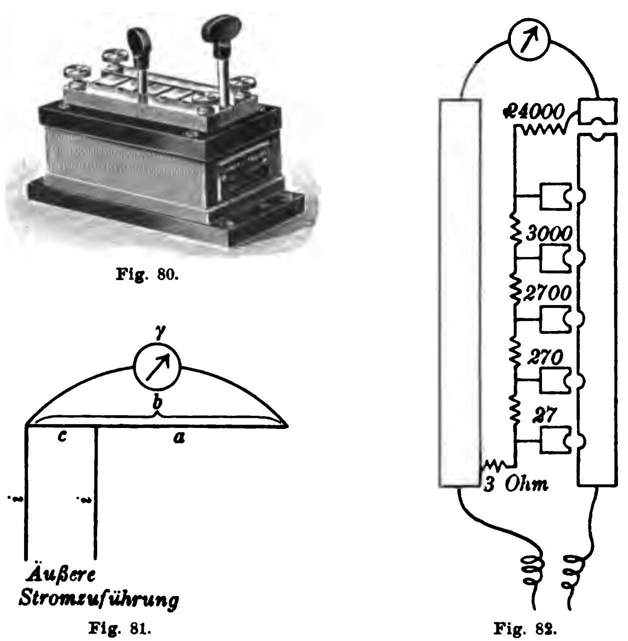


Fig. 80.

Fig. 81.

Fig. 82.

muß (§ 79). Fig. 77 gibt die Abbildung eines sehr empfindlichen Instruments dieser Art der Firma Siemens & Halske. Die Spule ist an einem Bronzedraht aufgehängt, welcher zugleich die eine Zuleitung bildet. Die andere Zuleitung geschieht durch eine unten befestigte Spirale sehr feinen Drahtes. In Figg. 78, 79 ist das Galvanometer auseinandergenommen. Fig. 80 zeigt einen oft benutzten und für viele Fälle bequemen Nebenschlußwiderstand nach Ayrton, Figg. 81 und 82 dessen Schaltung. Dem Galvanometer parallel liegt ein konstanter größerer Widerstand *b*, der in Unterabteilungen geteilt ist, an welchen man einzeln den

Strom zuführen kann. Der Strom i der Zuführungsleitung teilt sich in den Zweig c und den Galvanometerzweig, der noch den anderen Teil a des Widerstands b als Vorschaltung enthält. Ist γ der Galvanometerwiderstand, i_γ der Strom im Galvanometer, so ist

$$\frac{i_\gamma}{i_c} = \frac{c}{a+\gamma}$$

oder

$$\frac{i_\gamma}{i} = \frac{c}{a+\gamma+c} = \frac{c}{b+\gamma}.$$

Führt man den Strom direkt den Galvanometerklemmen zu, während b im Nebenschluß bleibt, so ist der Strom i'_γ im Galvanometer

$$\frac{i'_\gamma}{i} = \frac{b}{b+\gamma},$$

also $\frac{b}{c}$ mal größer als vorher. Es wird daher durch verschiedene Wahl des Zuführungspunktes der das Galvanometer durchfließende Strom gegen den Strom bei direkter Zuführung im Verhältnis $c:b$ geschwächt. Der Galvanometerwiderstand ist hierauf ohne Einfluß. Fig. 82 zeigt die Widerstandsverteilung in einem praktisch ausgeführten Modell. Es ist $b = 30\,000$ Ohm, c je nach der Stöpselung 30000, 6000, 3000, 300, 30, 3 Ohm; also die Stromempfindlichkeit dementsprechend von der vollen (bei angelegten 30000 Ohm Nebenschluß) auf den 5-, 10-, 100-, 1000-, 10000-ten Teil zu reduzieren. Gegen die gewöhnliche Anbringung eines Nebenschlusses hat diese Schaltung den Vorteil, daß derselbe Widerstandssatz wegen der Unabhängigkeit vom Galvanometerwiderstand bei verschiedenen Galvanometern die gleiche Abstufung der Empfindlichkeit erlaubt. Ferner ist hierbei, was für die Dämpfung bei Drehspulgalvanometern von Wichtigkeit ist, das Galvanometer bei dem vorausgesetzten großen Widerstand der Zuführungsleitung praktisch immer durch den gleichen, großen Nebenschlußwiderstand geschlossen.

Ampèremeter sind mit geeichter Skala versehene Zeigergalvanometer, welche zumeist Drehspulgalvanometer sind. Fig. 83 zeigt ein solches Instrument, dessen Spule 1 Ohm Widerstand besitzt. 1° Ausschlag entspricht einer Stromstärke von 0,001 Ampère, d. h. also einer Spannungsdifferenz von 0,001 Volt zwischen

den Klemmen des Meßinstruments. Fig. 84 zeigt einen Vorschaltewiderstand dazu, der durch einfache Stöpselung Widerstände von 9 Ohm, 99 Ohm, 999 Ohm vorzuschalten erlaubt. Man muß dann die 10-, 100-, 1000-fache Spannung an das mit



Fig. 83.

der Vorschaltung versehene Instrument legen, um den gleichen Ausschlag zu erhalten. Fig. 85 zeigt einen Nebenschlußwiderstand, welcher in verschiedenen Widerstandsbeträgen angefertigt wird, und zwar in den Stufen $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{999}$ Ohm. Durch Anlegen dieser Nebenschlüsse wird die Stromempfindlichkeit des Instruments auf den 10-, 100-, 1000-ten Teil verringert. Im Instru-



Fig. 84.

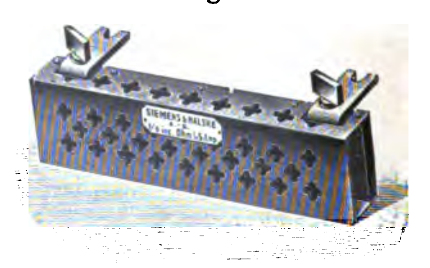


Fig. 85.

ment der Fig. 83 sind solche Widerstände eingelegt, und mittels des Stöpsels wird auf die verschiedene Empfindlichkeit geschaltet.

Damit das die drehbare Spule durchsetzende Magnetfeld möglichst kräftig ist, ist für einen guten Schluß des magnetischen

Kreises dadurch gesorgt, daß die Endpole des permanenten Magneten zylindrisch ausgedreht sind, und dieser zylindrische Hohlraum bis auf einen schmalen Luftring durch einen Eisenzylinder ausgefüllt ist. In diesem schmalen Luftring dreht sich die Spule. Fig. 86 läßt diese innere Konstruktion der Drehspulinstrumente erkennen. Von dem permanenten Magneten ist der eine Polschuh fortgelassen, um die Spule freizulegen.



Fig. 86.

Im Saitengalvanometer nach Einthoven durchfließt der zu messende Strom eine im Felde eines kräftigen permanenten Magneten oder Elektromagneten ausgespannte sehr dünne Metallsaite. Die elektromagnetische Kraft bewirkt eine seitliche Durchbiegung derselben, die mit einem Mikroskop gemessen wird. Der große Vorzug dieses Instruments ist die fast momentane Einstellung. Auch die Empfindlichkeit kann sehr groß gemacht werden.

B) Messung von Widerständen.

145. Absolute Messung eines Widerstandes. Der zu messende Widerstand, beispielsweise eine Drahtspirale, befindet sich in einem mit reinem, nichtleitendem Wasser angefüllten Kalorimeter. Man schickt durch ihn einen Strom der absolut gemessenen Stärke i und mißt im Kalorimeter die in einer Zeit t erzeugte Wärmemenge Q in Grammkalorien. Ist

𝔄 das mechanische Wärme-Äquivalent, so ist:

$$i^2 w t = \mathfrak{A} Q,$$

$$w = \frac{\mathfrak{A} Q}{i^2 t}.$$

146. Widerstandsnormalen. Widerstandskästen. Widerstände werden in der Regel gemessen durch Vergleich mit

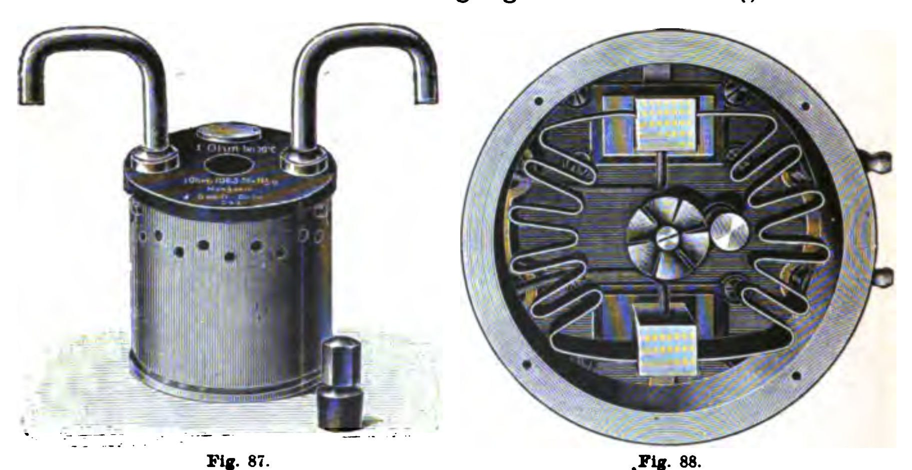


Fig. 87. Fig. 88.

Normalwiderständen (Fig. 87, 88), welche absolut oder durch Vergleich mit einem absolut gemessenen bestimmt sind. Sätze von



Fig. 89.

ganzzahligen Vielfachen eines Normalohm, bzw. eines Zehntel oder Hundertel desselben, werden in Form von Widerstands-

kästen, Rheostaten (Fig. 89, 90) zu Messungen benutzt. Das Ein- und Ausschalten von Widerstand geschieht dabei mit Stöpseln oder Kurbeln. In den Widerstandskästen sind die



Fig. 90.

Widerstände meist nach Art eines Gewichtssatzes angeordnet. Fig. 91 zeigt das Innere eines Stöpselrheostaten.

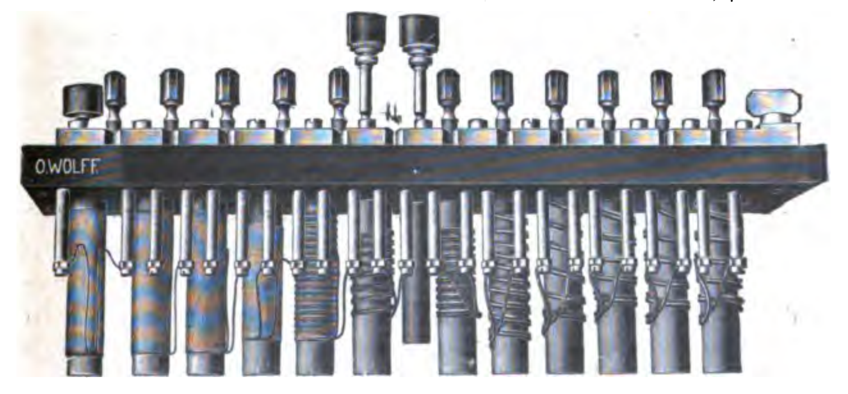


Fig. 91.

147. Widerstandsbestimmung durch Substitution. Man schließt ein galvanisches Element durch den zu messenden Widerstand und ein Galvanometer, welches durch einen Nebenschluß auf geeignete Empfindlichkeit gebracht ist, so daß man

einen passenden Ausschlag erhält. Dann ersetzt man den zu messenden Widerstand durch einen Widerstandskasten und stöpselt so lange Widerstand ein oder aus, bis der Ausschlag der gleiche ist. Will man hiermit mit einiger Genauigkeit noch kleine Widerstände messen, so darf das Galvanometer mit seinem Nebenschluß keinen großen Widerstand besitzen, weil sonst kleine äußere Widerstandsänderungen keinen Einfluß auf den Galvanometerausschlag haben.

148. Widerstandsbestimmung mit dem Differentialgalvanometer. Das Differentialgalvanometer besitzt zwei Spulen gleichen Widerstandes, welche aus gleicher Entfernung auf eine Magnetnadel wirken. Schließt man ein und dasselbe Element durch gleiche äußere Widerstände durch beide Spulen, indem man die eine Spule aber in entgegengesetzter Richtung vom Strom durchlaufen läßt, so erhält man keine Ablenkung. Schaltet man nunmehr vor die eine Spule den zu messenden Widerstand, vor die andere den Widerstandskasten, so erhält man nur dann keinen Ausschlag, wenn der gestöpselte Widerstand dem unbekannten gleich ist.

149. Widerstandsbestimmung mit der Wheatstoneschen Brücke. Die weitaus am meisten benutzte Methode ist die der sog. Wheatstoneschen Brückenanordnung. Ihr Prinzip ist das folgende. Bietet man dem elektrischen Strom zwei Wege (Fig. 92), in welche irgendwelche Widerstände eingeschaltet sein mögen, so fällt längs beider Wege das Potential ab von dem Werte, welchen es im Verzweigungspunkt a besitzt, zu dem Werte in Punkt b. Man kann für jeden Punkt der einen Leitung einen Punkt auf der zweiten finden, welcher das gleiche Potential hat. Nur wenn man zwei solche zusammengehörige Punkte durch ein Galvanometer miteinander verbindet, zeigt dieses keinen Strom an.

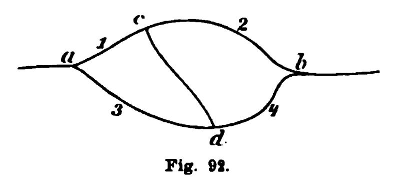


Fig. 92.

Seien die Punkte c und d zwei solche Punkte gleichen Potentials und die so entstehenden vier Leiterabteilungen mit

1, 2, 3, 4 bezeichnet. Seien ferner die Widerstände der Zweige und die Stromstärken in ihnen mit w und i mit dem betreffenden Index bezeichnet, so ist, da ja in dem Verbindungsdraht cd kein Strom fließt, nach der ersten Kirchhoffschen Regel:

$$i_1 = i_2 \text{ und } i_3 = i_4 .$$

Ferner ergibt die auf die geschlossenen Stromkreise angewendete zweite Kirchhoffsche Regel:

$$i_1 w_1 = i_3 w_3 ; \quad i_2 w_2 = i_4 w_4 .$$

Aus den genannten Beziehungen folgt als Bedingung für die Stromlosigkeit der Brücke:

$$w_1 : w_2 = w_3 : w_4 .$$

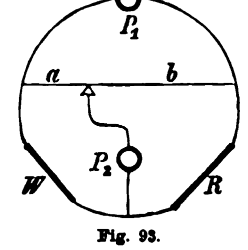
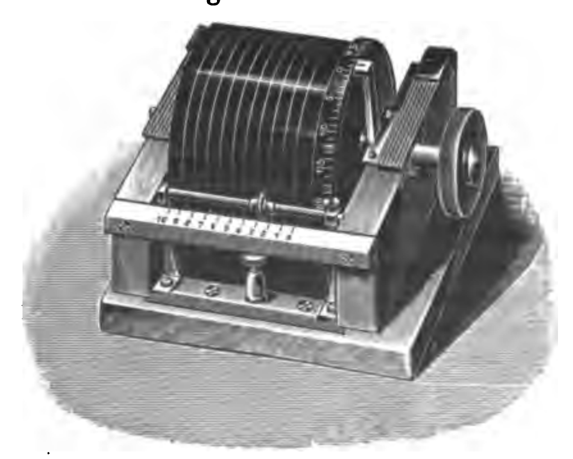


Fig. 93.

Hat man in den Zweigen 1 und 2 zwei gleiche Widerstände, in Zweig 3 den unbekannten Widerstand, in Zweig 4 einen Widerstandskasten, so hat man den letzteren so lange zu stöpseln, bis ein Galvanometer in der Brücke keinen Strom anzeigt. Der Kasten gibt dann direkt den gesuchten Widerstand.

Man kann die Zweige 1 und 2 auch aus einem längeren


Fig. 94.

über einer Teilung ausgespannten Draht bestehen lassen. Die Verschiebung eines Gleitkontakts auf ihm ändert dann das Verhältnis $w_1 : w_2$. Steht in Fig. 93 der Gleitkontakt so, daß

$W:R = a:b$ ist, so zeigt das Galvanometer P_2 keinen Strom. P_1 ist Stromquelle. P_1 und P_2 können vertauscht werden. Der ausgespannte Draht wird häufig in Form der sog. Brückenwalze verwendet (Fig. 94). Fig. 95 zeigt eine Wheatstonesche Meßbrücke mit gerade gespanntem Draht in der Ausführung von Hartmann und Braun.

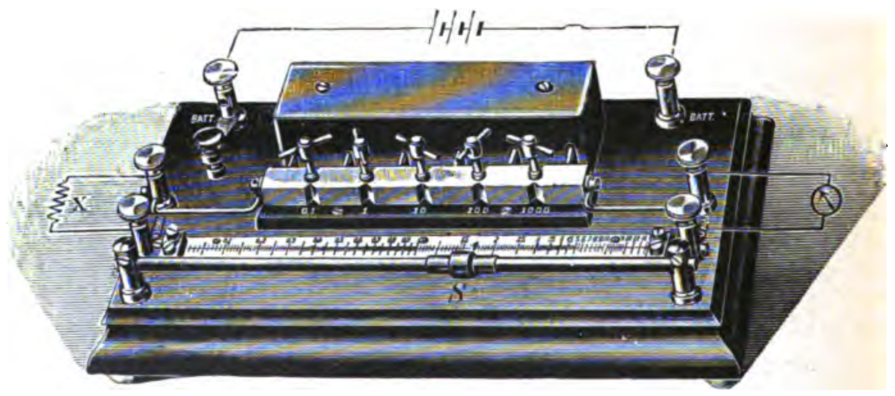


Fig. 95.

C) Messung von elektromotorischen Kräften.

150. Direkte Bestimmung elektromotorischer Kräfte. Die Messung der e. m. K. eines konstanten Elementes, d. h. eines solchen mit unpolarisierbaren Elektroden, welches bei Stromentnahme seine e. m. K. nicht ändert (§ 127), kann man mit dem Galvanometer bestimmen. Man schließt das Element, dessen Widerstand w sei, durch einen großen Widerstand W Ohm und das Galvanometer vom Widerstand γ. Beträgt der gemessene Strom i Ampère, so ist die e. m. K. des Elements

$$E = i(W + \gamma + w).$$

151. Bestimmung elektromotorischer Kräfte durch Vergleich mit Normalelementen. In den weitaus meisten Fällen bestimmt man die e. m. K. eines Elements durch Vergleich mit derjenigen eines Elements, welches eine bekannte elektromotorische Kraft besitzt, die sehr konstant, möglichst unveränderlich und frei von äußeren Einflüssen, wie z. B. Tempe-

raturschwankungen, sein muß. Ein solches Element heißt Normalelement.

Verhältnismäßig konstant ist die e. m. K. des Daniellelements (§ 127, 129). Man findet nach der im vorigen Paragraphen beschriebenen Methode ohne Kenntnis der Stromempfindlichkeit des Galvanometers die e. m. K. eines Elements in „Daniell“, wenn man den Ausschlag, welchen man mit dem Element erhält, dividiert durch denjenigen, welchen das Galvanometer anzeigt, wenn man das Element durch ein Daniellsches ersetzt. Dabei ist aber *W* so groß zu machen, daß der Elementenwiderstand, welcher ja bei beiden Elementen im allgemeinen nicht gleich sein wird, dagegen zu vernachlässigen ist. Die e. m. K. des Daniellelements ist aber nur für gröbere Messungen als genügend konstant anzusehen.

152. Clarkelement. Westonelement. Ganz besonders vorzüglich eignet sich für Verwendung als Normalelement das Clark- und noch etwas besser das Westonelement.

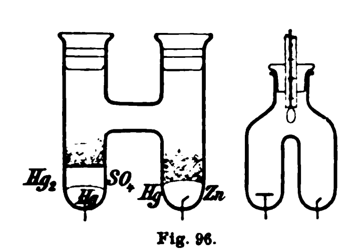


Fig. 96.

Fig. 97.

Beide Elemente zeigen einen äußerst konstanten Wert der e. m. K., welcher sich beim Cadmiumelement mit der Temperatur fast gar nicht verändert. Das Clarkelement (Fig. 96, 97) ist eine *H*-förmige, vollständig geschlossene Zelle. Positiver Pol ist Quecksilber, das mit einer Paste aus Merkurosulfat (Hg_2SO_4), Quecksilber und reinen Zinksulfatkristallen, mit etwas $ZnSO_4$-Lösung verrieben, bedeckt ist. Negativer Pol ist reines Zinkamalgam, bedeckt mit festem Zinksulfat. Elektrolyt ist konzentrierte Zinksulfatlösung.

Bei der Temperatur t ist die e. m. K. des Clarkelements:

$$1{,}434 \text{ Volt} - 0{,}0012\,(t - 15).$$

Im Westonelement, dessen e. m. K. von der Temperatur fast unabhängig ist, tritt überall Kadmium an Stelle von Zink. Es wird daher auch Kadmiumnormalelement genannt. Seine e. m. K. ist 1,0190 Volt unabhängig von der Temperatur.

153. Kompensationsmethode von Poggendorff und Du Bois-Reymond. In vielen Fällen darf man der Zelle, deren e. m. K. gemessen werden soll, keinen Strom entnehmen. Dies gilt z. B. auch von den beiden eben beschriebenen Normalelementen, welche nur stromlos gebraucht werden dürfen. Für diese Fälle ist nur die auch sonst wegen ihrer großen Genauigkeit stets vorzuziehende Kompensationsmethode anzuwenden. Sie ist, wie die Widerstandsmessung mit der Wheatstoneschen Brücke, eine sog. Nullmethode, bei welcher auf Stromlosigkeit eines Galvanometers eingestellt wird.

E ist (Fig. 98) ein Element mit der e. m. K. E. Es wird durch einen großen Widerstand W geschlossen. An einem Teil desselben mit dem Widerstand w wird eine Zweigleitung angelegt, welche das zu messende Element mit der e. m. K. e und ein Galvanometer G enthält. e und E sind mit ihren Polen so geschaltet, daß die Ströme, welche sie in dem Galvanometer erzeugen, einander entgegengesetzt gerichtet sind. Durch passende Wahl von w kann man es, wenn $E > e$ ist, erreichen, daß das Galvanometer stromlos wird; es werden dann die Stromverhältnisse durch ein Öffnen oder Schließen der Zweigleitung nicht geändert. Wendet man auf den geschlossenen Stromkreis $\{e, G, w\}$ das zweite Kirchhoffsche Gesetz an, so folgt, da G und e stromlos sind, und e die einzige in ihm befindliche e. m. K. ist, $iw = e$, wenn i der in W durch das Element E erzeugte Strom ist. Ist W so groß gewählt, daß der innere Widerstand von E gegen W zu vernachlässigen ist, so ist $i = \frac{E}{W}$. Daher ist bei Kompensation:

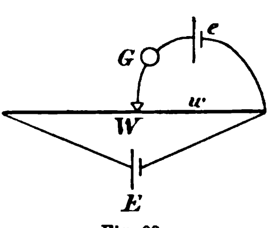


Fig. 98.

$$e = E \cdot \frac{w}{W}.$$

Um e zu finden, hat man also die e. m. K. des Elements E mit dem Widerstandsverhältnis $\frac{w}{W}$ zu multiplizieren. Umgekehrt kann man, wenn e ein Normalelement ist, E finden. E gibt bei der Messung Strom her. Hat man ein Element stromlos mit einem Normalelement, welches auch stromlos sein muß, zu vergleichen, so hat man hintereinander zwei Messungen zu machen, indem man an Stelle von e einmal das unbekannte, dann das Normalelement setzt. Das Verhältnis der e. m. K. der beiden Elemente ist dann gleich dem Verhältnis der zu ihrer Kompensation benötigten Widerstände w.

154. Kompensationsapparat heißt eine Anordnung von Kurbelwiderständen, mit deren Hilfe man Messungen elektro-

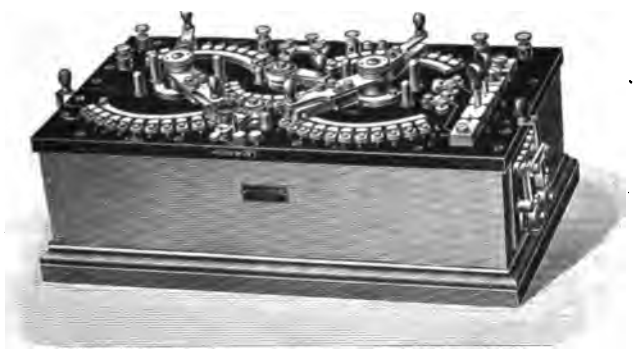


Fig. 99.

motorischer Kräfte mit größter Genauigkeit und Bequemlichkeit ausführen kann. Fig. 99 zeigt den von Raps konstruierten Apparat von Siemens & Halske, Fig. 100 das Wesentliche seiner Schaltungsweise. Man sendet durch den Apparat einen genau gemessenen Strom einer Hilfsbatterie H, welchen man durch einen vorgeschalteten Regulierwiderstand W auf einen runden Betrag der Stromstärke, z. B. $\frac{1}{1000}$ Ampère, bringen kann. Dieser Hauptstrom fließt durch einen Satz von zehn 1000-Ohmrollen und einen solchen von zehn 10-Ohmrollen. Je

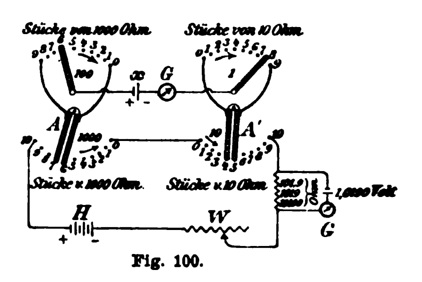


Fig. 100.

einer der Rollen dieser Sätze läßt sich je eine Nebengruppe von neun 1000-Ohmrollen und neun 10-Ohmrollen parallel schalten mittels der Doppelkurbeln A und A'. Die Abzweigung mit der zu messenden e. m. K. x und dem Galvanometer liegt an Kurbeln der beiden Nebengruppen. Zwischen den Abzweigepunkten liegen Widerstandsstücke aus allen vier Sätzen, mithin besteht zwischen den Kurbeln der Nebengruppen eine e. m. K., welche sich im allgemeinen aus vier Teilen zusammensetzt, nämlich aus den e. m. K., welche an den Enden der aus jedem der vier Rollensätze eingeschalteten Rollen bestehen. Diese e. m. K. berechnen sich einfach als das Produkt aus Widerstand und Stromstärke. Letztere ist für die Hauptgruppen $\frac{1}{1000}$ Amp., für die Nebengruppen nur der zehnte Teil davon. Wir erhalten also die Gesamt-e. m. K. in Volt, wenn wir die aus jeder Gruppe eingeschalteten Widerstände in Ohm mit $\frac{1}{1000}$ multiplizieren, dabei aber die Widerstände der beiden Nebengruppen nur mit ihrem zehnten Teil in Rechnung setzen. Bei den Kurbeleinstellungen in Fig. 100 besteht zwischen den Kurbeln der Nebengruppen z. B. die e. m. K.

$$\frac{1}{1000} \cdot 6648 = 6{,}648 \text{ Volt.}$$

Nur wenn die unbekannte e. m. K. x dieselbe Größe hat, ist das Galvanometer stromlos.

Den Strom $\frac{1}{1000}$ Amp. kann man z. B. dadurch herstellen, daß man erst an Stelle der zu messenden Zelle ein im Apparat befindliches Normalelement (Weston = 1,0190 Volt) einschaltet und die Kurbeln auf den Kompensationswiderstand 1019 Ohm einstellt, darauf den äußeren Regulierwiderstand so lange stöpselt, bis das Galvanometer stromlos ist. Um die besondere Kurbeleinstellung zu vermeiden, befinden sich im Apparat besondere Hilfswiderstände im Betrage von 101,9, 1019 und 10190 Ohm, von denen je nach Stöpselung immer einer in den Hauptstromkreis eingeschaltet ist. Von den Enden dieses Widerstandes ist eine Kompensationsschaltung abgezweigt, welche das Normalelement und das Galvanometer enthält. Um den Strom $\frac{1}{1000}$ Amp. herzustellen, stöpselt man 1019 Ohm ein und verändert W so lange, bis das Galvanometer stromlos ist. Will man dann zur Messung einer e. m. K. x übergehen, so hat man nur mit Hilfe eines Umlegeschlüssels das Galvanometer in die Stellung zwischen

den Kurbeln der Nebengruppen zu bringen und die Kurbeln aller vier Gruppen zu verstellen, bis das Galvanometer keinen Strom anzeigt. Mit dem Strom $\frac{1}{1000}$ Amp. kann man e. m. K.

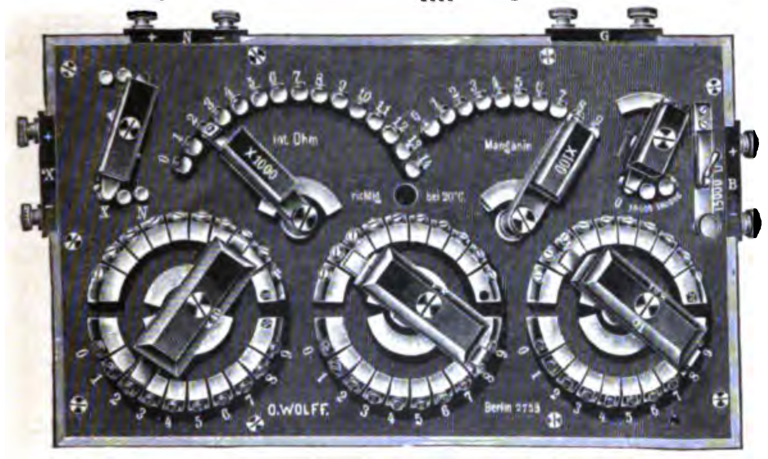


Fig. 101

von $\frac{1}{1000}$ bis 10 Volt messen. Für Messung größerer bzw. kleinerer e. m. K. kann man den Hauptstrom mit Hilfe der beiden anderen Einschaltewiderstände (101,9 und 10190 Ohm) auf den zehnmal größeren bzw. kleineren Betrag einregulieren.

Häufig sind sämtliche Widerstände des Apparats zehnmal kleiner gewählt. Fig. 101 zeigt den Kompensationsapparat in



Fig. 102.

der Ausführung von O. Wolff, Berlin. An die Klemmen x, N, G, B werden unbekannte e. m. K., Normalelement, Galvanometer und Hilfsbatterie geschlossen.

155. Universalgalvanometer (Fig. 102, 103) heißt ein Instrument mit einer gebrauchsfertig montierten Wheatstoneschen Brückenanordnung. Der Brückendraht ist durch einen um das Grundbrett gespannten Manganindraht mit Schleifkontakt g gebildet; das Widerstandsverhältnis seiner Teile kann durch Verschieben des letzteren auf jeden an der Einstellung desselben direkt abzulesenden Betrag gebracht werden. Dieser Betrag ist nur mit der Größe des gestöpselten Vergleichswiderstandes, welcher 1, 10, 100 oder 1000 Ohm betragen kann, zu multiplizieren, um den gesuchten Widerstand zu erhalten. Nach Einstecken oder Herausnahme einiger Stöpselkontakte kann das Drehspulzeigergalvanometer als Ampère- und als Voltmeter benutzt werden.



Fig. 103.

Fig. 104 ist ein Nebenschluß für Messung stärkerer Ströme.

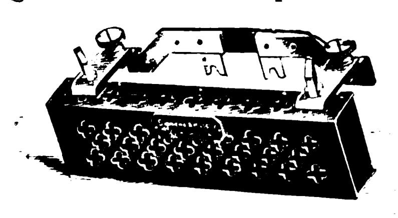


Fig. 104.

156. Bestimmung der Empfindlichkeit von Galvanometern, Eichung von Ampèremetern mit Benutzung bekannter Normalwiderstände und bekannter e. m. K. Um mit einem Galvanometer oder Ampèremeter Stromstärken bestimmen zu können, muß man deren Empfindlichkeit kennen. In § 141 war die voltametrische Methode der Empfindlichkeitsbestimmung besprochen. In vieler Hinsicht bequemer ist die

Bestimmung der Empfindlichkeit, wenn man genaue Widerstandskästen sowie ein Normalelement zur Verfügung hat. Zunächst ermittelt man dazu die e. m. K. E eines konstanten Elements, beispielsweise eines Akkumulators durch Vergleich mit dem Normalelement. Sodann schließt man dasselbe durch einen bekannten größeren Widerstand W und das Galvanometer, dessen Widerstand γ sei. Der Strom ist dann $i = \frac{E}{W + \gamma}$; die zugehörige Ablenkung dividiert in den Strom gibt die Empfindlichkeit. Ist diese zu groß, so legt man vor das Galvanometer einen entsprechenden Nebenschluß. Zwecks Eichung eines Ampèremeters ändert man W derart, daß der Zeiger des Instruments nacheinander sich auf die einzelnen Skalenteile einstellt, und bestimmt die zugehörigen Stromstärken aus e. m. K. und Widerstand des Stromkreises oder voltametrisch.

157. Bestimmung eines Galvanometerwiderstandes. Kann man die Rollen abnehmen oder das bewegliche System arretieren, so verwendet man eine der gewöhnlichen empfindlichen Methoden zur Widerstandsbestimmung, hat dazu aber ein zweites stromzeigendes Instrument nötig. Man kann aber auch ein solches entbehren und das Galvanometer selbst zur Messung seines eigenen Widerstandes benutzen. Ein einfaches Verfahren ist, daß man eine konstante e. m. K. erst durch das Galvanometer allein (bzw. Ampère- oder Voltmeter) schließt und darauf die Reduktion des Ausschlages durch einen vor das Instrument vorgeschalteten Widerstand beobachtet. Vorausgesetzt ist dabei, daß die Ablenkungen im Instrument der Stromstärke proportional sind. Besitzt man einen variablen Meßwiderstand, so braucht man diesen nur so lange zu verändern, bis der Ausschlag auf die Hälfte sinkt. Dann sind Instrumenten- und Vorschaltewiderstand gleich.

Durch empfindliche Spiegelgalvanometer kann man ein Element natürlich nicht direkt schließen. Hier hilft man sich in einfacher Weise dadurch, daß man das konstante Element durch einen großen Widerstand W (100, 1000 oder 10000 Ohm) schließt und von einem ganz kleinen Bruchteil w ($\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10}$ oder 1 Ohm) abzweigt. An den Enden dieses Abzweigewiderstandes

liegt ein sehr kleiner Bruchteil $\frac{w}{W}$ der verwendeten Gesamtspannung, den man alsdann einmal direkt und darauf unter Vorschaltung eines Widerstandes R an das Galvanometer legt. Ist R gleich dem Galvanometerwiderstand γ, so sinkt dessen Ausschlag auf die Hälfte, vorausgesetzt, daß diese Widerstände R und γ groß sind gegen den Abzweigewiderstand w. Ist dies nicht der Fall, so würde eine Variierung des Widerstandes im Galvanometerzweig die Spannung an den Enden des Abzweigewiderstandes w verändern. Schwierigkeiten entstehen aber hierdurch nicht, nur die Berechnung gestaltet sich ein wenig komplizierter (Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik).

Bildet das Galvanometer einen der vier Zweige einer Wheatstoneschen Brückenanordnung, deren Widerstände in der das Gleichgewicht bestimmenden Proportion stehen, so ändert sich der Ausschlag des Galvanometers nicht, wenn die Verbindungsbrücke geschlossen oder geöffnet wird, weil diese ja stromlos ist, also an der Stromverteilung nichts ändern kann. Hierauf beruht die Thomsonsche Methode der Bestimmung eines Galvanometerwiderstandes.

Ganz ähnlich verfährt man nach Mance auch zur Bestimmung des Widerstandes eines galvanischen Elements.

158. Bestimmung eines sehr großen Widerstandes. Man schaltet ein Galvanometer mit bekannter Stromempfindlichkeit, ein Element mit bekannter e. m. K. und den zu messenden Widerstand W in Reihe, eventuell zum Galvanometer einen Nebenschluß. Es ist

$$W = \frac{E}{i},$$

wenn Galvanometer- und Elementwiderstand gegen W zu vernachlässigen sind.

Hat man einen größeren bekannten Vergleichswiderstand zur Verfügung, so ist die Kenntnis von e. m. K. und Galvanometerempfindlichkeit nicht nötig. Man verfährt dann wie bei der Substitutionsmethode und gibt dabei durch einen geeigneten Nebenschluß dem Galvanometer passende Empfindlichkeit. Haben der unbekannte und der Vergleichswiderstand sehr verschiedene Größe, so sind bei Einschaltung derselben natürlich verschiedene

Nebenschlüsse zu wählen. Der Galvanometerwiderstand muß bekannt sein.

Beide Methoden sind im Grunde genommen die gleichen.

159. Bestimmung eines sehr kleinen Widerstandes durch Abzweigung. Man leitet (Fig. 105) einen Strom J durch den unbekannten kleinen Widerstand w und ein Ampèremeter G. An die Enden von w legt man ferner eine Ableitung durch einen hohen Widerstand Rh und ein empfindliches Galvanometer g bekannter Empfindlichkeit. Zeigt dies Galvanometer

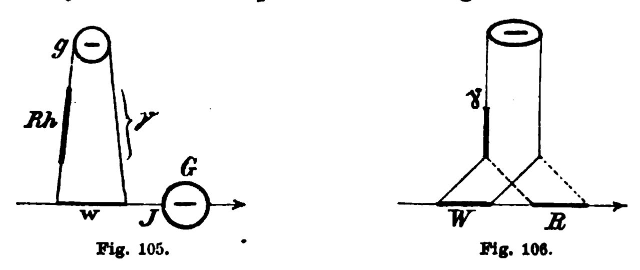


Fig. 105. Fig. 106.

den kleinen Strom i an, und ist der Gesamtwiderstand der Zweigleitung γ, so ist die Spannung an den Enden von w:

$$V = i\gamma = (J - i)w = Jw.$$

Letzteres, wenn i klein gegen J ist.

Daher der gesuchte Widerstand:

$$w = \gamma \cdot \frac{i}{J}.$$

Anstatt mit dem Ampèremeter den Strom J zu messen, kann man an Stelle des Ampèremeters einen bekannten kleinen Widerstand R einschalten, und die Ströme i_w und i_R in der Zweigleitung messen, wenn diese einmal an die Enden von W, dann an die Enden von R angelegt wird. (Fig. 106.)

Es ist dann:

$$J = \frac{i_w \gamma}{W} = \frac{i_R \gamma}{R},$$

also:

$$W = R \cdot \frac{i_w}{i_R}.$$

160. Bestimmung eines kleinen Widerstandes in der Thomsonschen Brücke. In der gewöhnlichen Wheat-

stoneschen Brückenschaltung können Widerstände nicht mehr gemessen werden, sobald die Zuleitungswiderstände gegen sie in Betracht kommen. Frei von dieser Fehlerquelle ist die in Fig. 107 skizzierte Thomsonsche Brückenschaltung. Die zu vergleichenden Widerstände MN und PQ sind mit den veränderlichen Widerständen A und B zu einer Wheatstoneschen Brückenanordnung vereinigt. Außer der direkten Verbindung zwischen den Enden N und P besteht aber noch eine weitere durch zwei veränderliche Widerstände (Schleifdraht) a und b.

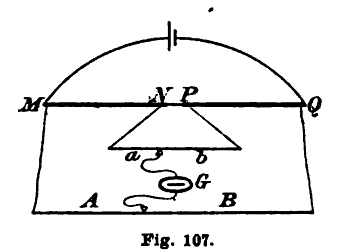


Fig. 107.

Die Quotienten $\frac{a}{b}$ und $\frac{A}{B}$ werden immer gleich gehalten. Stromlosigkeit des Galvanometers tritt dann ein, wenn

$$\frac{MN}{PQ} = \frac{A}{B} = \frac{a}{b}.$$

Dabei brauchen die Zuleitungswiderstände nur klein gegen a, b und A, B zu sein.

Beweis: Es fließen in MN und PQ, in a und b, in A und B je gleiche Ströme, die mit J_0, i, J bezeichnet seien. Wenn das Galvanometer stromlos ist, so müssen die Spannungsdifferenzen von M bis zu den beiden Anlegestellen der Galvanometerleitung, ebenso diejenigen von Q ebendahin gleich sein, d. h.

$$MN \cdot J_0 + ai = AJ$$
$$PQ \cdot J_0 + bi = BJ,$$

oder:

$$\frac{MN}{A} \cdot \frac{J_0}{J} + \frac{a}{A}\frac{i}{J} = 1$$
$$\frac{PQ}{B} \cdot \frac{J_0}{J} + \frac{b}{B}\frac{i}{J} = 1,$$

oder, da $\frac{a}{A} = \frac{b}{B}$ gehalten wird:

$$\frac{MN}{PQ} = \frac{A}{B}.$$

161. Bestimmung eines sehr großen Widerstandes mit Kondensator und Elektrometer. Diese von Siemens angegebene Methode ist besonders dann von Wert, wenn es sich um die Bestimmung ungeheuer großer Widerstände, z. B. nicht

vollkommener Isolatoren handelt. Man verbindet in einem bestimmten Zeitmoment durch den hohen Widerstand w hindurch die Belegungen eines geladenen Kondensators von bekannter Kapazität C miteinander und bestimmt die Größe seiner Entladung in gegebener Zeit mit einem Elektrometer. Nimmt das Potential V des Kondensators in einem aus der Entladezeit herausgegriffenen Zeitmoment dt um dV ab, so ist die in diesem Zeitmoment fließende Stromstärke gegeben durch die Ladungsabnahme pro Zeiteinheit, also gleich $-C\frac{dV}{dt}$. Andererseits ist sie zufolge des Ohmschen Gesetzes gleich $\frac{V}{w}$, daher ist

$$\frac{V}{w} = -C\frac{dV}{dt}.$$

Ist die anfängliche Potentialdifferenz der Kondensatorbelegungen V_0, so ergibt die Integration dieser Gleichung, daß nach Ablauf einer Zeit t die Potentialdifferenz gesunken ist auf den Wert:

$$V = V_0 e^{-\frac{t}{wC}}.$$

Die Potentialdifferenz nimmt in Form einer Exponentialkurve ab.

Es ergibt sich daraus:

$$w = \frac{t}{C(\log \text{nat}\, V_0 - \log \text{nat}\, V)}.$$

162. Ballistisches Galvanometer. Sendet man einen Strom von sehr kurzer Dauer, einen sog. Stromstoß, z. B. den Entladungsstrom eines Kondensators, durch ein Galvanometer, so wird die Nadel aus ihrer Ruhelage herausgeworfen und kehrt darauf je nach der Dämpfung des Systems aperiodisch oder nach einigen Schwingungen in dieselbe zurück. Ist die Dauer einer solchen Schwingung groß gegen die Stromdauer und benutzt man nur kleine Ablenkungen, so ist der erste Ausschlag proportional der durch das Galvanometer geflossenen Elektrizitätsmenge. Bezüglich des Beweises hierfür, sowie der Theorie der gedämpften Schwingungen eines aufgehängten Systems, welche in jeder Beziehung analog der im Abschnitt XI A von uns behandelten Theorie der gedämpften elektrischen Schwingungen ist, sei auf Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik verwiesen (B. G. Teubner, Leipzig, 11. Aufl. 1910, S. 503 ff.).

163. Vergleichung der Kapazitäten von Kondensatoren. Die Proportionalität des ersten Ausschlags eines ballistischen Galvanometers mit der Elektrizitätsmenge gibt ein Mittel, Kapazitäten von Kondensatoren zu vergleichen. Man hat zwei zu vergleichende Kondensatoren nur mit Hilfe einer Batterie galvanischer Elemente auf eine gleiche Potentialdifferenz ihrer Belegungen aufzuladen und dann jeden Kondensator durch das Galvanometer zu entladen. Anstelle ballistischer Ausschläge kann man kontinuierliche Ausschläge verwenden, welche man dadurch erhält, daß man die Kapazitäten mit einer konstant arbeitenden Stimmgabelwippe eine größere Anzahl von Malen in der Sekunde ladet und durch das Galvanometer entladet. Das Verhältnis der Ausschläge gibt direkt das Kapazitätsverhältnis. Das Laden und Entladen muß schnell aufeinander folgen, wenn man nicht durch Rückstandsbildung gestört werden will. Bleibt der Kondensator längere Zeit geladen, so kriecht ein Teil der Ladung ins Dielektrikum hinein und fließt bei der Entladung des Kondensators durch das Galvanometer nicht sofort mit ab. Die Rückstandsladung fließt erst allmählich auf die Belegungen zurück, die nach einiger Zeit von neuem geladen erscheinen. Frei von dem Fehler, welchen der Rückstand verursachen kann, sind die Methoden der Kapazitätsvergleichung mit Wechselstrom (s. später).

Auch zur Messung von Potentialdifferenzen kann dies Verfahren benutzt werden, indem man den gleichen Kondensator erst mit einer bekannten e. m. K., dann mit der unbekannten ladet. Das Verhältnis der bei jedesmaliger Entladung erhaltenen Ablenkungen ist das Verhältnis der zu vergleichenden Potentialdifferenzen.

Siebenter Abschnitt.

Elektromagnetische Induktion.

164. Die Arbeit, welche verrichtet wird, wenn man einen magnetischen Einheitspol um einen vom Strom i durchflossenen Leiter einmal herumbewegt, so daß er die vom Leiter umgrenzte Fläche einmal durchschneidet, d. h. die magnetomotorische Kraft des Stromleiters, ist gleich $4\pi i$. Es war in § 144 bewiesen, daß ein vom Strom i durchflossenes Leiterstück der Länge l in einem Magnetfeld $\mathfrak{H}$ die bewegende Kraft $\mathfrak{H}il$ erfährt. Das Produkt gibt die bewegende Kraft numerisch in Dynen, wenn i in elektromagnetischen Einheiten ausgedrückt ist. Dieselbe Kraft wird vom Strom natürlich auf den Magnetpol ausgeübt, von welchem das Feld beispielsweise herrührt. Das Stromstück würde, wenn es dem Antrieb folgen könnte, einen Kreis um den Magnetpol beschreiben, der Pol, wenn er beweglich wäre, einen Kreis um den Stromleiter. Entweder Strom oder Magnetfeld rotieren. Folgt das Leiterstück dem Antrieb eine kleine Wegstrecke ds, so leistet es die Arbeit $\mathfrak{H}ilds$, welche man, da lds die beschriebene Fläche dq, und $\mathfrak{H}dq$ die dies Flächenstück durchsetzende Zahl magnetischer Induktionslinien dN ist, in der Form idN schreiben kann. Die Arbeit also, welche geleistet wird, wenn ein vom Strom i durchflossener Stromleiter bei seiner Bewegung die Anzahl dN magnetischer Induktionslinien schneidet, ist gleich dem Produkt idN. Die gleiche Arbeit wird, wie leicht ersichtlich, dann geleistet, wenn durch eine Bewegung eines Magnetpols um einen Stromleiter das Schneiden der Induktionslinien veranlaßt wird.

Von einem magnetischen Einheitspol gehen nun 4π magnetische Induktionslinien aus, die bei einer Bewegung desselben

in geschlossener Kurve um einen stromführenden Leiter die von letzterem umschlossene Fläche sämtlich einmal schneiden. Die bei dieser Bewegung geleistete Arbeit heißt das Linienintegral der magnetischen Kraft des Stromes oder auch nach § 71 die magnetomotorische Kraft des vom Stromkreise erzeugten Magnetfeldes und hat nach obigem den Betrag

$$A = 4\pi i. \tag{1}$$

Nach dieser Formel berechnet sich leicht z. B. das magnetische Feld um einen langen, frei gespannten Draht, der von einem Strom i durchflossen wird. Die magnetischen Induktionslinien sind Kreise. Folgt ein Einheitspol der treibenden Kraft auf einem Kreis vom Radius r, so ist die geleistete Arbeit $2\pi r \mathfrak{H} = 4\pi i$, woraus für die magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$ in der Entfernung r der Wert $\mathfrak{H} = \frac{2i}{r}$ folgt.

165. Magnetisches Feld elektrischer Verschiebungsströme. Eine Grundlage der Maxwellschen Theorie des Elektromagnetismus bildet die Hypothese, daß, was bisher von Leiterströmen bezüglich ihrer magnetischen Wirkung gesagt ist, auch für elektrische Verschiebungsströme seine Gültigkeit behält. Elektrische Verschiebungsströme entstehen (vgl. § 45) im Isolator immer dann, wenn sich die Intensität des elektrischen Feldes in ihm zeitlich ändert. Im Gegensatz zu den Leiterströmen, die bei konstantem elektrischem Feld infolge der freien Beweglichkeit der Elektronen im Leiter fließen, ist für die Entstehung von Verschiebungsströmen eine zeitliche Änderung des Feldes nötig. Die Polarisation des Dielektrikums in einem elektrischen Feld $\mathfrak{E}$, d. h. die infolge der dielektrischen Verschiebung durch eine zum Feld $\mathfrak{E}$ senkrechte Flächeneinheit transportierte Elektrizitätsmenge ist

$$\mathfrak{P} = \frac{\varepsilon}{4\pi}\mathfrak{E}.$$

Ändert sich diese Größe, so tritt in Richtung des Feldes eine Bewegung von Elektrizität ein. Die in der Zeiteinheit erfolgende Änderung von $\mathfrak{P}$ ist die Dichte des Verschiebungsstroms im elektrostatischen Maß

$$\frac{d\mathfrak{P}}{dt} = \frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{d\mathfrak{E}}{dt}.$$

Auf elektromagnetisches Maß zurückgeführt wird sie durch Division mit dem Faktor c; so daß der Verschiebungsstrom durch das Quadratzentimeter im elektromagnetischen Maß dargestellt wird durch

$$i' = \frac{1}{c}\frac{d\mathfrak{P}}{dt} = \frac{\varepsilon}{4\pi c}\frac{d\mathfrak{E}}{dt}.$$

Die oben genannte Grundhypothese der Maxwellschen Theorie verlangt, daß auch der Verschiebungsstrom ein Magnetfeld erzeugt, dessen magnetomotorische Kraft dargestellt ist durch

$$A = 4\pi i' = \frac{4\pi}{c}\frac{d\mathfrak{P}}{dt} = \frac{\varepsilon}{c}\frac{d\mathfrak{E}}{dt}. \tag{2}$$

Fließt gleichzeitig ein Verschiebungs- und ein Leitungsstrom durch ein Medium, so superponieren sich deren Magnetfelder, und die gesamte magnetomotorische Kraft des Stromes durch die Flächeneinheit wird

$$A = 4\pi i + \frac{\varepsilon}{c}\frac{d\mathfrak{E}}{dt}. \tag{3}$$

Diese Gleichung (3) bildet den Inhalt des ersten Tripels der Maxwellschen Grundgleichungen des Elektromagnetismus, die nichts weiter als eine Zerlegung obiger Gleichung nach drei aufeinander senkrechten Richtungen im Raume sind. Gleichung (2) bildet den Spezialfall für einen Isolator.

Die Richtigkeit der Grundhypothese, daß auch Verschiebungsströme magnetisch wirken, ist durch den von Heinrich Hertz erbrachten experimentellen Nachweis der Fortpflanzung elektromagnetischer Wellen im Raume bestätigt worden. Man hat sie auch im direkten Experiment zu prüfen gesucht. Es sind besonders hierüber die Untersuchungen von Röntgen, Rowland und in neuester Zeit Crémieu und Pender zu nennen. Die Arbeiten sind wegen der großen Schwierigkeit, welche sich dem direkten Nachweis der schwachen Ströme im Dielektrikum mittels einer aufgehängten Magnetnadel in den Weg stellen, zum Teil mit wechselndem Erfolg ausgeführt worden, indessen dürfte der experimentelle Nachweis der magnetischen Wirkung der Verschiebungsströme jetzt als gesichert gelten. Eine Anordnung für einen derartigen Versuch ist z. B. folgende: Zum Teil zwischen den geladenen Platten eines Kondensators rotiert mit horizontaler Achse eine größere Scheibe eines Isolators, z. B. Hart-

gummi. Dort, wo fortwährend Teile der Platte in den Zwischenraum zwischen den Kondensatorbelegungen eintreten, bildet sich ein kontinuierlicher Verschiebungsstrom. An entfernterer Stelle treten die Teile der Ebonitplatte aus dem Kondensator fortwährend aus, und es bildet sich ein entgegengesetzt gerichteter Verschiebungsstrom. Zum Nachweis dieser Ströme befindet sich, sorgfältig elektrostatisch geschützt, nahe über der rotierenden Scheibe eine empfindlich aufgehängte Magnetnadel.

Auf die Beantwortung derselben Frage läuft hinaus die in den gleichen Arbeiten untersuchte magnetische Wirkung bewegter geladener Leiter.

166. Entstehung von Induktionsströmen. Faraday fand 1831, daß in einem geschlossenen Leiter Ströme dadurch erregt werden, daß man ihn in der Nähe eines Magneten oder den Magneten in seiner Nähe bewegt. Ferner stellte er fest, daß die Bewegung eines stromdurchflossenen Leiters oder auch nur die Änderung der Stromstärke in ihm in einem benachbarten Stromleiter eine Elektrizitätsbewegung hervorruft. In einer Reihe mit bewunderungswürdigem Scharfsinn ausgeführter Experimentaluntersuchungen stellte Faraday die Bedingungen fest, unter welchen induzierte Ströme entstehen; dieselben sind dahin zu formulieren, daß

Induktionsströme in einem Leiter immer dann entstehen, wenn die Anzahl magnetischer Induktionslinien, welche die von ihm eingeschlossene Fläche durchsetzen, geändert wird.

167. Wechselwirkung zwischen elektrischem und magnetischem Feld. Das elektrische Feld magnetischer Verschiebungsströme. Die elektromagnetische Induktion verdankt ihre Entstehung einem eigentümlichen parallelen Verhalten des elektrischen und magnetischen Feldes bezüglich ihrer Wechselwirkung. Diese Parallele wird ersichtlich, wenn wir die Wechselwirkung in folgende Form fassen:

Ein elektrischer Strom erzeugt um sich ein magnetisches Feld,
ein magnetischer Strom erzeugt um sich ein elektrisches Feld.

Magnetische Leitungsströme gibt es nicht, dagegen tritt ein magnetischer Verschiebungsstrom auf, sobald ein Magnetfeld seine Stärke ändert. Wie nun ein elektrischer Leitungs- oder Verschiebungsstrom ein Feld ringförmig geschlossener magnetischer Induktionslinien um sich erzeugt, so entstehen ringförmig geschlossene elektrische Induktionslinien um einen magnetischen Verschiebungsstrom. In Analogie zur magnetomotorischen Kraft des elektrischen Stromes besitzt der magnetische Strom eine gewisse elektromotorische Kraft, die gemessen wird durch die Arbeit, welche ein elektrischer Einheitspol leistet, wenn er einer Kraftlinie folgend in geschlossener Bahn sich einmal um den magnetischen Strom herumbewegt. In vollkommener Analogie zu § 165 ist dieselbe für die Flächeneinheit magnetischer Strömung gegeben durch:

(4) $$E_s = \frac{\mu}{c}\frac{d\mathfrak{H}}{dt},$$

indem der magnetische Verschiebungsstrom durch die Flächeneinheit im statischen Maß den Wert $\frac{\mu}{4\pi}\frac{d\mathfrak{H}}{dt}$ hat.

Die Gleichung (4) entspricht völlig der für Isolatoren gültigen Gleichung (2) in § 165. — Sie erlaubt aus der Änderung des Magnetfeldes die dadurch induzierte elektromotorische Kraft zu berechnen und gibt den Inhalt des zweiten Tripels der Maxwellschen Grundgleichungen wieder. Sie ergibt die elektromotorische Kraft als Arbeit des elektrostatischen Einheitspols in elektrostatischen Einheiten. In elektromagnetischen Einheiten ausgedrückt ist sie, da diese Einheit c-mal kleiner ist, durch eine c-mal größere Zahl gegeben. In elektromagnetischen Einheiten ist sie daher

(5) $$E_m = \mu\frac{d\mathfrak{H}}{dt} = \frac{d\mathfrak{B}}{dt}$$

für jedes Quadratzentimeter magnetischen Induktionsflusses. Ist der Magnetfluß ein ausgedehnterer vom Querschnitt q, so hat man nur mit q zu multiplizieren, um die elektromotorische Kraft des gesamten magnetischen Flusses, also die Arbeit längs einer denselben ganz umschließenden Kurve zu erhalten. Sie ist in elektromagnetischen Einheiten:

(6) $$E = \mu q\frac{d\mathfrak{H}}{dt} = \frac{d(\mathfrak{B}q)}{dt} = \frac{dN}{dt}.$$

[illegible] ist das folgende:

W[illegible] irgend einer Weise die Zahl magnetischer Induk-[illegible], welche eine Fläche durchdringen, geändert und auf [illegible] also ein magnetischer, die Fläche durchsetzender [illegible] erzeugt, so entsteht eine elektromotorische Kraft. Die-[illegible] solange an, als die Zahl der die Fläche durchdringenden [illegible] sich ändert, und ist in elektromagnetischen Ein-[illegible] numerisch nach Gleichung (6) direkt durch die Änderungs-geschwindigkeit $\frac{dN}{dt}$ der Induktionslinienzahl gegeben.

Ist die Fläche von einem Leiter umgeben, so fließt unter der Einwirkung dieser elektromotorischen Kraft in demselben ein Induktionsstrom i, dessen Stärke dem Ohmschen Gesetz folgt:

$$(7) \qquad i = \frac{E}{w} = \frac{1}{w}\frac{dN}{dt}.$$

Geht nur einmalig während eines kurzen Zeitmoments dt eine Änderung dN der Induktionslinienzahl vor sich, so ist die während der Zeit dt durch Induktion im Leiter in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge gegeben durch

$$(8) \qquad idt = \frac{dN}{w}.$$

Die Gleichungen (6), (7) und (8) geben die Grundgesetze für die Größe der elektromagnetischen Induktion wieder. Über die Richtung der induzierten elektromotorischen Kraft gibt uns Auskunft

168. Das Lenzsche Gesetz. Es lautet:

Der Induktionsstrom hat stets eine solche Richtung, daß er die Zustandsänderung, welche ihn veranlaßt, zu verhindern sucht.

Dieses Gesetz ist eine direkte Folge des Energieprinzips. Denn flösse der Induktionsstrom umgekehrt, so würde nach einem kleinen Anstoß zu einer Zustandsänderung diese und der Induktionsstrom sich gegenseitig dauernd vermehren, und dadurch die Möglichkeit eines perpetuum mobile gegeben sein. Wird der Induktionsstrom in einem Drahtkreis z. B. dadurch erzeugt, daß ein nahe befindlicher Magnet etwas entfernt wird, so sucht der Strom den Magneten zurückzuhalten. Gegen diese

Kraft muß Arbeit geleistet werden, und auf Kosten dieser Arbeit entsteht der Induktionsstrom. Wäre der Strom umgekehrt gerichtet, daß er den Magneten abstößt, so müßte ein sehr kleiner Anstoß genügen, um den Magneten in dauernder Bewegung und obenein im Drahtkreis einen kontinuierlichen elektrischen Strom zu erhalten, es würde also Arbeit aus Nichts gewonnen werden.

Ein elektrischer Strom, in einen Elektromotor gesandt, bringt den Anker desselben zur Drehung. Dadurch wird ein Strom im Motor induziert, welcher dem treibenden Strom entgegengerichtet ist. Deshalb leuchten Glühlampen, welche man vor den Motor schaltet, im Moment des Stromschlusses hell auf, um dunkel zu werden, sobald der Motor anläuft. Verlangsamt man die Drehung des Ankers immer mehr, dadurch, daß man den Motor Arbeit leisten läßt (etwa Reibungsarbeit bei Bremsen), so glühen die Lampen immer heller. Eine weitere sehr auffällige Demonstration des Lenzschen Gesetzes in § 175.

169. Anderweitige Herleitung der Induktionsgesetze. Im vorhergehenden wurde das Gesetz über die Größe der induzierten elektromotorischen Kraft unter Zugrundelegung der Faraday-Maxwellschen Anschauung hergeleitet. Wir gingen nämlich dabei von der Hypothese aus, daß so wie ein elektrischer Strom um sich ein ringförmiges Magnetfeld erzeugt, so auch ein magnetischer Strom in völlig analoger Weise zu einem ringförmigen elektrischen Feld Veranlassung gibt. Dies gilt für jedes noch so kleine Raumelement. Jedes stromdurchflossene kleine Volumen erzeugt um sich einen ringförmigen Feldverlauf. Sind viele solcher kleinen Volumina vorhanden, ein größeres stromdurchflossenes Stück bildend, so heben sich im Innern die Felder benachbarter Elemente auf, und es resultiert, wie man leicht beweisen kann, eine solche Feldverteilung, daß, wo im stromführenden System man auch eine geschlossene Kurve konstruiert, stets die motorische Kraft in derselben gleich $4\pi i$ ist, worin i der elektrische oder magnetische Strom ist, welcher die von der Kurve umschlossene Fläche durchfließt. Die Herleitung der Induktionsgesetze geschah somit unter Zugrundelegung des speziellen Faraday-Maxwellschen Prinzips der Nahewirkung.

Ohne eine spezielle Auffassung kann man aus rein energetischer Überlegung das Induktionsgesetz in folgender einfacher Weise herleiten. Zugrundegelegt wird nur die durch das Experiment gewonnene Erfahrung, daß durch magnetische Feldänderungen elektromotorische Kräfte induziert werden, welche in Leitern Induktionsströme veranlassen. Diese Ströme entstehen erfahrungsgemäß nicht nur, wenn an einer Stelle im Raum ein magnetisches Feld durch Änderung der Lage oder Stärke von Magneten oder Strömen variiert, sondern auch dann, wenn ein Leiter in einem konstanten Feld so bewegt wird, daß die Zahl der seine Fläche durchsetzenden Induktionslinien geändert wird oder, wie man sagt, daß ein Schneiden von Induktionslinien stattfindet. Die Größe der induzierten e.m.K. kann man berechnen, wenn man voraussetzt, daß die zu der Leiterbewegung verwendete Arbeit ganz in elektrische Stromenergie umgewandelt wird.

Wir nehmen dazu einen in der Ebene des Papiers liegenden Drahtkreis, welcher in zwei parallele Enden ausläuft, deren Abstand l sei (Fig. 108). Ist ein senkrecht zur Zeichnungsebene von vorn nach hinten gerichtetes, homogenes magnetisches Feld vorhanden, und verschieben wir ein quer über die schienenartigen Enden der Drahtschleife gelegtes Drahtstück von der Länge l längs derselben um eine Strecke s, so vergrößern oder verkleinern wir die Anzahl der Induktionslinien, welche die Drahtschleife senkrecht durchsetzen, je nachdem die Bewegung in der Figur nach rechts oder links geschieht. Durch eine solche Bewegung wird nun, wie das Experiment lehrt, ein Strom im Leiter induziert.

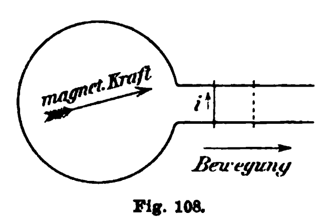


Fig. 108.

Die Richtung desselben ist durch die Lenzsche Regel gegeben. Bewegen wir den Drahtbügel im Sinne des Pfeils, so muß der Induktionsstrom so gerichtet sein, daß er vom Magnetfeld nach links getrieben wird. Ist letzteres von vorn nach hinten gerichtet, so muß also der Strom i von unten nach oben fließen. Diese Richtungsregel gibt auch Fig. 109 wieder.

Die Größe der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke des Induktionsstromes ergibt sich, sobald wir die Größe

des zur Bewegung des Leiterbügels nötigen Arbeitsaufwandes und des dadurch im Leiter gewonnenen Betrages elektrischer Energie ermitteln. Die elektrische Energie ist nach § 98 gleich dem Produkt $Eidt$ aus elektromotorischer Kraft, Stromstärke und Zeit ihres Bestehens, welche hier gleich der Zeit dt der Bewegung des Drahtbügels ist. Der Arbeitsaufwand für diese Bewegung ist gegeben durch das Produkt Kraft $\times$ Weg gleich $\mathfrak{H}ils = \mathfrak{H}idq$, wenn man mit dq den Inhalt des kleinen vom Bügel beschriebenen Rechtecks, also die kleine Querschnittszunahme des Leiters bezeichnet. Da $\mathfrak{H}$ die Anzahl der die Querschnittseinheit schneidenden Induktionslinien ist, so ist $\mathfrak{H}dq$ die Zunahme dN der die Leiterfläche schneidenden Induktionslinien, daher der Arbeitsaufwand gegeben durch das Produkt idN. Die für diesen Fall angewendete Formel des Energieprinzips ist daher:

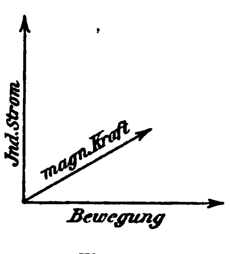


Fig. 109.

$$Eidt = idN$$
$$E = \frac{dN}{dt},$$

d. h. die in einem Stromkreise induzierte elektromotorische Kraft ist ihrem absoluten Wert nach gleich der Änderung der Anzahl der von ihm umfaßten Induktionslinien in der Zeiteinheit.

Der entstehende Induktionsstrom ist bei Zunahme der Anzahl der den Leiter schneidenden Induktionslinien entgegengesetzt gerichtet demjenigen, der bei Abnahme dieser Anzahl entsteht, und jedesmal so gerichtet, daß er die Änderung zu verhindern strebt.

Die Stromstärke des Induktionsstromes ergibt sich aus dem Ohmschen Gesetz

$$i = \frac{1}{w} \cdot \frac{dN}{dt},$$

wenn w der Widerstand des Leiters ist.

Die durch den Induktionsstoß in der Zeit dt in Bewegung gesetzte induzierte Elektrizitätsmenge ist

$$e = idt = \frac{dN}{w}.$$

170. Gleichförmige und ungleichförmige Zustandsänderung. Geschieht das Schneiden von Induktionslinien mit gleichförmiger Geschwindigkeit, so hat $\frac{dN}{dt}$ und damit die induzierte elektromotorische Kraft einen zeitlich konstanten Wert. In einem der Einwirkung dieser konstanten e.m.K. unterworfenen Leiter fließt dann ein konstanter Strom. Ist kein Leiter da, so entsteht im Isolator nur das der e.m.K. entsprechende elektrische Feld mit ringförmig geschlossenen Feldlinien. Solange $\frac{dN}{dt}$ zeitlich nicht konstant ist, verändert auch dem proportional das induzierte elektrische Feld seine Größe, und es fließt in oder entgegengesetzt der Richtung der Feldlinien ein elektrischer Verschiebungsstrom im Isolator. Seine Intensität ist der Änderungsgeschwindigkeit der Größe $\frac{dN}{dt}$, d. h. dem zweiten zeitlichen Differentialquotienten $\frac{d^2N}{dt^2}$ von N proportional. Ist $\frac{dN}{dt}$ nicht konstant, so fließt in einem induzierten Leiter ein inkonstanter Induktionsstrom. Elektromotorische Kraft und Stromstärke ändern dann in der Zeit ihres Bestehens ihren Wert und sind nur während kleiner Zeitelemente dt als konstant zu betrachten. Die in der genannten Zeit des Induktionsstoßes in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge erhält man dann durch Summieren der in den kleinen Zeitelementen sich bewegenden Elektrizitätsmengen. Bei einer fortdauernden Änderung von E und i muß man die Zeitelemente dt unendlich klein wählen; dann wird das Summieren zur Integration. Die in einer gewissen Zeit t in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge ist dann gegeben als das Integral:

$$\int_0^t i\,dt = \frac{1}{w}\int_0^t dN.$$

$\int_0^t dN$ ist nichts weiter als die Summe aller in den Zeitelementen dt, welche zwischen dem Zeitbeginn $t = 0$ und der Zeit t liegen, geschnittenen Induktionslinien. Umfaßt der Leiter erst N_1, nachher N_2 Induktionslinien, so ist die durch den gesamten Induktionsstoß in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge

$$e = \int i\,dt = \frac{1}{w}\int_{N_1}^{N_2} dN = \frac{N_2 - N_1}{w}.$$

Das Gesetz des vorigen Paragraphen bleibt also bestehen.

171. Diskussion der Induktionsgesetze. Die abgeleiteten Gesetze zeigen, daß die in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge vollständig unabhängig von der Zeit, d. h. von der Geschwindigkeit ist, mit welcher die Änderung der Anzahl der die Leiterfläche durchsetzenden Induktionslinien vor sich geht. Sie ist lediglich durch den Anfangs- und Endzustand des Feldes um den Leiter bedingt, gleichviel was in der Zeit der Bewegung des Leiters sonst vor sich gehen mag. Wenn z. B. ein Leiter aus einem Feld $\mathfrak{H}_1$ in ein kleineres $\mathfrak{H}_2$ gebracht wird, so ist es für die insgesamt in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge vollkommen gleichgültig, ob dies direkt geschieht, oder ob der Leiter inzwischen in andere Felder gebracht wird.

Die Stromstärke, daher auch die elektromotorische Kraft, ist um so größer, je schneller der induzierende Vorgang sich abspielt.

172. Messung magnetischer Feldstärken mit dem ballistischen Galvanometer. Befindet sich eine Drahtschleife von bekannter Windungszahl n und Windungsfläche S in einem magnetischen Feld der Stärke $\mathfrak{H}$, dessen Induktionslinien senkrecht zur Drahtschleife stehen, so wird dieselbe von $\mathfrak{H}S$ Induktionslinien n-mal durchsetzt. Bewegt man dieselbe, einerlei ob langsam oder schnell, aus dem magnetischen Feld heraus an eine Stelle, wo sich kein Feld befindet, oder dreht man die Drahtschleife so herum, daß ihre Ebene parallel der Feldrichtung ist, so daß sie also von keiner Induktionslinie getroffen wird, so wird in ihr eine gewisse Elektrizitätsmenge e in Bewegung gesetzt. Verbindet man die Enden der Drahtschleifen mit einem ballistischen Galvanometer, so wird dasselbe einen gewissen Ausschlag geben, welcher gleich ist, ob die Bewegung schnell oder langsam ausgeführt wird, vorausgesetzt nur, daß die Zeit dieser Bewegung immer noch klein ist gegen die Schwingungsdauer der Galvanometernadel (§ 162). Aus der Größe der Ablenkung und der ballistischen Empfindlichkeit des Galvanometers kann

man die Elektrizitätsmenge e berechnen. Um aus der bestehenden Gleichung

$$e = \frac{dN}{w} = \frac{n\mathfrak{H}S}{w}$$

$\mathfrak{H}$ berechnen zu können, muß man außer den Spulendimensionen nur noch den Widerstand des aus Drahtschleife, Galvanometer und Zuleitungsdraht bestehenden Stromkreises kennen. Es ist dann

$$\mathfrak{H} = \frac{we}{nS}.$$

Es ist dies eine vielbenutzte Methode, magnetische Feldstärken zu messen. Die Kenntnis von Galvanometerempfindlichkeit und Widerstand des Schließungskreises kann man umgehen, wenn man die absolute Messung zu einer relativen macht, indem man den Ausschlag des Galvanometers bei der obigen Feldmessung vergleicht mit dem Ausschlag, den eine Normalspule in einem Normalfeld erzeugt. Das magnetische Normalfeld stellt man her durch eine lange Drahtspule von bekannter Windungszahl und Windungsfläche, durch welche ein gemessener Strom geschickt wird (§ 184). Um diese Spule befindet sich koaxial die induzierte Normalspule, deren Windungszahl bekannt sein muß. Man läßt dabei Normalspule, die zur Feldmessung benutzte Drahtschleife und das Galvanometer ständig in Reihe geschaltet. Dann bleibt w sich gleich, und die Ausschläge des Galvanometers sind daher wie die induzierten Elektrizitätsmengen den Anzahlen geschnittener Induktionslinien proportional.

173. Erdinduktor. Der Erdinduktor ist eine aus einer größeren Anzahl Windungen bestehende Spule, welche um eine Achse drehbar ist, die ihrerseits entweder horizontal oder vertikal orientiert werden kann. Stellt man die Spule mit vertikaler Achse so auf, daß ihre Windungsfläche S senkrecht zur magnetischen Nord-Südrichtung ist, und dreht sie um die vertikale Achse um 180°, so wird in ihr ein Stromstoß induziert. Der Strom hat bei Drehung um die zweiten 90° dieselbe Richtung, wie der bei Drehung um den ersten Quadranten induzierte, obwohl doch erst eine Abnahme, dann wieder eine Zunahme hindurchgehender Induktionslinien des Erdfeldes erfolgt. Dies liegt daran, daß die Zunahme in die andere Seite der Spule hinein erfolgt.

Die induzierte Elektrizitätsmenge ist also gleich der doppelten bei einer Drehung um 90° in Bewegung gesetzten. Also, wenn H die Horizontalintensität,

$$e = \frac{2HS}{w}.$$

Wäre die Windungsfläche S (d. i. Spulenquerschnitt multipliziert mit Windungszahl) genau bekannt, so wäre der Erdinduktor in Verbindung mit dem ballistischen Galvanometer ein Mittel, die Horizontalintensität des Erdmagnetismus in absolutem Maße zu bestimmen. Die Ausmessung ist aber meist nicht mit genügender Genauigkeit ausführbar.

Man kann aber ohne Ausmessung den Erdinduktor zur Vergleichung der Vertikal- mit der Horizontalintensität benutzen, also zur Bestimmung des Inklinationswinkels, dessen tang nach § 82 gleich dem Verhältnis $\frac{V}{H}$ der beiden Komponenten ist.

Man braucht dazu nur die gleiche Messung mit horizontaler, beliebig gerichteter Achse auszuführen. Die in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge ist:

$$e' = \frac{2VS}{w}.$$

Das Verhältnis der Ausschläge des ballistischen Galvanometers gibt direkt:

$$\frac{e'}{e} = \frac{V}{H} = \operatorname{tang} i.$$

Fig. 110 zeigt einen Erdinduktor von Hartmann & Braun in Frankfurt a. M. s ist ein Spiegel, welcher eine Drehung von 180° genau auszuführen erlaubt.

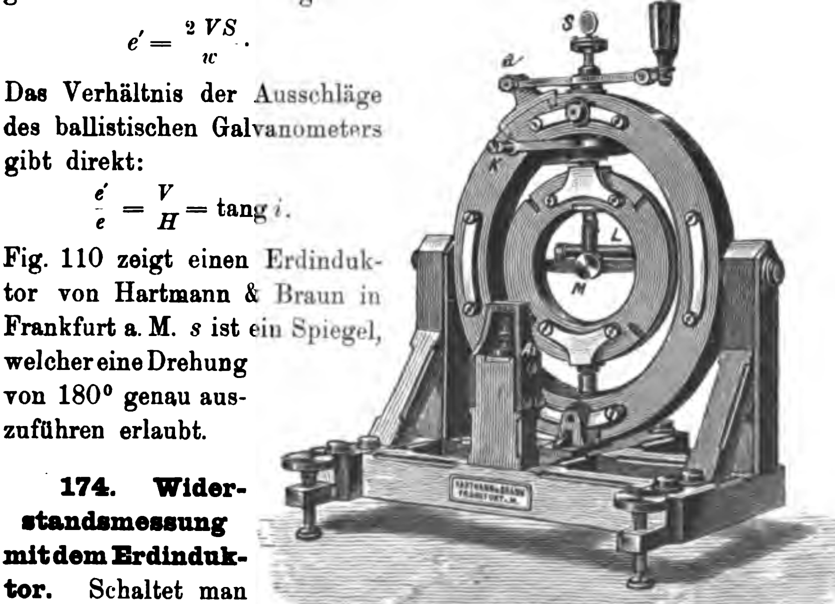


Fig. 110.

174. Widerstandsmessung mit dem Erdinduktor. Schaltet man Widerstand in den

Galvanometerkreis ein, so ist die im Erdinduktor in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge nach § 169 im Verhältnis der Gesamtwiderstände kleiner. Durch Vergleichung mit bekanntem Widerstand ist ein unbekannter leicht zu finden, indem man ersteren, einen Widerstandskasten, so lange verändert, bis die Galvanometerausschläge die gleichen sind.

In absolutem Maß findet man den Widerstand der Gesamtleitung durch absolute Messung der Elektrizitätsmengen im ballistischen Galvanometer. Es ist dann:

$$w = \frac{2H \cdot S}{e}.$$

175. Foucaultsche Ströme heißen die in massiven Metallmassen durch Induktion in veränderlichen Magnetfeldern erzeugten Ströme. Wenn die Magnetfelder stark und schnell veränderlich sind, so können die Foucaultströme bedeutende Stärke besitzen. Eine zwischen den Polen eines kräftigen Elektromagneten sich bewegende Kupferscheibe steht bei Erregung desselben augenblicklich still, weil die Foucaultströme nach dem Lenzschen Gesetz das Metall an der Bewegung hindern (v. Waltenhofensches Pendel Fig. 111). Ebenso kommt eine um ihre Gleichgewichtslage in der Meridianstellung pendelnde Magnetnadel sehr schnell zur Ruhe, sobald man eine feststehende Kupferhülse um sie legt. Es wird dieser Umstand praktisch zur Dämpfung schwingender Magnete in Galvanometern verwendet. Auf der Entstehung von Foucaultströmen in einer Kupferscheibe beruht der bekannte alte Versuch, der von Arago herrührt, daß eine über der Scheibe befestigte Magnet-

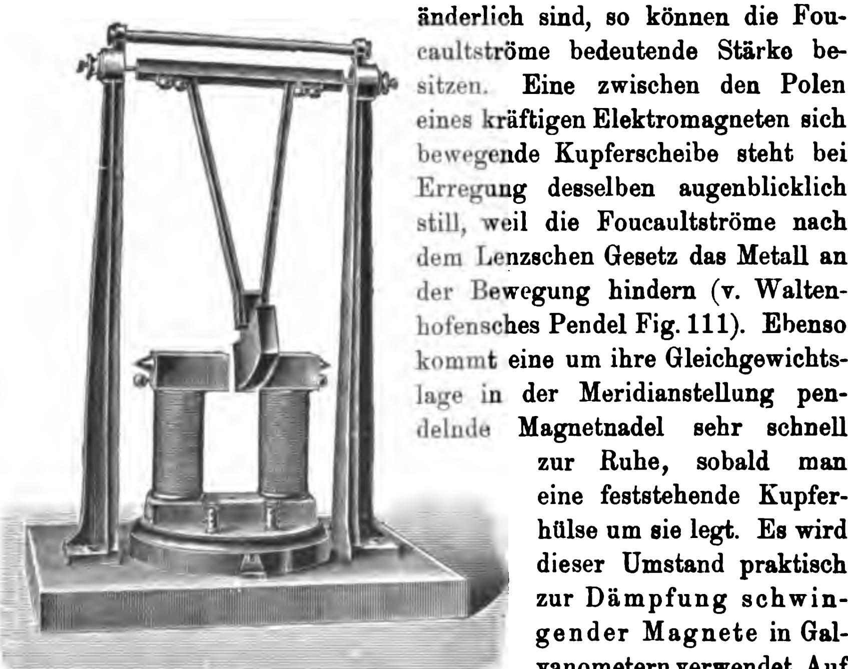


Fig. 111.

nadel sich mitdreht, sobald man die Scheibe in Drehung versetzt. Diese Versuche zeigen sehr demonstrativ das Lenzsche Gesetz. Auch bei dem Aragoschen Versuch sucht das Mitdrehen der Nadel die relative Bewegung der Scheibe gegen die Nadel zu verhindern; die entstehenden Induktionsströme sind derart, daß sie die erzwungene Bewegung des Leiters gegen das Magnetfeld zu hemmen streben.

In den Drehspulgalvanometern nach Deprez-d'Arsonval hängen die in der beweglichen Spule induzierten Ströme und daher die Dämpfung vom Außenwiderstand ab. Ist derselbe sehr klein, so kann die Dämpfung störend groß werden und umgekehrt ganz fehlen, wenn der äußere Stromkreis offen ist oder sehr großen Widerstand hat. Um letzteres zu vermeiden, wickelt man die Spule auf einen geschlitzten Aluminiumrahmen und überbrückt den Schlitz metallisch mit einer kleinen dünndrähtigen Spirale, welche solchen Widerstand besitzt, daß die Dämpfung durch die Induktionsströme im Rahmen von geeigneter Größe ist. Will man das Galvanometer für ballistische Zwecke verwenden, so ist diese Spirale durchzuschneiden.

176. Koeffizient der gegenseitigen Induktion. Wenn in einem Drahtkreise 1 ein Strom i fließt, so erzeugt dieser Strom ein Magnetfeld, welches überall proportional i ist. Es ist mithin die Anzahl von Induktionslinien, welche irgendein Flächenelement in der Umgebung von 1 durchsetzen, proportional i. Befindet sich in der Nähe von 1 ein zweiter Drahtkreis 2, so wird derselbe von einer gewissen Anzahl der von 1 herrührenden Induktionslinien durchsetzt, diese Anzahl ist auch proportional i und werde mit N bezeichnet. Es ist also

$$N = B \cdot i,$$

wo B eine von i unabhängige Größe ist, welche durch die geometrische Gestaltung des ganzen Leitersystems gegeben ist. Wenn ich jetzt den Strom i sich in einer kleinen Zeit dt um den Betrag di ändern lasse, so ist die auf die Zeiteinheit bezogene Änderung der Stromstärke gegeben durch den Differentialquotienten $\frac{di}{dt}$. Ist dN die durch diese Änderung der Stromstärke bewirkte Änderung der Anzahl den Leiter 2 durchsetzender

Induktionslinien, so ist $\frac{dN}{dt}$ die Änderung pro Zeiteinheit der den Leiter 2 durchsetzenden Induktionslinien, d. h. gemäß § 169 die im Leiter 2 induzierte elektromotorische Kraft E. Es ist

$$E = \frac{dN}{dt} = B\frac{di}{dt}.$$

Wenn $di = 1$ C. G. S., $dt = 1$ sek, so ist die rechte Seite gleich B, d. h. es ist B die im Leiter 2 induzierte e. m. K., wenn im Leiter 1 die Stromstärke sich in 1 sek um 1 C. G. S. = 10 Ampère ändert.

B heißt der Koeffizient der gegenseitigen Induktion der Leiter 1 und 2.

177. Selbstinduktionskoeffizient. Es sei nur der Leiter 1 vorhanden. Ein in ihm fließender Strom erzeugt magnetische Induktionslinien, welche die Windungsfläche je nach deren Form mehr oder weniger zahlreich und mehr oder weniger oft treffen. Durch das Entstehen oder Vergrößern eines Stromes findet also eine Zunahme der die Leiterfläche durchsetzenden Induktionslinien statt, es muß daher ein Induktionsstrom entstehen, welcher dem erzeugenden Strom nach dem Lenzschen Gesetz entgegengesetzt gerichtet ist und das Anwachsen der Induktionslinienzahl zu verhindern sucht. Ebenso wird bei Abnahme resp. Verschwinden eines Stromes in einem Leiter in diesem ein Induktionsstrom entstehen, welcher die Stromabnahme zu verhindern sucht, d. h. gleichgerichtet mit dem abnehmenden Strom ist. Diese Erscheinung heißt Selbstinduktion.

Die Anzahl durch einen Strom erzeugter Induktionslinien ist proportional der Stromstärke i. Nennen wir die Anzahl der die Leiterfläche einmal durchsetzenden Induktionslinien N, rechnen also jede Induktionslinie doppelt, dreifach usw., welche die Leiterfläche zwei-, dreimal usw. durchsetzt, so heißt in der Gleichung

$$N = Li,$$

die von der Stromstärke unabhängige, nur von der Form des Leiters abhängige Größe L der Selbstinduktionskoeffizient. Ist $i = 1$ C. G. S., so ist $N = L$, d. h.

der Selbstinduktionskoeffizient ist die Anzahl von Durchsetzungen der Leiterfläche seitens der Induktionslinien, welche der Leiter selbst erzeugt, wenn in ihm ein Strom 1 C. G. S. = 10 Amp. fließt.

Eine ähnliche Betrachtung wie im vorigen Paragraphen, ergibt direkt die Größe der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion, welche in einem Leiter entsteht, wenn sich die Stromstärke in ihm ändert. Hat diese Änderung den Betrag pro sek $\frac{di}{dt}$, so ist diese elektromotorische Kraft:

$$E = \frac{dN}{dt} = L\frac{di}{dt}.$$

Hier müssen wir aber eine Vorzeichenänderung einführen. Wir haben in dem Leiter zwei sich überlagernde Ströme, den primären und den induzierten Sekundärstrom. Bezeichnen wir als positive Stromesrichtung diejenige des Primärstromes, so ist der Induktionsstrom negativ gerichtet, man hat daher zu schreiben:

$$E = -\frac{dN}{dt} = -L\frac{di}{dt}.$$

Besteht z. B. ein Strom im Leiter, und man läßt ihn anwachsen, so ist $\frac{di}{dt}$ positiv, daher die elektromotorische Kraft E des Induktionsstromes negativ. Dieselbe ist dagegen positiv gerichtet, wenn man den Strom abnehmen läßt, und daher $\frac{di}{dt}$ negativ ist.

In der Praxis bedarf man sehr oft selbstinduktionsloser Leiter. Freisein eines Leiters von Selbstinduktion bewirkt man dadurch, daß man das Entstehen magnetischer Induktionslinien möglichst verhindert, sowie diesen möglichst wenig Gelegenheit gibt, die Leiterfläche zu durchsetzen. Man erreicht dies durch die bifilare Wickelung. Es wird (Fig. 112) der aufzuspulende Draht in der Mitte geknickt, so daß Hin- und Rückleitung unmittelbar nebeneinander liegen und so in ihrer magnetischen Wirkung sich aufheben. Dasselbe erlangt man bei mehrfacher und zwar geradzahliger Anzahl von Windungslagen auch durch die Chaperonsche Wicklung, bei welcher jede Lage von Wickelungen im umgekehrten Sinne aufgespult wird wie die vorhergehende. So

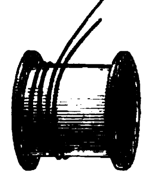


Fig. 112.

werden beispielsweise alle Widerstandskästen hergestellt. Ganz allgemein gilt: Je weniger magnetische Wirkung ein von einem bestimmten Strom durchflossener Leiter zeigt, desto kleiner ist seine Selbstinduktion.

178. Absolute und technische Einheit, Dimension des Selbstinduktionskoeffizienten. Aus der letzten Gleichung des vorigen Paragraphen folgt für die absolute Einheit des Selbstinduktionskoeffizienten folgende Definition:

Ein Leiter hat die absolute Einheit der Selbstinduktion, wenn eine Stromänderung um eine absolute Einheit pro Sekunde in ihm eine absolute Einheit der elektromotorischen Kraft erzeugt.

Die technische Einheit der Selbstinduktion hat ein Leiter dann, wenn eine Stromänderung um 1 Amp. pro Sekunde eine e. m. K. gleich 1 Volt erzeugt.

Die technische Einheit hat den Namen 1 Henry.

Die Dimension des Selbstinduktionskoeffizienten ist gegeben durch:

$$[\text{e. m. K.}] = [L]\left[\frac{\text{Strom}}{\text{Zeit}}\right],$$

also nach §§ 97 und 98 ist

$$[L] = \frac{m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-2} \times t}{m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-1}} = l.$$

Die Dimension des Selbstinduktionskoeffizienten ist daher eine Länge. Er wird in absolutem Maß nach cm gemessen.

Da

$$1 \text{ Volt} = 10^8 \text{ C. G. S.}, \quad 1 \text{ Amp.} = 10^{-1} \text{ C. G. S.},$$

so ist

$$1 \text{ Henry} = 10^9 \text{ abs. Einh. der Selbstinduktion} = 10^9 \text{ cm}.$$

179. Stromschluß und Stromöffnung in einem induktiven Leiter. Eine Folge der Selbstinduktion eines Leiters ist es, daß bei plötzlicher Einschaltung einer elektromotorischen Kraft erst eine gewisse Zeit verfließt, bis der Strom seinen Endwert annimmt, welcher dem Ohmschen Gesetz der stationären Strömung entspricht. Das plötzliche Anwachsen des Stromes beim Schließen des Kreises erzeugt eben eine Gegen-e. m. K., welche dieses Anwachsen zu verhindern sucht.

Wir wollen den zeitlichen Verlauf der Stromstärke ableiten, erstens, wenn in einen stromlosen induktiven Leiter plötzlich eine elektromotorische Kraft eingeschaltet wird, und zweitens, wenn ein im Leiter fließender Strom i_0 plötzlich durch Kurzschließen der elektromotorischen Kraft, also bei geschlossen bleibendem Leiter, unterbrochen wird.

Schließt man ein Element der e. m. K. V durch einen Leiter mit dem Selbstinduktionskoeffizienten L, so wird der Strom je nach der Größe von L mehr oder weniger schnell bis zu seinem Grenzwert $i_0 = \frac{V}{w}$ anwachsen, wenn w der Gesamtwiderstand des Stromkreises ist. Nennt man den Strom zu einem beliebig herausgegriffenen Zeitmoment i, und bezeichnet man seine Änderung in einem kleinen Zeitmoment dt mit di, so daß die Änderung pro sek durch $\frac{di}{dt}$ gegeben ist, so ist die durch diese Änderung erzeugte Gegen-e. m. K. gleich $L\frac{di}{dt}$, entgegengesetzt gerichtet wie V. Es herrscht also in dem betrachteten Augenblick eine Gesamt-e. m. K.

$$E = V - L\frac{di}{dt}.$$

Nach dem Ohmschen Gesetz ist daher die Stromstärke in diesem Augenblick:

$$i = \frac{E}{w} = \frac{V - L\frac{di}{dt}}{w}.$$

Durch einfache Umformung ergibt sich die Differentialgleichung:

$$\frac{di}{dt} + \frac{w}{L}i - \frac{V}{L} = 0.$$

Und daraus folgt durch Differentiation:

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{w}{L}\frac{di}{dt} = 0.$$

Die Lösung dieser homogenen, linearen Differentialgleichung erhält man, indem man $i = e^{\alpha t}$ setzt. Durch Einsetzen dieses Wertes wird die Gleichung zu folgender:

$$\alpha^2 + \frac{w}{L}\alpha = 0,$$

woraus für α die beiden Werte folgen:

$$\alpha_1 = 0 \quad \text{und} \quad \alpha_2 = -\frac{w}{L}.$$

Man kann sich durch Einsetzen leicht überzeugen, daß, wenn $e^{\alpha_1 t}$ und $e^{\alpha_2 t}$ zwei Lösungen der Differentialgleichung sind, auch die Summe der beiden Lösungen eine Lösung ist, auch wenn jede einzelne Lösung noch mit einer Konstanten multipliziert ist. Es ist daher die allgemeine Lösung der Differentialgleichung gegeben durch

$$i = Ae^{\alpha_1 t} + Be^{\alpha_2 t},$$

oder bei Einsetzen der obigen Werte von α_1 und α_2:

$$i = A + Be^{-\frac{w}{L}t}.$$

Durch diesen Ausdruck ist also ganz allgemein der zeitliche Verlauf des Stromes in einem induktiven Leiter gegeben, wie er durch Ein- oder Ausschalten einer e. m. K. im Stromkreis erzeugt wird. Die spezielle Lösung für einen einzelnen Fall, d. h. die Größe der Konstanten, ergibt sich aus den Grenzbedingungen.

I. Stromschluß.

Zur Zeit $t = 0$ ist der Leiter stromlos, also $i = 0$. Daher ist zur Zeit $t = 0$, $i = A + B = 0$. Daher $A = -B$.

Nach einiger Zeit nimmt der Strom den Grenzwert $i_0 = \frac{V}{w}$ an. Es ist also zur Zeit $t = \infty$ $i_0 = A = \frac{V}{w}$.

Es lautet daher die Lösung für diesen Spezialfall:

$$i = i_0 - i_0 e^{-\frac{w}{L}t} = i_0\left(1 - e^{-\frac{w}{L}t}\right), \quad \text{wo } i_0 = \frac{V}{w}.$$

Man kann aus der Formel die Grenzfälle sogleich ablesen.

II. Stromöffnung durch Kurzschluß der e. m. K.

Die Grenzbedingungen sind hier:

$$t = 0, \quad i = i_0 = \frac{V}{w} = A + B,$$

$$t = \infty, \; i = 0 = A.$$

Daher ist die Lösung dieses Spezialfalls:

$$i = i_0 e^{-\frac{w}{L}t}.$$

Auch aus dieser Formel sind die Grenzfälle sofort zu ersehen.

Für $t = \frac{L}{w}$ wird $e^{-\frac{w}{L}t} = e^{-1} = \frac{1}{e}$; daher $i = \frac{i_0}{e}$, d. h. es ist $\frac{L}{w}$ die Zeit, welche verstreicht, bis die Stromstärke auf $\frac{1}{e} = \frac{1}{2,7183}$ ihres Wertes sinkt. Diese Größe heißt die Zeitkonstante des Leiters. Dieselbe ist also gleich dem Quotienten aus Selbstinduktionskoeffizient und Widerstand des Leiters.

Für Leiter mit großer Selbstinduktion, z. B. große Elektromagnete, Dynamomaschinen, hat diese Zeitkonstante große Werte. Es kann Minuten dauern, bis nach Stromschluß die Stromstärke ihren definitiven Wert erreicht. Fig. 113 zeigt z. B. den Verlauf des Stromes, wenn eine konstante e. m. K. gleich 1 Volt an einen Stromkreis gelegt wird, welcher den Ohmschen Widerstand $w = 0,1$ Ohm und den Selbstinduktionskoeffizienten $L = 0,01$ Henry hat. Die Zeitkonstante ist $\frac{L}{w} = 0,1$ sek.

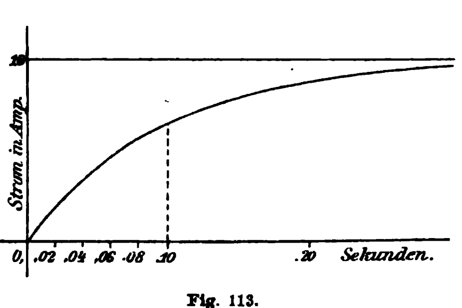


Fig. 113.

180. Funkeninduktor. Der Funkeninduktor besteht aus zwei konaxialen Spulen, von welchen die eine, die Primärspule, induzierend auf die andere, die Sekundärspule, wirkt. Der Zweck, welchen man zu erreichen sucht, ist der, eine möglichst hohe Potentialdifferenz an den Enden der offenen Sekundärspule zu erhalten. Ist B der Koeffizient der gegenseitigen Induktion der beiden Spulen, und i der Primärstrom, so ist diese Spannung

$$E = B\frac{di}{dt}.$$

Eine hohe Spannung wird daher erreicht, wenn man B möglichst hoch und $\frac{di}{dt}$ möglichst groß macht. Ersteres erlangt man dadurch, daß man den durch den Primärstrom erzeugten Induktionslinien Gelegenheit gibt, den Sekundärleiter möglichst oft zu schneiden. Die Sekundärspule muß daher aus sehr vielen

Windungen bestehen. Die zweite Bedingung, daß man $\frac{di}{dt}$, die zeitliche Stromänderung, groß macht, erreicht man durch geeignete Stromunterbrecher. Zunächst ist nach dem vorigen Paragraphen ersichtlich, daß man den Stromschluß nicht zur Erzielung hoher Sekundärspannung verwenden kann. Denn das Anwachsen des Primärstromes geschieht wegen der beträchtlichen Selbstinduktion langsam. Aber auch die Unterbrechung

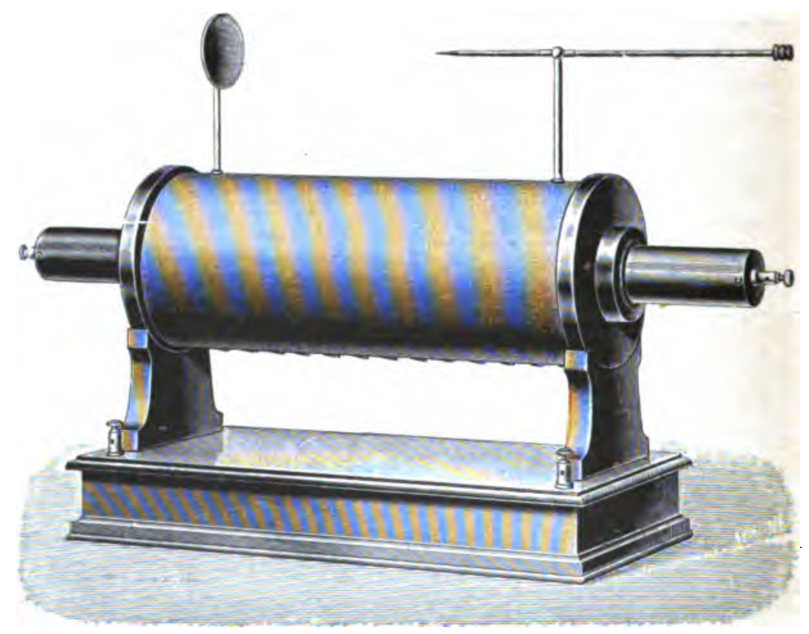


Fig. 114.

muß mit gewissen Vorsichtsmaßregeln geschehen. Öffnet man einfach mit Hilfe einer Kontaktvorrichtung den Strom, so ist die durch Selbstinduktion erzeugte Spannung an den Enden der Primärspule so groß, daß sie sich an der Kontaktstelle in Form eines Unterbrechungsfunkens oder besser -lichtbogens ausgleicht und so den Strom nicht augenblicklich auf Null herabsinken läßt. Aus diesem Grunde versieht man die Unterbrechungsstelle mit einem Kondensator von recht großer Kapazität. Die in der Primärspule induzierte Elektrizitätsmenge fließt dann, anstatt durch die Unterbrechungsstelle in die Kondensatorbelegungen.

Einbetten der Unterbrechungsstelle in eine Flüssigkeit (Alkohol) verbessert die Güte der Unterbrechung noch mehr.

Eine fernere Notwendigkeit für einen gutwirkenden Unterbrecher ist die, daß der Stromschluß genügend lange erfolgt, nämlich bis die Stromstärke ihren Maximalwert erreicht hat. Die Primärspule enthält, damit die Anzahl erzeugter Induktionslinien möglichst hoch wird, einen Kern aus weichem Eisen. Wenn derselbe massiv wäre, würden die Foucaultströme, welche in dem Kern bei Unterbrechung des in der Primärspule fließenden Stromes entstehen, die plötzliche Abnahme der Magnetisierung, also das plötzliche Verschwinden aller Induktionslinien verhindern. Um dies zu vermeiden, ist der Eisenkern unterteilt, indem er aus dünnen, voneinander isolierten Drähten oder Lamellen angefertigt wird. Fig. 114 zeigt einen großen Funkeninduktor von Fr. Klingelfuß, Basel. Im Kasten befindet sich der Kondensator. In Fig. 115 ist ein kleiner Induktionsapparat abgebildet, wie er für Leitfähigkeitsbestimmungen, auch für physiologische Zwecke, Verwendung findet.

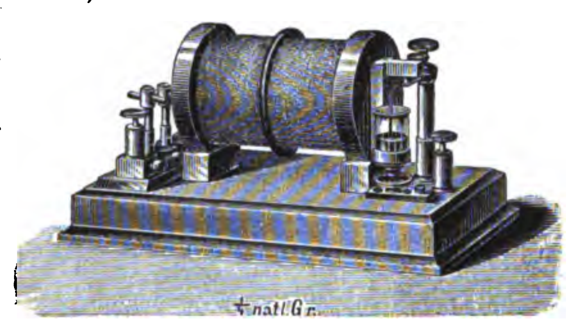


Fig. 115.



Fig. 116.

181. Stromunterbrecher. Von den selbsttätigen Stromunterbrechern ist zu nennen:

1. Der Neefsche Hammer. Der Eisenkern der Primärspule zieht ein Eisenstück, welches an einer Feder befestigt ist, an, und bewirkt dadurch Stromunterbrechung. Die Feder schnellt zurück und schließt den Strom wieder usf. (siehe indessen die Bemerkung in § 183). Fig. 116 zeigt einen solchen Unterbrecher, der für die Induk-

toren der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft Berlin konstruiert ist.

2. Der Deprez-Unterbrecher wird vielfach wegen seiner zweckmäßigen Konstruktion in Laboratorien angewendet. Gleiches Prinzip wie der Hammer. Durch eine Schraube kann man die oszillierende Feder mehr oder weniger straff anspannen und dadurch die Unterbrechungszahl variieren. Man verändert damit gleichzeitig auch die Stärke der Wirkung. Denn wenn die Feder straffer gespannt wird, so tritt Anziehung und Unterbrechung erst bei größerer Stromstärke ein.

Zwei für größere Induktoren sehr vorzügliche Unterbrecher sind:

3. Der Turbinenunterbrecher der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft Berlin (Fig. 117—119). Eine mit ihrem unteren



Fig. 117. Fig. 118. Fig. 119.

Ende in Quecksilber tauchende Eisenröhre besitzt unten in ihrem Inneren kleine schiffschraubenartig angeordnete Flügel und oben einen seitlichen Rohransatz. Wird die Röhre durch einen Elektromotor in schnelle Rotation versetzt, so steigt das Quecksilber in ihr hoch und wird durch die Ansatzröhre in kontinuierlichem Strahl herauszentrifugiert. Der Strahl, welcher eine Stromzuführung bildet, streicht entlang an einem mit Ausschnitten versehenen auswechselbaren Eisenkranz, so daß er bald auf das Eisen, bald in den Zwischenraum zwischen den Ausschnitten trifft. So kommen Stromschluß und Öffnung zustande.

4. Der Wehneltunterbrecher (Fig. 120). Er besteht aus einer Bleiplatte und einer Platinspitze, welche in verdünnter

Schwefelsäure einander gegenüberstehen. Schaltet man eine solche Zelle in den Stromkreis einer Akkumulatorenbatterie und eines Induktors ein, derart, daß der Strom in der Zelle von der Spitze zur Bleiplatte geht, so finden regelmäßige Stromunterbrechungen statt, welche sich durch große Plötzlichkeit auszeichnen. Durch die große Stromdichte und wohl durch einen elektrolytischen Prozeß findet an der Spitze eine große Erwärmung statt. Die entstehende Dampfhülle unterbricht den Strom und wird durch den Öffnungsfunken wieder fortgeschleudert, wodurch wieder Stromschluß erzeugt wird. Die im allgemeinen sehr hohe Unterbrechungszahl pro Sekunde ist durch Länge der wirklichen Platinspitze und Stromstärke regulierbar. Sie ist ferner um so größer, je kleiner die Selbstinduktion der Primärspule des Induktors ist. Der Kondensator ist bei Benutzung des Wehneltunterbrechers überflüssig; der Unterbrecher besitzt selbst die nötige Kapazität. Fig. 121 zeigt einen kleinen Wehneltunterbrecher mit sehr feinem Platindraht, welcher eine sehr hohe Unterbrechungszahl für kleine Meßinduktorien liefert.



Fig. 120. Fig. 121.

182. Regeln für die Richtung der elektromagnetischen Wechselwirkung zwischen stromdurchflossenen Leitern und Magneten, sowie für die Richtung von Induktionsströmen.

1. Bewegende Kraft eines Stromelements auf einen magnetischen Nordpol.

Ampèresche Regel. Man denke sich mit dem Strom schwimmend, den Blick auf den Magnetpol gerichtet, so wird dieser nach links abgelenkt.

2. **Bewegende Kraft eines geschlossenen Stromkreises auf einen außerhalb seiner Ebene befindlichen magnetischen Nordpol.**

Man denke sich im Pol. Blickt man auf den Leiterkreis, so wird der Pol angezogen, wenn der Leiter im Uhrzeigersinn durchflossen wird, andernfalls abgestoßen. (Ergibt sich direkt aus der Ampèreschen Regel.)

3. **Bewegende Kraft eines Magnetfelds auf ein Stromelement.**

Man denkt das Magnetfeld herrührend von einem entfernten Nordpol, welcher dort liegt, von wo die Induktionslinien herkommen. Denkt man sich mit dem Strom im Leiterelement schwimmend und blickt nach diesem Nordpol hin, so würde derselbe nach links abgelenkt werden. Da er fest gedacht ist, so wird das bewegliche Leiterelement nach rechts abgelenkt (in Fig. 122 also nach vorn auf den Beschauer zu).

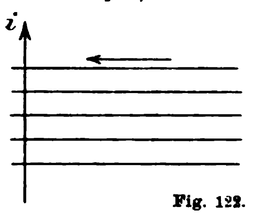


Fig. 122.

4. **Der Induktionsstrom, welcher bei Bewegung eines Leiterelements im Magnetfeld entsteht, sucht die Bewegung zu hemmen.**

Hieraus in Verbindung mit 3. erhält man ohne weiteres die Richtung des Induktionsstromes. Wird z. B. in Fig. 122 das Leiterelement nach vorn bewegt, in dem von rechts nach links gerichteten Magnetfeld, so entsteht in ihm ein Strom von oben nach unten.

5. **Der Induktionsstrom, welcher in einem Leiterkreis bei Zunahme der seine Windungsfläche durchsetzenden Induktionslinienzahl entsteht, sucht diese Zunahme zu hindern.**

Man denke sich auf der Seite des Leiters, von welcher die Induktionslinien herkommen. Eine Zunahme der Induktionslinien entspricht einer Näherung des auf der Seite des Beobachters liegend zu denkenden Nordpols. Der entstehende Induktionsstrom muß ihn also abzustoßen suchen, d. h. nach 2. vom Beobachter aus entgegengesetzt dem Uhrzeiger fließen.

183. Wechselwirkung zwischen Stromleitern. Aus den eben zusammengefaßten Regeln über die Richtung der bewegenden Kraft, welche zwischen einem stromdurchflossenen Leiter und einem Magnetpol wirksam ist, folgt ohne weiteres, daß auch zwei Stromleiter aufeinander bewegend wirken müssen, und zwar nach der Regel:

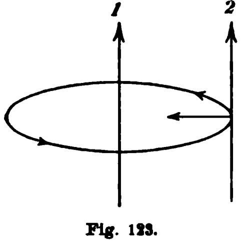


Fig. 123.

Gleichgerichtete Ströme ziehen sich an, ungleichgerichtete Ströme stoßen sich ab.

Seien 1 und 2 (Fig. 123) zwei benachbarte Leiterelemente. 1 erzeugt an der Stelle von 2 ein nach hinten gerichtetes magnetisches Feld, woraus nach Regel 3 eine Bewegung des Leiterelements 2 auf 1 zu erfolgt.

Eine lange Spiralfeder verkürzt sich beim Stromdurchgang. Dies kann benutzt werden, einen Kontakt zu öffnen, indem das untere Ende sich z. B. aus Quecksilber herauszieht. Die nun stromlose Spirale verlängert sich wieder und schließt den Strom, woraus eine selbsttätige Unterbrecherwirkung resultiert. (Rogetsche Spirale. Fig. 124.) Die selbsttätige Bewegung der Spirale hat, wie auch diejenige des Hammerunterbrechers (§ 181) oder einer elektrischen Klingel nicht ganz die beschriebene einfache Erklärung. Durch Reibung u. a. m. findet nämlich ein beständiger Energieverlust statt, der durch Arbeit der magnetischen Kräfte gedeckt werden muß. Dies geschieht auch, indem z. B. bei dem Hammerunterbrecher die von den magnetischen Kräften bei der Hinbewegung der Feder gegen den Elektromagneten geleistete Arbeit größer ist als der bei der Rückbewegung der Feder wiedergewonnene Arbeitsbetrag.


Fig. 124.

Achter Abschnitt.

Magnetische Messungen.

184. Magnetische Feldstärke im Inneren eines Solenoids. Für magnetische Messungen benutzen wir viel die Eigenschaft besonders geformter Leiter, wenn sie von einem elektrischen Strom durchflossen sind, starke und recht homogene magnetische Felder zu liefern. Derartige Leiter heißen Solenoide und bestehen aus spiralförmig in einer oder mehreren

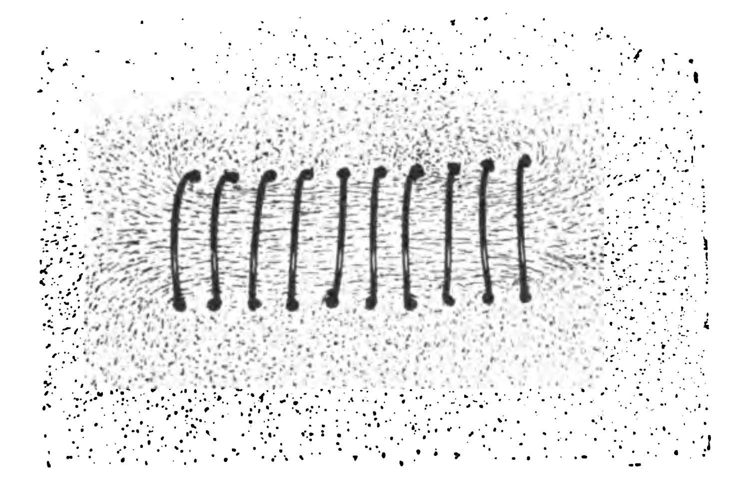


Fig. 125.

Lagen aufgespultem, isolierten Draht. Hat das vom Strom i durchflossene Solenoid der Länge l im ganzen n Windungen, und bewegt man einen magnetischen Einheitspol durch sein Inneres der Länge nach hindurch und außen zum Ausgangspunkt zurück, so daß eine geschlossene Bahn beschrieben wird, so schneiden dabei die 4π Induktionslinien des Einheitspoles

n-mal die Leiterfläche, die bei der Beschreibung der geschlossenen Kurve geleistete Arbeit, d. h. die magnetomotorische Kraft des Solenoids, ist nach § 164 gleich $4\pi n i$. Ist das Solenoid lang gegen seinen Durchmesser, etwa zwanzigmal solang als derselbe, so ist das magnetische Feld in seinem Innenraum sehr gleichförmig und im wesentlichen überhaupt nur dort vorhanden. Im Außenraum schwächen sich nämlich die von den gegenüberliegenden Wandungen des Solenoids ausgeübten magneti-

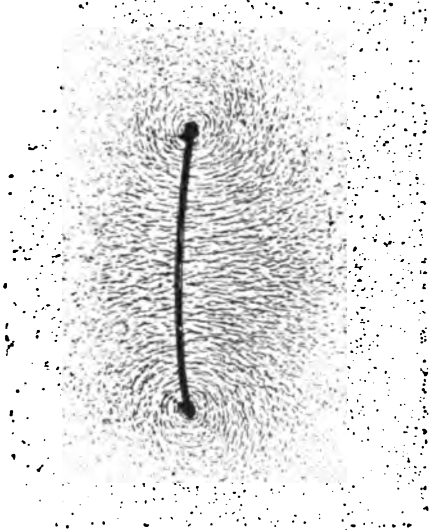


Fig. 126.



Fig. 127.

schen Kräfte und zwischen den Windungen heben sich die magnetischen Wirkungen der benachbarten Windungen so gut wie völlig auf. Dies zeigen recht deutlich die Induktionslinienbilder Figg. 125 und 126, welche für ein Solenoid und einen einzelnen Kreisstrom nach der in § 72 angegebenen Methode erhalten worden sind. Fig. 127 zeigt, wie das Solenoidende die Induktionslinien in die Umgebung streut.

Bezeichnet man die Feldstärke im Inneren mit $\mathfrak{H}$, so ist die Arbeit bei der Bewegung des Einheitspoles längs einer geschlossenen Kurve ohne großen Fehler gleich $\mathfrak{H} l$ zu setzen, indem die zur Rückbewegung im Außenraum erforderliche Arbeitsleistung wegen des dort fehlenden Magnetfeldes zu vernachlässigen ist. Es ist daher

$$\mathfrak{H} l = 4\pi n i,$$

also

$$\mathfrak{H} = \frac{4\pi n i}{l}$$

die Feldstärke im Innenraum des Solenoids. Fig. 128 zeigt die aus der Ampèreschen Regel sich ergebende Richtung der Magnetisierung eines Solenoids.

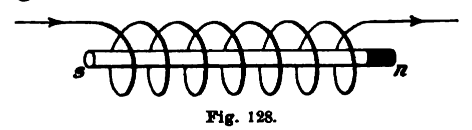


Fig. 128.

185. Selbstinduktionskoeffizient eines Solenoids. Die Anzahl N' von Induktionslinien, welche das vom Strom i durchflossene Solenoid der Länge nach durchsetzen, ist

$$N' = \mathfrak{H} q = \frac{4\pi n i q}{l},$$

wenn q der Querschnitt des Solenoids ist.

Die Leiterfläche wird von jeder Linie n-mal, von sämtlichen Induktionslinien daher

$$N = n N' = \frac{4\pi n^2 i q}{l}$$

mal durchsetzt. Der Selbstinduktionskoeffizient ist daher nach § 177 gegeben durch die Beziehung

$$L = \frac{N}{i} = \frac{4\pi n^2 q}{l}.$$

186. Wirkung eines Eisenkerns auf die Eigenschaften eines Solenoids. Bringt man in das Solenoidinnere einen dasselbe nur teilweise ausfüllenden Eisenkern in der Weise, daß seine Oberfläche überall den Induktionslinien parallel ist, so ist die magnetische Feldstärke in dem Eisenkern nach § 67 die gleiche wie außerhalb desselben. Die Induktionsliniendichte ist dagegen μ-mal so groß. Die Induktion im Eisen

$$\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}.$$

Füllt der Eisenkern das ganze Solenoidinnere aus, so bleibt also die Intensität des magnetischen Feldes ungeändert die gleiche wie in Luft, aber die Anzahl der Induktionslinien im Inneren

des Solenoids wird μ-mal so groß. Es ist daher im eisenerfüllten Solenoid die Anzahl Induktionslinien:

$$N' = \frac{4\pi\mu n i q}{l}.$$

Der Selbstinduktionskoeffizient wird daher auch μ-mal größer, nämlich:

$$L = \frac{4\pi\mu n^2 q}{l}.$$

187. Die magnetische Energie eines Solenoids. In § 72 hatten wir für die magnetische Energie der Volumeneinheit eines magnetischen Feldes der Intensität $\mathfrak{H}$ den Ausdruck aufgestellt:

$$U = \frac{\mu \mathfrak{H}^2}{8\pi}.$$

Der gesamte Innenraum des Solenoids hat das Volumen ql, mithin die Energie

$$U' = Uql = \frac{\mu \mathfrak{H}^2}{8\pi} ql = \frac{\mathfrak{B} q \mathfrak{H} l}{8\pi} = \frac{N' \mathfrak{H} l}{8\pi},$$

wenn $\mathfrak{B}$ die Anzahl Induktionslinien pro qcm, d. h. die Induktion, der Induktionsfluß durch die Flächeneinheit, N' derjenige durch den Solenoidquerschnitt ist.

Im § 184 hatten wir gesehen, daß $\mathfrak{H} l$, die magnetomotorische Kraft des Solenoids, gegeben ist durch

$$\mathfrak{H} l = 4\pi n i.$$

Daher hat man für die magnetische Energie des Solenoidfeldes auch den Ausdruck:

$$U' = \frac{N' \cdot 4\pi n i}{8\pi} = \frac{1}{2} n N' i = \frac{1}{2} N i,$$

wo N die Anzahl Durchgänge von Induktionslinien durch die Leiterfläche ist.

Unter Berücksichtigung der Beziehung

$$N = Li$$

(§ 177) findet man für die magnetische Energie noch den Ausdruck

$$U' = \tfrac{1}{2} L i^2.$$

Endlich folgt mit Benutzung des Begriffs des magnetischen Widerstandes noch ein Ausdruck für die magnetische Energie

des Solenoidfeldes. Wie in § 72 erörtert ist, kann man die Energie in der Form darstellen:

$$U' = \frac{1}{8\pi} N'^2 W.$$

Hierin bedeutet W den sog. magnetischen Widerstand des betrachteten Feldteils, hier also des Solenoids.

Im Verein mit dem ersten Ausdruck für die magnetische Energie folgt dabei für den magnetischen Widerstand des Solenoids:

$$W = \frac{l}{\mu q},$$

ein Ausdruck, auf dessen Ähnlichkeit mit der Formel für den elektrischen Widerstand eines Metalldrahtes bereits hingewiesen ist.

Es ist ferner die magnetomotorische Kraft des Solenoids

$$A = 4\pi n i$$

und der Induktionsfluß durch das Solenoid nach dem vorigen Paragraphen

$$N' = \frac{4\pi\mu n i q}{l}.$$

Daraus folgt die sehr an das Ohmsche Gesetz erinnernde Beziehung:

$$N' = \frac{A}{W}$$

oder in Worten:

$$\text{Induktionsfluß} = \frac{\text{Magnetomotorische Kraft}}{\text{Magnetischer Widerstand}}.$$

Die magnetische Energie des Solenoidfeldes ist weiter in der Form auszudrücken:

$$U' = \frac{1}{8\pi} \frac{A^2}{W}.$$

Alle diese bereits von früher bekannten Formeln hätten wir auch zur Berechnung von Feldstärke und Selbstinduktion eines Solenoids benutzen können.

188. Ampèrewindungen und magnetomotorische Kraft. Schlußjoch. Der Ausdruck für die magnetomotorische Kraft eines Solenoids

$$A = 4\pi n i$$

zeigt, daß dieselbe proportional ist der Windungszahl des Solenoids und dem in ihm fließenden Strom. Mißt man letzteren

in Ampère, so kann man das Produkt *ni* als Anzahl Ampèrewindungen bezeichnen. Dasselbe wird in der Technik viel zur Definition eines Solenoids benutzt und kann natürlich den Begriff der magnetomotorischen Kraft ganz ersetzen. Im absoluten elektromagnetischen Maß ist, weil 1 Ampère = 0,1 absolute Einheit der Stromstärke:

$$\text{Magnetomotorische Kraft} = 4\pi \cdot 0{,}1 \text{ Ampèrewindungen}$$
$$= \text{ca. } 1{,}257 \text{ Ampèrewindungen.}$$

Ein bestimmter Strom in einem bestimmten Solenoid liefert eine bestimmte magnetomotorische Kraft oder eine bestimmte Zahl Ampèrewindungen. Der Induktionsfluß, d. h. die Zahl N magnetischer Induktionslinien wird für eine bestimmte Ampèrewindungszahl umso größer, je geringer der magnetische Widerstand des Feldraumes ist. N wird genau μ-mal so groß als in Luft, wenn der ganze Feldraum mit Eisen der Permeabilität μ ausgefüllt wird. Bei sehr langen dünnen Solenoiden genügt es, den Innenraum derselben auszufüllen. Bei kürzeren Solenoiden ist dies aber nicht mehr ausreichend. Indessen nähert man sich sehr erheblich dem Idealfall, wenn man die freien Enden des im Solenoid befindlichen Eisenstabes außen herum mit einem dicken Eisenjoch verbindet. Dann verlaufen so gut wie alle magnetischen Feldlinien geschlossen im Eisen, und die in Fig. 125 und 127 deutlich sichtbare Streuung von den Enden des Solenoids in die Umgebung hört fast völlig auf. An einem geschlossenen, längs seiner Achse magnetisierten Eisenring sind magnetische Wirkungen nach außen darum nicht wahrzunehmen.

189. Stahlmagnet und Molekularströme. Ein permanenter Stahlmagnet verhält sich ähnlich wie ein stromdurchflossenes Solenoid. Ampère stellte die Theorie auf, daß die kleinsten Teilchen (Moleküle) des Eisens von ringförmig geschlossenen Strömen umflossen seien, die keinen Widerstand in der Materie finden und darum, ohne Joulesche Wärme zu erzeugen, dauernd fließen können. Sind diese Molekularströme unregelmäßig gelagert, so üben sie zusammen keine magnetische Kraft aus, das Eisen ist in diesem Fall unmagnetisch. Im magnetischen Zustand sind die Molekularströme als gerichtet anzunehmen, umso vollkommener, je stärker magnetisch das Eisen

ist. Die Summierung aller Ströme ergibt, da im Innern benachbarte Molekularströme sich aufheben, ein Verhalten des Eisenstabes, als ob er von geschlossenen Strömen umflossen wäre.

190. Energetische Vorgänge bei Änderung des magnetischen Widerstandes. Es werde einem stromdurchflossenen Solenoid ein Eisenkern genähert, z. B. einem Hufeisen-Elektromagneten ein Anker angelegt. Da der Anker dabei der antreibenden Kraft folgt, so wird bei der Bewegung Arbeit geleistet. Gleichzeitig wird aber der magnetische Widerstand des Magnetkreises verringert, mithin, da die magnetomotorische Kraft des Elektromagneten eine konstante, nämlich das 1,257-fache der Zahl seiner Ampèrewindungen ist, die magnetische Energie vergrößert. Es findet also gleichzeitig äußere Arbeitsleistung und Vergrößerung der magnetischen Energie statt. Es ist darum nötig, daß die den Elektromagneten speisende Stromquelle Energie hergeben muß, um die magnetomotorische Kraft des Magneten aufrecht zu erhalten. Wäre dies nicht der Fall, so müßte die letztere kleiner werden. Die Energielieferung findet auch wirklich statt. Bei der Annäherung des Eisens an den Magneten wird nämlich eine e. m. K. induziert, welche die Zunahme der Induktionslinienzahl zu verhindern strebt. Um gegen diese elektromotorische Kraft der Induktion den Strom im Elektromagneten aufrecht zu erhalten, muß die Stromquelle elektrische Energie hergeben. Diese Energie ist es, welche die magnetische Energie des Magneten vergrößert und zugleich die äußere Arbeitsleistung deckt. Würde keine äußere Stromquelle Energie nachliefern, so müßte die magnetomotorische Kraft sinken und die magnetische Energie auf Kosten der bei der Ankerbewegung geleisteten Arbeit kleiner werden. Magnet und Anker bilden dann ein abgeschlossenes System, in welchem nicht Arbeit aus nichts entstehen kann, sondern jede Arbeitsleistung von einem inneren Energieverlust begleitet sein muß.

Die Dinge liegen hier durchaus ähnlich wie in dem in § 58 behandelten Fall eines elektrischen Kondensators, zwischen dessen Platten ein Medium höherer Dielektrizitätskonstante ε hineingezogen wird. Ist der Kondensator nicht mit einer energieliefernden Spannungsquelle verbunden, so sinkt seine elektrische

Energie auf den ε^{ten} Teil herab, während sie auf das ε-fache steigt, wenn er mit einer Elektrizitätsquelle verbunden ist. Letztere hat dann doppelte Energie herzugeben, den einen Teil zur Erhöhung der elektrischen Energie, den anderen zur mechanischen Arbeitsleistung.

191. Mechanisches Analogon zur Entstehung eines Stromes in einem induktiven Leiter. Um einen Strom i in einem Leiter zu erzeugen und zu erhalten, ist Energiezufuhr nötig. Der Strom verbraucht infolge des Widerstandes w im Leiter elektrische Energie, welche in Form Joulescher Wärme im Leiter frei wird. Diese in jedem Zeitmoment freiwerdende Wärme hat pro sek den Energiebetrag i^2w. Sie geht dem System verloren, der Prozeß ist irreversibel. Es ist eine dauernde Energiezufuhr nötig, um den Strom weiter bestehen zu lassen. Außerdem ist aber in der Zeit des Stromanwachsens eine weitere Energiezufuhr nötig, welche dazu verbraucht wird, das Magnetfeld zu erzeugen. Die Energie des Magnetfelds, deren Größe U' z. B. für ein Solenoid aus einer der Formeln des § 186 sich ergibt, bleibt dem Stromsystem erhalten; sie ist im Diamagnetikum als potentielle Energie aufgespeichert. Wird das Magnetfeld auf irgend eine Weise zum Verschwinden gebracht, so verwandelt sich seine potentielle Energie in die Energie der bewegten Elektrizität des Induktionsstromes. Der Prozeß ist reversibel.

Der Vorgang bei der Entstehung des Stromes ist ähnlich der Hebung einer schweren Masse in einem reibenden Mittel. Auch hierbei spielen sich zwei Energieverwandlungen, eine umkehrbare und eine nichtumkehrbare, ab. Die erstere ist die Aufspeicherung in Form von Energie der Lage; dieselbe tritt bei ihrer Zerstörung, beim Herabfallen der Masse, in Form kinetischer Energie wieder auf. Der andere Energieprozeß ist irreversibel, es ist eine Verwandlung der aufgewandten Arbeit in Reibungswärme.

Der elektrische Leiter verbraucht Energie für den reversiblen Vorgang nur vermöge seiner Eigenschaft, ein Magnetfeld zu erzeugen, d. h. kraft seines Induktionsvermögens. In induktiven Leitern bewegt sich Elektrizität so, als ob sie eine Träg-

heit besäße. Die Formel des vorigen Paragraphen

$$U' = \frac{1}{2} L i^2$$

erinnert sehr an diejenige für die kinetische Energie bewegter Masse, welche gleich $\frac{1}{2} m v^2$ ist.

192. Bestimmung von Hysteresiskurven. Die für ein Material wichtigen magnetischen Größen sind bekannt, wenn die Induktionskurve für auf- und absteigende Felder bis zur Sättigung, d. h. wenn die Hysteresisschleife gegeben ist. Man kennt dann Permeabilität und Suszeptibilität nach den Formeln in § 77; ferner Remanenz, Koerzitivkraft, Sättigungsmagnetismus und Feldstärke, für welche Sättigung erreicht ist. Endlich kennt man aus dem Inhalt der Schleife den Energieverlust, welcher bei einem magnetischen Kreisprozeß stattfindet (§ 197). Im folgenden sollen einige Methoden der Ermittelung von Hysteresiskurven beschrieben werden.

193. 1. Die magnetometrische Methode. Ein langgestreckter Stab des zu untersuchenden Materials wird in ein langes, dünnes Solenoid gesteckt. Wie in § 84 bestimmt man dann für verschiedene Stromstärken und daraus nach § 184 zu berechnende Feldstärken das magnetische Moment $\mathfrak{M}$ durch Ermittelung von $\frac{\mathfrak{M}}{H}$ vermittels Ablenkung einer Magnetnadel. Ist v das Stabvolumen, so ist die Intensität der Magnetisierung:

$$\mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{M}}{v}.$$

Die $\mathfrak{J}\mathfrak{H}$-kurve ist also gegeben. Die $\mathfrak{B}\mathfrak{H}$-kurve erhält man durch Umrechnung mit der Formel

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J}.$$

194. 2. Bestimmung von Induktionskurven durch induzierte Ströme. Ein langgestreckter Stab wird mittels eines langen Solenoids magnetisiert. Unmittelbar auf den Stab gewickelt ist eine Sekundärspule aus dünnem Draht. Seien es n Windungen vom Querschnitt q. Die Spule ist mit einem ballistischen Galvanometer verbunden. Die Anzahl der die Sekundärspule durchsetzenden Induktionslinien ist $\mathfrak{B}q$, jede geht durch die Windungsfläche n-mal; daher ist die Elektrizitäts-

menge Q, welche bei Umkehr des Solenoidstromes durch das Galvanometer fließt, durch den Schnitt von $2\mathfrak{B}nq$ Induktionslinien induziert. Ist w der Widerstand von Sekundärspule + Galvanometer nebst Zuleitung, so ist

$$Q = \frac{2\mathfrak{B}nq}{w},$$

also

$$\mathfrak{B} = \frac{Qw}{2nq}.$$

$\mathfrak{H}$ kennt man durch Berechnung aus den Solenoidkonstanten und dem Magnetisierungsstrom.

Um Q in absoluten Einheiten zu kennen, eicht man das ballistische Galvanometer zweckmäßig, indem man eine bekannte magnetische Feldänderung auf eine Spule von bekanntem Querschnitt q' und Windungszahl n' induzierend wirken läßt. Diese Spule ist, damit für die $\mathfrak{B}$- und Q-Bestimmung gleicher Widerstand im Sekundärkreis ist, zweckmäßigerweise ein für allemal im Kreise enthalten. Ist Q' die bei Kommutieren des bekannten Feldes $\mathfrak{H}$ induzierte Elektrizitätsmenge, so ist dieselbe bekannt aus:

$$Q' = \frac{2\mathfrak{H}n'q'}{w}.$$

Q verhält sich zu Q' wie die zugehörigen Galvanometerausschläge.

Es ist zu bemerken, daß man bei dieser Bestimmungsmethode nicht die Hysteresisschleife, sondern die sog. Kommutierungskurve erhält, d. i. eine zwischen den beiden Ästen der Schleife liegende Kurve. Um die Hysteresisschleife zu beschreiben, läßt man die Stromstärke im Solenoid, d. h. die Feldstärke stufenweise um kleine Beträge bis zum Sättigungsfeld wachsen, dann abnehmen, und bestimmt durch die Ausschläge des Galvanometers die den einzelnen Änderungen von $\mathfrak{H}$ entsprechenden Sprünge von $\mathfrak{B}$.

195. Entmagnetisierungsfaktor. Scherung. Die nach den beiden beschriebenen Methoden erhaltenen Induktionskurven bedürfen noch einer Korrektion. Wie in § 67 bereits besprochen ist, bilden sich an den freien Enden des Eisenstabes, da wo die Induktionslinien die Grenze Eisen — Luft durch-

schreiten, scheinbare magnetische Belegungen aus. Diese bewirken eine Verkleinerung der im Eisen wirksamen Feldstärke. Ein Induktionswert $\mathfrak{B}$ der Induktionskurve entspricht daher im allgemeinen nicht einem Wert $\mathfrak{H}$ der Feldstärke, wie er sich aus den Solenoidbedingungen ergibt, sondern einem Wert $\mathfrak{H}' = \mathfrak{H} - \mathfrak{H}_i$. Dabei ist $\mathfrak{H}_i$ im allgemeinen durch den Körper hindurch in ungleicher Weise verteilt. Nur in einem gleichförmig nach einer Hauptachse magnetisierten Ellipsoid herrscht nach der Theorie ein konstanter, der Intensität der Magnetisierung $\mathfrak{J}$ proportionaler Wert $\mathfrak{H}_i = P \cdot \mathfrak{J}$. In einem ellipsoidischen Körper, welcher mit einer Achse den Induktionslinien parallel in das Solenoidfeld $\mathfrak{H}$ gelegt wird, ist also die Feldstärke

$$\mathfrak{H}' = \mathfrak{H} - P \cdot \mathfrak{J}.$$

P heißt der Entmagnetisierungsfaktor. Er hängt beim Ellipsoid vom Achsenverhältnis ab. Es ist z. B. für ein langgestrecktes Rotationsellipsoid, welches längs der Rotationsachse magnetisiert wird, wenn d der Rotationsdurchmesser, l die Länge der Rotationsachse ist, der Entmagnetisierungsfaktor gegeben durch

$$P = 4\pi \frac{d^2}{l^2}\left(\log \operatorname{nat} \frac{2l}{d} - 1\right).$$

Einen gegen seinen Durchmesser langen Draht kann man als ein Rotationsellipsoid ansehen, für welches $\frac{d}{l}$ sehr klein ist. Die Formel zeigt, daß in diesem Fall $P = 0$ ist. Deshalb ist bei der Aufnahme von Induktionskurven ein langgestreckter Eisenstab zu wählen, wenn man die aus der Stromstärke und den Solenoiddimensionen berechnete Feldstärke als magnetisierendes Feld ansehen will. Hat man nur kurze Stäbe zur Verfügung, so muß man die Feldstärke mit Hilfe des aus Tabellen zu entnehmenden Wertes für den Entmagnetisierungsfaktor korrigieren, wofür es eine bequeme graphische Methode gibt. Man nennt die von Lord Rayleigh herrührende graphische Korrektion „Scherung". Streng berechnen läßt sich P nur für ellipsoidische Form des Materials, welche daher für genaueste Messungen gewählt werden muß.

Der Einfluß der Enden fällt fast vollständig fort, wenn man die Enden des Stabes durch ein eisernes Joch schließt

(§ 188). Bei Anwendung eines Jochs brauchen darum die zu untersuchenden Stäbe nicht mehr lang und dünn zu sein. Hat man einen Stab mit Joch bis zu einem bestimmten Betrag magnetisiert und entfernt nun das Joch, so sinkt die Induktion im Stab wegen der sogleich eintretenden Entmagnetisierung um einen je nach der Stabform mehr oder weniger großen Betrag.

196. Köpselscher Magnetisierungsapparat. Du-Boissche Wage. In dem von Köpsel konstruierten Magnetisierungsapparat der Firma Siemens und Halske, der zur Auf-

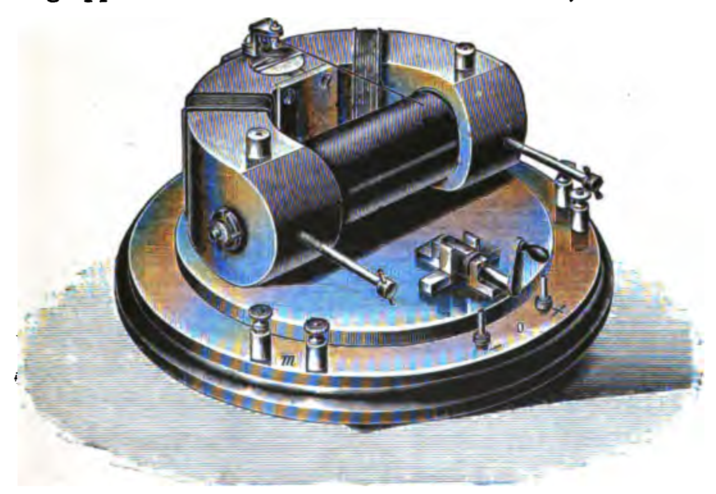


Fig. 129.

nahme von Induktionskurven dient, wird der Stab des zu untersuchenden Materials durch ein Solenoid magnetisiert und außen durch ein Joch der magnetische Kreis geschlossen. Fig. 129 gibt die Innenansicht des Apparates. Vorn befindet sich die magnetisierende Spule. Die beiden langen Schrauben dienen zum Festklemmen des Stabes im Eisenlager. Hinten herum zieht sich das massive Joch. Dasselbe ist mit einer Unterbrechungsstelle versehen, die durch einen Eisenzylinder aber wieder fast ganz, nur mit Freilassung eines schmalen Luftringes, geschlossen ist. In diesem Luftring befindet sich eine drehbare Spule. Wird durch diese Spule ein konstanter Hilfsstrom von bestimmter Stärke geschickt, so wirkt das von der Magnetisierung des Stabes herrührende, das Joch durchsetzende Feld

ablenkend auf die Spule ein, und zwar um so mehr, je größer die Zahl N der erzeugten Induktionslinien ist. Nun ist $N = \mathfrak{B}q$, d. h. der Ausschlag des mit der Spule verbundenen Zeigers ist eine Funktion von $\mathfrak{B}q$, Induktion $\times$ Querschnitt des Stabs. Um nun eine empirische Teilung auf der Skala des Instruments anzubringen, welche direkt $\mathfrak{B}$ anzeigt, muß man entweder einen bestimmten Stabquerschnitt vorschreiben, oder man reguliert besser die Stromstärke i in der beweglichen Spule so, daß $i = \frac{\text{Konst.}}{q}$. Dann wird der Ausschlag des Zeigers unabhängig vom Stabquerschnitt und nur noch eine Funktion von $\mathfrak{B}$ sein. Schreibt man die Größe der Konstanten für ein Instrument vor,

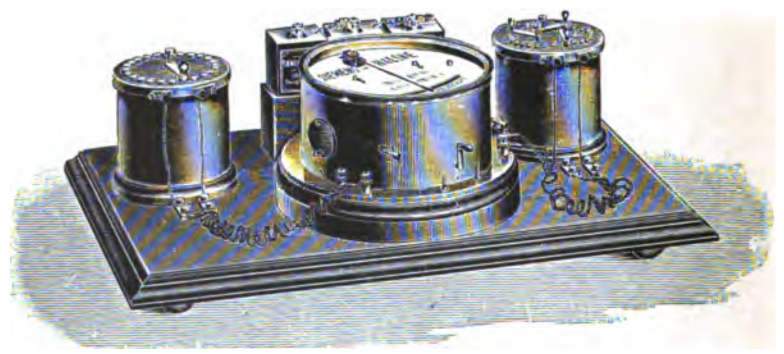


Fig. 130.

so kann man die Teilung so einrichten, daß direkt $\mathfrak{B}$ angegeben wird.

Den Hilfsstrom liefern die drei in Fig. 130 sichtbaren Trockenelemente, er wird mit dem rechts befindlichen Dreikurbelwiderstand auf den durch den Querschnitt des zu untersuchenden Stabes vorgeschriebenen Wert gebracht. Der Stab wird seitlich in den Magnetisierungsapparat geschoben und mittels Klemmen fest mit dem Joch verbunden. Eine viervoltige Akkumulatorenbatterie liefert den Magnetisierungsstrom, welcher mit dem linken Kurbelwiderstand durch Verschieben der Kurbel von Knopf zu Knopf um kleine Beträge geschwächt bzw. verstärkt wird. Vorn am Apparat ist eine kleine Kurbel, mit welcher man den Strom kommutiert. Die Skala zeigt direkt die Beträge der Induktion an. Auf dem Joch befinden sich

noch einige Windungen, welche vom Magnetisierungsstrom durchflossen werden, um den Einfluß zu kompensieren, den die Magnetisierungsspule auch ohne Eisen hat.

In der von Siemens & Halske gebauten magnetischen Wage von Du Bois (Fig. 131) bildet das Schlußjoch einen ungleicharmigen Wagebalken. Magnetisierung eines in die Spule des Apparats eingeschobenen Stabes bewirkt Störung des Gleichgewichts, indem die anziehende Kraft auf den längeren Hebel stärker wirkt. Durch Verschiebung eines Laufgewichts längs einer Skala kann das Gleichgewicht wiederhergestellt werden.

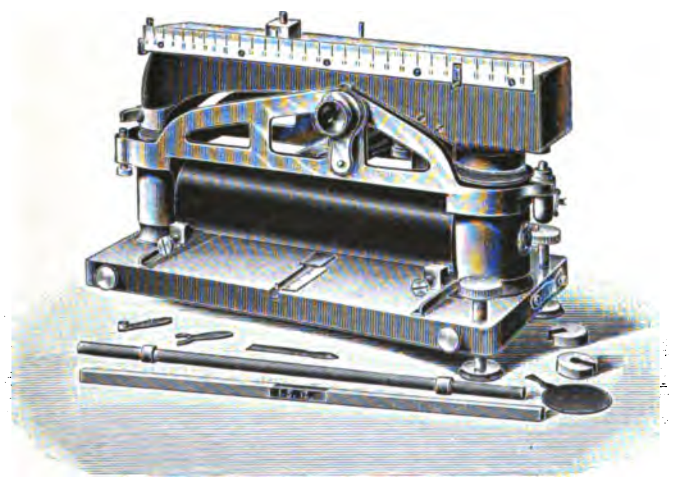


Fig. 131.

Die Einstellung des Laufgewichts zeigt direkt Induktionswerte an. Die Wage muß dazu mit einem Normalstab geeicht werden.

197. Energieverlust durch Hysteresis. Wird ein Hysteresis zeigendes Material einem Magnetisierungszyklus unterworfen, indem beispielsweise die Stromstärke in einem das Material enthaltenden Solenoid zyklisch variiert wird, so findet dabei ein Arbeitsaufwand statt, ein Verbrauch elektrischer Energie, welche dann als andere Energieform, nämlich Wärme im Material, auftritt. Um den Energieverlust zu berechnen, nehmen wir an, es fließe im Solenoid von n Windungen die Stromstärke i. Um diese Stromstärke in einer kleinen Zeit dt

um die kleine Größe di zu verändern, hat man Arbeit zu leisten, da man gegen die e. m. Gegenkraft E der Selbstinduktion den Strom i fließen lassen muß. Diese Arbeit hat während der Zeit dt den Betrag $dU = Eidt$. Nun ist aber die e. m. Gegenkraft nach dem Induktionsgesetz

$$E = n\frac{dN}{dt},$$

wenn dN die durch die Stromzunahme bewirkte Zunahme der Anzahl N das Solenoid durchsetzender Induktionslinien ist, welche den Leiter n-mal schneiden. Daher ist

$$dU = Eidt = nidN.$$

Nun ist $dN = qd\mathfrak{B}$, wenn q der Querschnitt, $d\mathfrak{B}$ die Zunahme der Induktion bedeuten, daher ist

$$dU = niqd\mathfrak{B}.$$

Ersetzt man hierin noch ni durch den Wert, welcher aus der Formel für die Feldstärke in einem Solenoid dafür sich ergibt:

$$\mathfrak{H} = \frac{4\pi ni}{l}; \quad ni = \frac{\mathfrak{H}l}{4\pi},$$

so wird

$$dU = \frac{lq}{4\pi}\mathfrak{H}d\mathfrak{B} = \frac{V}{4\pi}\mathfrak{H}d\mathfrak{B},$$

wo V das Materialvolumen bedeutet.

Um den gesamten Energiebetrag U zu finden, welcher bei einer zyklischen Stromänderung im Material verbraucht wird, hat man nur dU über alle kleinen Stromänderungen, aus welchen sich die zyklische Stromänderung zusammensetzt, zu summieren, d. h. es ist U das Integral

$$U = \int dU = \frac{V}{4\pi}\int \mathfrak{H}\, d\mathfrak{B}.$$

$\int \mathfrak{H} d\mathfrak{B}$ ist der Inhalt I der Hysteresisschleife, welche $\mathfrak{B}$ als Funktion von $\mathfrak{H}$ für den zyklischen Magnetisierungsprozeß darstellt. Die pro ccm bei zyklischer Magnetisierung in einem Hysteresis zeigenden Material verbrauchte Energie ist also gleich dem Inhalt der Hysteresisschleife dividiert durch 4π.

Dieser Satz ist von Warburg zuerst abgeleitet worden. Für ein Material ohne Hysteresis ist

$$I = \int \mathfrak{H} d\mathfrak{B} = 0, \quad \text{also} \quad U = 0.$$

In einem magnetischen Wechselfeld erwärmt sich Stahl durch Hysteresis bedeutender als weiches Eisen. In Dynamomaschinen, Transformatoren u. a. muß, um unnötigen Energieverlusten vorzubeugen, Eisen mit möglichst geringer Hysteresis als Kern gewählt werden.

198. Methoden zur Bestimmung der magnetischen Feldstärke. Die beste Methode ist die in § 172 besprochene, das Feld auf eine Spule von bekannten Dimensionen induzierend wirken zu lassen und die induzierte Elektrizitätsmenge mit einem ballistischen Galvanometer zu messen. Dabei kann man die Spule entweder aus dem Feld herausziehen oder das Feld, wenn es z. B. von einer stromdurchflossenen Spule herrührt, durch Unterbrechen bzw. Umkehren des Stromes verschwinden lassen oder kommutieren.

Eine bequeme Methode der Feldmessung bietet die Eigenschaft des Wismuts dar, in einem magnetischen Feld seinen elektrischen Widerstand in bestimmter Weise zu ändern. Fig. 132 zeigt eine zur Feldmessung bestimmte Wismutspirale, welche, um Induktionsstöße bei Bewegung derselben möglichst zu verhindern, bifilar gewickelt ist. Jedes Exemplar bedarf einer besonderen Eichung in bekannten Magnetfeldern, da die Größe der Widerstandsänderung sehr von der Reinheit des angewandten Wismuts abhängt. Im Verein mit einem Universalgalvanometer bietet die Wismutspirale eine sehr leicht auszuführende Methode der Feldmessung dar. Die Genauigkeit läßt sich indessen nicht sehr weit treiben, da Widerstand und Widerstandsänderung im Feld von der Temperatur stark abhängig sind. Eine genaue Berücksichtigung dieses Umstandes bei der Feldmessung ist aber recht unbequem.

Fig. 132.

Eine weitere, hauptsächlich für kräftige Magnetfelder anwendbare Methode, die Feldintensität zu messen, bietet die von Faraday entdeckte Eigenschaft vieler durchsichtiger Körper, wie z. B. in besonderem Maße des Flintglases, im Magnetfeld die Polarisationsebene des Lichts zu drehen (§ 354). Man benutzt dabei parallelepipedische Glaskörper, deren magnetooptische Konstanten natürlich in besonderer Eichung ermittelt werden müssen.

Endlich kann auch die Steighöhe paramagnetischer Flüssigkeiten (Eisenchloridlösung) zur Messung kräftigerer Magnetfelder benutzt werden (§ 73).

Neunter Abschnitt.

Anwendung der Induktion zur Erzeugung starker elektrischer Ströme. Dynamomaschine.

199. Die Induktion in einer in homogenem Magnetfeld rotierenden Drahtschleife. Sinuskurve. In einem homogenen Magnetfeld werde um eine zur Feldrichtung senkrechte Achse ein Drahtkreis (Fig. 133) mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω gedreht. Bei Beginn der Bewegung ($t = 0$) sei der Drahtkreis senkrecht zu den Induktionslinien des Magnetfeldes gestellt und werde von N_0 Induktionslinien getroffen. Ist f der Querschnitt des Kreises, $\mathfrak{H}$ die Feldstärke, so ist $N_0 = \mathfrak{H} f$.

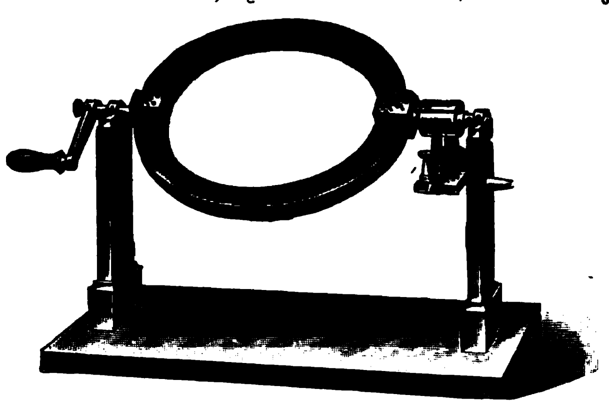


Fig. 133.

Wird der Drahtkreis eine gewisse Zeit t hindurch gedreht, so ist er jetzt um den Winkel ωt gegen die Anfangslage geneigt, und die Anzahl Induktionslinien, welche jetzt den Kreis schneiden, ist nur noch

$$N = N_0 \cos \omega t.$$

Die Zahl N ändert sich kontinuierlich gemäß dieser Formel. Die erzeugte elektromotorische Kraft ist gegeben durch die

Änderung von N pro Sekunde. Ändert sich N in einem kleinen Zeitmoment dt um den Betrag dN, so ist die e. m. K.:

$$E = \frac{dN}{dt} = -\frac{d(N_0 \cos \omega t)}{dt} = -N_0 \omega \sin \omega t.$$

Da wir jetzt keine Richtung einführen wollen, so können wir hier vom negativen Vorzeichen absehen und finden also, daß bei gleichförmigem Drehen einer Drahtspule in einem homogenen Magnetfeld in derselben eine elektromotorische Kraft erzeugt wird, welche eine Sinusfunktion der Zeit ist:

$$E = E_0 \sin \omega t.$$

Die Sinusfunktion stellt man auf folgende Weise graphisch dar: Läßt man (Fig. 134) den Radius E_0 eines Kreises mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω von der horizontalen Anfangslage aus in der Uhrzeigerdrehung entgegengesetzter Richtung rotieren, so ist seine Projektion auf den vertikalen Kreisdurchmesser in jedem Augenblick gegeben durch

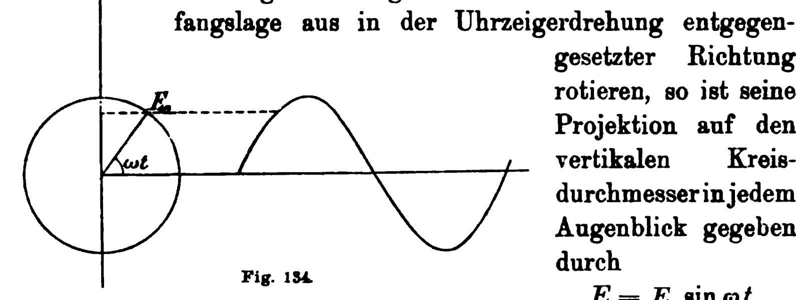


Fig. 134.

$$E = E_0 \sin \omega t.$$

Die Projektion des Endpunktes pendelt dabei auf der Vertikallinie hin und her. Wäre der Punkt leuchtend, und würde man sich seine Bewegung in einem mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um eine Vertikalachse gedrehten Spiegel ansehen, so würde die Bahn des Punktes als die in Fig. 134 seitlich angesetzte Sinuskurve erscheinen. Man erhält sie, indem man in einem Koordinatensystem auf der Abszissenachse die Zeit t, als Ordinate die zugehörigen Werte von $E_0 \sin \omega t$ einträgt.

200. Die magnetelektrische Maschine. Spulen werden vor den Polen eines kräftigen Stahlmagneten vorbeibewegt (Fig. 135). Damit sie von möglichst vielen magnetischen Induktionslinien geschnitten werden, wird ihr Innenraum mit einem unterteilten Eisenkern gefüllt, und dadurch der magnetische Kreis zu einem möglichst geschlossenen gemacht. Dies geschieht in besonders guter Weise bei dem von Siemens ein-

geführten sog. Doppel-T-Anker (Fig. 136), der zwischen entsprechend ausgedrehten festen Magnetpolen rotiert. Der permanente Magnet heißt Feldmagnet; die drehbaren Spulen bilden den sog. Anker. Versetzt man den Anker in Drehung, so werden Wechselströme in den Spulen induziert. Diese haben zwar nicht mehr wie bei der Anordnung in § 199 rein sinusförmigen Verlauf, indessen ist derselbe doch meist angenähert erhalten. Um diese Ströme nach außen leiten zu können, sind die Enden der Spule mit Schleifringen verbunden. Mittels gleitender Federkontakte kann man dann die Ströme aus dem Anker entnehmen.

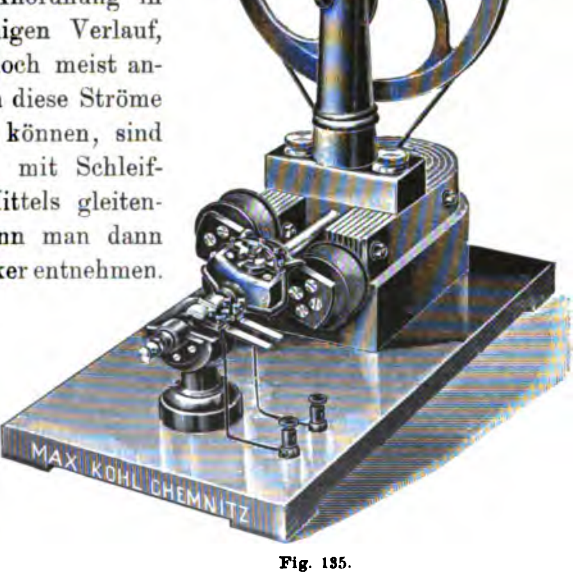


Fig. 135.

Diese Wechselströme kann man in intermittierenden Gleichstrom verwandeln dadurch, daß man den Schleifringen geeignete Form gibt, so daß die Federkontakte nach jeder halben Umdrehung auf den anderen Ring überspringen. Eine solche Vorrichtung ist auch an der Spule der Fig. 133 angebracht.

Um den Anker der magnetelektrischen Maschine in Umdrehung zu erhalten, ist mechanische Arbeit aufzuwenden; diese Arbeit wird von der Maschine, abgesehen von gewissen geringen Verlusten in Form von Wärme, welche der Achsenreibung sowie der Hysteresis im Eisen entspringen, vollständig in elektromagnetische Energie verwandelt. Die Energie der Induktionsströme kann außerhalb der Maschine nutzbringend verwertet werden.


Fig. 136.

Umgekehrt kann man die magnetelektrische Maschine ihr

zugeführte elektrische Energie in mechanische Arbeit verwandeln lassen. Sie wird dann als Motor verwandt. Hat die Maschine die Kommutatorvorrichtung, so wird sie durch einen hineingeschickten Gleichstrom zum Anlaufen gebracht. Besitzt sie die Kommutiervorrichtung nicht, so ist ein hineingesandter Wechselstrom fähig, die Maschine, wofern sie nur bis zur richtigen Geschwindigkeit angedreht wird, dauernd in Drehung zu erhalten. Die Maschine reguliert ihre Geschwindigkeit dann so, daß jedes Ankerende vor den anderen Pol des Feldmagneten gelangt, wenn der Wechselstrom sein Zeichen geändert hat. Dies ist das Prinzip der Wechselstrom-Synchronmotoren.

201. Der Grammesche Ring. Der Trommelanker. Die magnetelektrische Maschine in der beschriebenen Form erlaubte nur, Wechselströme oder intermittierenden Gleichstrom

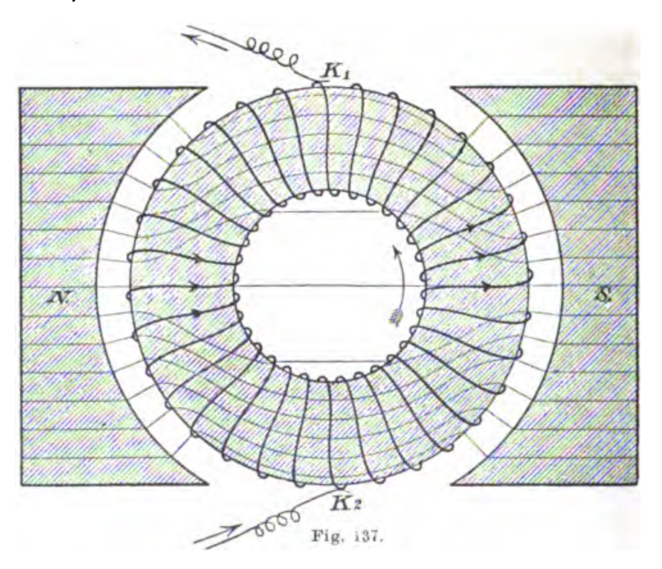


Fig. 137.

zu erhalten. Kontinuierlichen Gleichstrom erhält man durch Rotation des Grammeschen Ringes. Derselbe besteht (Fig. 137) aus einem unterteilten Eisenring, welcher von einem in sich geschlossenen aufgespulten Draht umgeben ist. Der Ring kann um seine Achse zwischen den Polen eines kräftigen Magneten gedreht werden. Der Induktionslinienverlauf ist etwa der in der Figur gezeichnete. Bei der Drehung des Ringes findet starke

Änderung der jede Windung durchsetzenden Induktionslinienzahl statt. Gemäß Regel 5 in § 182 kann man sich leicht klar machen, daß in dem Ringspulenteil oberhalb der horizontalen Symmetrielinie der Figur der Induktionsstrom entgegengesetzt gerichtet ist, wie in dem unteren Teil, derart, daß die induzierte gesamtelektromotorische Kraft des geschlossenen Kreises Null ist. Wollte man daher die Spule an einer Stelle unterbrechen und mittels Schleifringen eine äußere Leitung an der Unterbrechungsstelle einschalten, so würde man keinen Strom in derselben erhalten. Dies kann man aber wohl erreichen, indem man den oberen und unteren Spulenteil nebeneinander schaltet. Dies geschieht dadurch, daß man an den Stellen K_1, K_2, an welchen die Symmetrielinie den Ring schneidet, auf dem Spulendraht zwei Bürsten schleifen läßt. Der Draht muß natürlich an den Schleifstellen ohne Isolation sein. An den Enden einer Leitung, welche man an die beiden Bürsten anlegt, herrscht dann die Spannung, welche in jeder der beiden Ringhälften induziert wird. Anstatt die Bürsten auf der Wickelung schleifen zu lassen, baut man den Anker meist so, daß seine Wickelung aus vielen einzelnen Spulen besteht, deren Enden man mit Metallstreifen verbindet. Diese letzteren sind auf einem Zylindermantel angeordnet, der sich mit der Ringachse dreht. Die Bürsten schleifen auf ihnen. Dieser an allen Gleichstrommaschinen vorhandene Teil heißt Kollektor. Seine Wirkung wird durch Fig. 138 veranschaulicht.

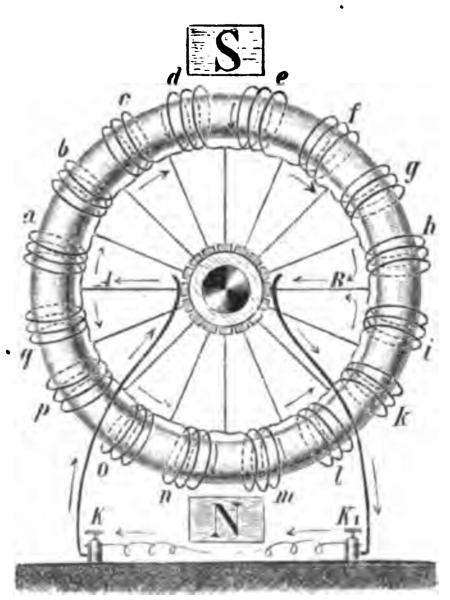


Fig. 138.

Der Eisenkern des Grammeschen Rings wird aus gestanzten Eisenblechringen hergestellt, die zur Vermeidung Foucaultscher Ströme voneinander durch eine Papierbeklebung isoliert sind.

Die Herstellung ist schwierig, weil die Wickelung Handarbeit erfordert, die Windungen auf der Innenseite des Ringes auch wegen der Speichen zusammengedrängt verlaufen müssen. Einfacher herstellbar ist der von v. Hefner-Alteneck 1872 erfundene Trommelanker, dessen Eisenkern voll ist, also nicht aus Ringen, sondern Blechscheiben zusammengesetzt wird. Die Windungen verlaufen auf der Oberfläche des Ankerkerns, und es können die einzelnen Wickelungsteile deshalb gesondert durch die sog. Schablonenwickelung hergestellt und dann auf dem Anker befestigt werden, was eine leichtere, maschinenmäßige und bessere Ausführung verbürgt. Da der Eisenquerschnitt ein größerer, so hat der Trommelanker auch noch Vorteile bezüglich des Wirkungsgrades, indem die Eisenverluste geringere werden als beim Ringanker, in dem die magnetischen Kraftlinien gedrängter verlaufen. Beide Ankertypen verlangen in gleicher Weise einen guten Bau, um der zerreißenden Wirkung der sehr großen Zentrifugalkräfte Widerstand leisten zu können. Der Erhitzung durch starke Ströme beugt man durch zweckmäßige Anbringung von Ventilationskanälen vor.



Fig. 139.

202. Dynamomaschine. Der permanente Magnetismus, welchen Stahl annimmt, ist viel kleiner als der temporäre Magnetismus, welchen man einer gleichgestalteten Menge weichen Eisens dadurch erteilen kann, daß man sie dem starken Magnetfeld einer stromdurchflossenen Spule aussetzt. Es ist daher zweckmäßig, den Stahlmagneten der magnetelektrischen Maschine durch einen Elektromagneten zu ersetzen. Von W. von Siemens wurde 1867 der ungeheuer bedeutsame Vorschlag gemacht, direkt den Induktionsstrom ganz oder teilweise zur Speisung des Elektromagneten zu benutzen, und dadurch der Grundstein gelegt, auf welchem sich die Starkstromtechnik aufbaut. In dieser Anordnung heißt

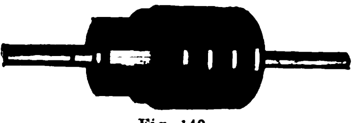


Fig. 140.

die Maschine eine **Dynamomaschine.** Der feste Elektromagnet heißt **Feldmagnet,** der drehbare Teil, in welchem die



Fig. 141.

Induktionsströme erzeugt werden, der **Anker.** Derselbe ist ein Ring- oder ein Trommelanker. Die Windungen des Feldmagneten, des Ankers und die Nutzleitung seien z. B. hintereinander geschaltet. Wird der Anker in Umdrehung versetzt, so entsteht wegen des geringen, immer vorhandenen, remanenten Magnetismus des Feldmagneten ein schwacher Induktionsstrom in ihm; derselbe verstärkt, wenn die Drehung in richtigem Sinn erfolgte, den Feldmagnetismus. Dadurch wird auch der Induk-



Fig. 142.

tionsstrom stärker, und so steigert sich der Magnetismus des Feldmagneten in der Zeit des Angehens der Maschine bis hinauf zu sehr hohen Induktionswerten. Die Figg. 139—142 zeigen Feldmagneten und Anker einer kleinen zweipoligen und einer größeren zehnpoligen Dynamomaschine der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft Berlin; Fig. 143 die letztere fertig montiert.



Fig. 143.

203. **Klemmenspannung** nennt man die Potentialdifferenz der Polklemmen, an welche die äußere Leitung angelegt wird. Beträgt sie K Volt, während der Strom i Amp. aus der Maschine entnommen wird, so ist Ki Watt der elektrische Effekt in der äußeren Leitung. Die gesamte induzierte elektromotorische Kraft E ist, wenn die Maschine Widerstand besitzt, verschieden von der Klemmenspannung. E setzt sich nämlich zusammen aus der Klemmenspannung, welche das gesamte Potentialgefälle in der äußeren Leitung ist, und dem Potentialfall im Inneren der Maschine. Dieser ist die zum Treiben des Stroms i durch den Widerstand w_i der Maschine nötige e. m. K., also gleich iw_i. Es ist also

$$E = K + iw_i.$$

In der magnetelektrischen Maschine, deren Feldmagnet von konstanter Stärke ist, ist die induzierte elektromotorische Kraft bei gleichbleibender Drehgeschwindigkeit unabhängig von der Stärke des dem Anker entnommenen Stromes. Für die Klemmenspannung gilt dies dagegen nicht. Nur wenn kein Strom entnommen wird oder der innere Widerstand der Maschine sehr

klein ist im Verhältnis zum Außenwiderstand, sind induzierte e. m. K. und Klemmenspannung identisch (siehe auch § 107). Anderenfalls ist die Klemmenspannung nur ein Teil der gesamten e. m. K. Bei Entnahme eines kräftigen Stromes kann die Klemmenspannung erheblich sinken. Man kann den Potentialverlust geringer machen, indem man der Maschine eine zweite gleiche parallel schaltet. Dann fällt der innere Widerstand der Maschine auf die Hälfte. Laufen beide gleichgebauten Maschinen gleich schnell, so daß sie gleiche Induktionsspannung liefern, so fließt kein Strom, wenn man beide zusammen schaltet. Erst bei äußerer Stromentnahme liefern beide Maschinen gleichmäßig Strom. Sobald eine Maschine durch Nachlassen ihrer Antriebsmaschine langsamer läuft, sinkt ihre Spannung, sie entnimmt Strom aus der anderen Maschine, der sie wieder beschleunigt. Nimmt man den Antrieb der parallelgeschalteten Maschine ganz fort, so läuft sie als Motor, indem sie der treibenden Maschine solange Strom entnimmt, als ihre Geschwindigkeit hinter der der letzteren zurückbleibt. Hat der Motor keine Arbeit zu leisten, so laufen beide Maschinen ohne Strom- und Energieverbrauch gleich schnell. Sobald die Motormaschine aber Arbeit zu leisten hat, was in geringem Betrage auch beim Leerlauf infolge der stets vorhandenen Achsenreibung und der Energieverluste durch Stromwärme immer der Fall ist, verbraucht sie Strom und Energie, die die Antriebsmaschine zu liefern hat.

204. Schaltungsweisen der Dynamomaschine. Bei der Dynamomaschine mit Eigenerregung ist die Stärke des Feldmagneten nicht konstant, sondern verändert sich mit der Stärke des aus der Maschine in die Außenleitung entnommenen Stromes. Daher ist bei ihr nicht nur die Klemmenspannung, sondern auch die e. m. K. durch die Stromentnahme beeinflußt, und zwar in je nach der Maschinenschaltung verschiedener Weise. Man unterscheidet Dynamomaschinen in Reihen- oder Hauptschluß-, in Nebenschluß- und in Compoundschaltung. Sind Anker, Feldmagnet und Nutzleitung hintereinander geschaltet (Fig. 144, 1), so heißt die Maschine eine Reihen- oder Serienmaschine. Wird der äußere Widerstand groß, so wird der Maschinenstrom klein, der Feldmagnet schwach, und die Maschine hört zu arbeiten

auf. Sie arbeitet am stärksten bei starker Belastung. Bei Entnahme starken Stromes wird es nutzlos und verlustbringend, denselben ganz die Feldwindungen durchlaufen zu lassen, weil der Feldmagnet schon durch schwächeren Strom gesättigt ist. Deshalb ist es dann zweckmäßig, nur einen Teil des Maschinenstromes für die Felderzeugung zu verwenden. Dies geschieht in der Nebenschlußmaschine. Bei ihr sind Feldmagnet, Anker und Nutzleitung parallel geschaltet (Fig. 144, 2). Hier findet das Umgekehrte statt. Bei starker Stromentnahme, also

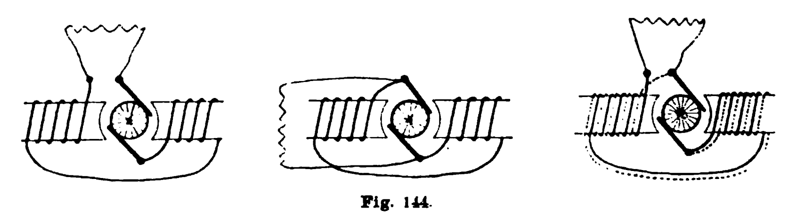


Fig. 144.

geringem Widerstand in der Nutzleitung, wird Strom dem Feldmagneten entzogen, und die Maschine arbeitet schwächer. Diese Maschine ist die verbreitetste.

Die Compoundmaschine ist eine kombinierte Reihen- und Nebenschlußmaschine. Sie besitzt zwei Schenkelwindungen. Die eine, starkdrähtige ist in Reihenschluß, die zweite, dünndrähtige in Nebenschluß geschaltet (Fig. 144, 3). Bei passender Abgleichung ist eine weitgehende Unabhängigkeit der Klemmenspannung vom äußeren Widerstand zu erreichen.

Eine Kurve, welche die Klemmenspannung in ihrer Abhängigkeit vom entnommenen Strom darstellt, charakterisiert das Verhalten der Maschine und heißt darum die Charakteristik derselben.

205. Elektromotor. Wie die magnetelektrische Maschine, so sind natürlich auch die Dynamomaschinen, und zwar auch mit Entfaltung viel größerer Arbeitsmengen, als Motoren zu verwenden. Wie bei den Generatoren, so sind auch bei den Motoren solche in Hauptschluß-, Nebenschluß- und Compound- oder Verbundschaltung im Gebrauch. Dieselben unterscheiden sich in ihrer Wirkungsweise und der Art ihrer Verwendung. Weitaus am meisten verwertet ist der Nebenschlußmotor. An das

etwa zu einer Zentrale gehörige Leitungsnetz, dessen Spannung E als annähernd konstant angesehen werden kann, werden Feldmagnet und Anker in Parallelschaltung angelegt. Der Motor wird mit einer solchen Geschwindigkeit laufen, daß die Spannung E des Netzes gerade ausreicht, um den Ankerstrom i durch den Ankerwiderstand w und gegen die im Anker induzierte Spannung K zu treiben, so daß also

$$E = K + iw.$$

Ist der Ankerwiderstand klein, so ist der zweite Summand gegen den ersten zu vernachlässigen, der Motor wird also, welcher Strom auch durch seinen Anker gehen, d. h. wie man ihn auch belasten mag, stets sich so schnell drehen, daß die im Anker induzierte Gegenkraft K fast gleich bleibt, nämlich fast der Netzspannung gleich ist. Der Feldmagnet ist bei dem Nebenschlußmotor aber ganz konstant erregt, da er unmittelbar am Netz anliegt; soll K daher für jede Belastung fast gleich bleiben, so bleibt die Tourenzahl des Motors fast gleich. Beim Nebenschlußmotor ist also die Tourenzahl fast unabhängig von der Belastung. Diese Eigenschaft, die beim Hauptschlußmotor nicht zu finden ist, macht den Nebenschlußmotor vor jenem für die meisten gewerblichen Zwecke wertvoll. Beim Hauptschlußmotor ist der Feldmagnet nicht konstant erregt, weil seine Windungen von dem im Anker induzierten Gegenstrom durchflossen werden. Bei kleiner Belastung ist der Ankerstrom und mit ihm der Feldmagnet schwach, die Tourenzahl hoch, die Zugkraft gering. Ganz ohne Belastung wird die Tourenzahl größer als die Maschine mechanisch vertragen kann, der Hauptschlußmotor „geht durch“. Bei großer Belastung sind Ankerstrom und Feldmagnet stark, die Tourenzahl gering, weil bei langsamer Ankerdrehung die induzierte Gegenkraft K bereits groß wird, die Zugkraft stark. Dies Verhalten macht den Hauptschlußmotor als Antriebsmaschine großer Anzugskraft für elektrische Bahnzwecke sehr geeignet. Bei Kurven und Steigungen geht ein mit Hauptstrommotor ausgerüsteter Wagen von selbst langsamer und daher mit großer Zugkraft. Auch für Krane, die große Lasten langsam heben sollen, sind Hauptstrommotore von Vorteil. Compoundmotore sind selten.

Ein Regulieren der Tourenzahl beim Nebenschlußmotor ist durch Veränderung der Stärke des Feldmagneten mittels Vorschaltwiderstand zu erreichen. Es ist aus der vorhergehenden Besprechung ohne Weiteres ersichtlich, daß eine Schwächung des Feldmagneten durch Vorschalten von Widerstand eine Erhöhung der Drehungsgeschwindigkeit zur Folge hat. Der Anker muß sich im schwächeren Felde schneller drehen, um die gleiche elektromotorische Gegenkraft zu liefern.



Fig. 145.

Elektromotore dürfen wegen der Gefahr des Durchbrennens und wegen des Stoßes, den sie erleiden, nicht plötzlich an die Netzspannung angelegt, sondern müssen angelassen werden. Zum Anlassen der Elektromotoren wie überhaupt zur Regulierung der Intensität starker Ströme benutzt man Schiebe- oder Kurbelwiderstände nach Art Fig. 145 und 146 oder auch einen Glühlampensatz. Die Lampen eines solchen sind parallel geschaltet, durch Einschrauben der Glasbirnen erhält man also eine Widerstandsverkleinerung. Welche Type von Dynamomaschine oder Motor man wählen muß, hängt, wie auseinandergesetzt, ganz von der Art seiner Verwendung ab. Ebendanach ist auch zu entscheiden, ob man eine Maschine mit vielen Windungen dünnen Drahtes oder eine solche mit wenig Windungen dicken Drahtes zu wählen hat. Für galvanoplastische Zwecke z. B. wird man letztere wählen, welche große Stromstärke mit niedriger Spannung liefert. Für Fälle, wo man aus einer elek-



Fig. 146.

trischen Anlage starke Ströme niederer Spannung entnehmen kann, aber schwächeren Strom von höherer Spannung benutzen will, oder umgekehrt, benutzt man Transformatoren für Gleichstrom. Sie bestehen aus zwei Dynamomaschinen, deren Anker auf einer Welle befestigt sind und verschiedene Wickelung, eine dick- und eine dünndrähtige, besitzen.

Erwähnt werden mag noch, daß wir bei unseren Betrachtungen die Rückwirkung ganz aus dem Spiel ließen, welche die Ströme im Anker auf das Magnetfeld des Feldmagneten ausüben. Eine solche findet nun stets mehr oder weniger statt und hat eine Verzerrung des Feldes und damit z. B. eine Verrückung der Stellen K_1 und K_2 (Fig. 137), an welchen die Bürsten anzulegen sind, im Sinne der Ankerdrehung zur Folge. Man erkennt dies am Auftreten einer kräftigen Funkenbildung an den Bürsten und hat zur Vermeidung dieser Funken, die schnell den Kollektor zerstören würden, die Bürsten im Sinne der Drehung des Ankers zu verrücken. Ganz zu umgehen ist die Funkenbildung nicht, weil die Drehung der Indifferenzpunkte von der Belastung abhängt. Man hat indessen Generatoren und Motore konstruiert, bei welchen durch Hilfsmagnete, die vom Maschinenstrom erregt werden, die Ankerrückwirkung aufgehoben wird. Es sind dies die sog. Wendepolmaschinen.

Die mechanische Leistung einer Maschine mißt man mit dem Bremsdynamometer. Den Quotienten aus gelieferter und zum Betrieb aufgewandter Energie nennt man den Wirkungsgrad der Maschine. Dabei ist beim Motor die gelieferte Energie mechanische, die aufgewandte Energie elektrische, beim Generator umgekehrt.

Telephon und Mikrophon.

206. Das Telephon, erfunden von Graham Bell, ist ein Instrument, welches Töne auf elektrischem Wege in die Ferne zu übermitteln erlaubt. Es besteht aus einer dünnen Membran aus weichem Eisen, vor welcher sich in geringer Entfernung ein permanenter Magnet befindet (Fig. 147). Um das der Membran zugewandte Ende des Magneten ist eine Spule gewickelt. Zwei solche Telephone werden durch eine an die freien Enden

ihrer Spulen gelegte Fernleitung verbunden. Spricht man gegen die Membran des einen Apparats, so wird dieselbe in akustische Schwingungen versetzt, und es werden durch das so rasch wiederholte Nähern und Entfernen der Membran in der Spule Induktionsströme erzeugt. Diese Ströme kräftigen und schwächen den Magneten des Empfängertelephons und bewegen daher dessen Membran in gleichem Tempo, in dem die Membran des Gebertelephons vibriert. Fig. 148 zeigt eine Anordnung, mittels derer im Verein mit einem Galvanometer man die Entstehung der Induktionsströme im Telephon anschaulich demonstrieren kann. *M* ist ein Stahlmagnet, *K* ein Eisenstück. Die Enden der Spule I führen zu einem Galvanometer.

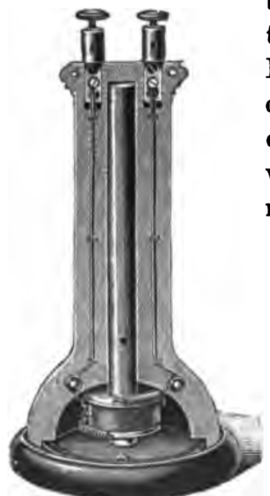


Fig. 147.

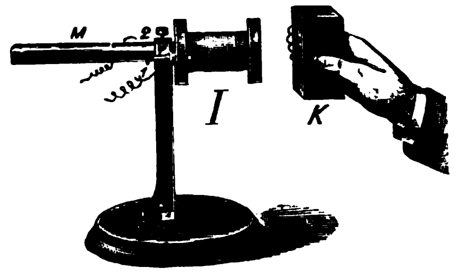


Fig. 148.

Ungleich kräftigere Stromschwankungen herzustellen erlaubt das von Hughes erfundene

207. Mikrophon. Es besteht aus einer Membran, gegen welche gesprochen wird, und welche fest verbunden ist mit einem kleinen Kohleblättchen. Gegen dieses liegt lose an ein zweites Kohlestückchen. Ein Element wird durch diesen losen Kohlekontakt und entweder direkt das Telephon, oder besser einen kleinen Induktionsapparat geschlossen, an dessen Sekundärspule das Telephon anliegt. Spricht man gegen die Membran, so wird durch deren Bewegung der Kontakt fortwährend verbessert und verschlechtert, und es entstehen so Stromschwankungen, welche die Telephonmembran zu gleichen Schwingungen bringen, wie sie die Mikrophonmembran ausführt. Es ist eine merkwürdige Eigentümlichkeit des Kohlekontakts, daß auf diese

Weise die Sprache mit ihren vielen Modulationen, die Töne von Instrumenten mit ihrer Klangfarbe wiedergegeben werden. Bei dem Telephon wird im Geberapparat ein Teil der Energie der Schallbewegung in elektrische Energie, im Empfänger ein Teil der elektrischen wieder in solche von Schallbewegung zurück-

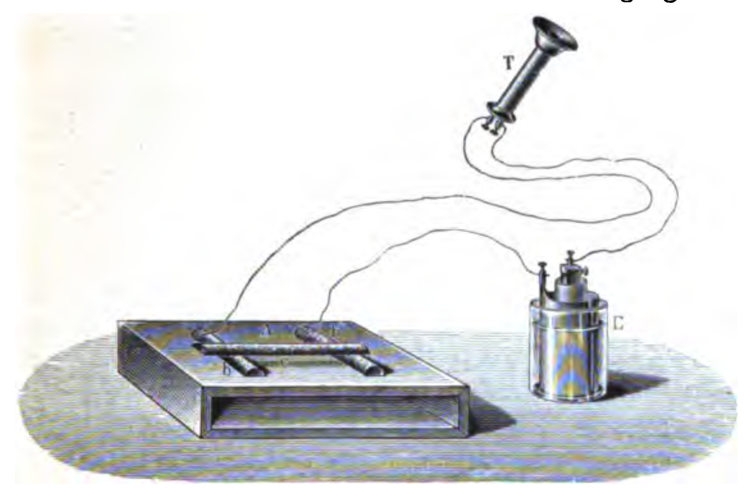


Fig. 149.

verwandelt. Verluste in dem Widerstand der Leitung bedingen es, daß der Ton im Empfänger notwendig schwächer ist als im Geber. Bei dem Mikrophon wird durch die Bewegung der Membran die Energiequelle des Elements ausgelöst. Der Ton im Empfängertelephon kann viel stärker sein als der ins Mikrophon gesprochene. Fig. 149 zeigt das Prinzip des Mikrophons.

Elektrische Beleuchtung.

208. Kohle- und Quecksilberbogenlampe. Kohle- und Metallfadenglühlampe. Nernstlampe. In diesem den mehr technischen Dingen gewidmeten Abschnitt sei auch noch kurz der Verwendung der Maschinenströme im Beleuchtungswesen und der modernen Fortschritte desselben gedacht. In der Beleuchtungstechnik wird ein möglichst großer Nutzeffekt erstrebt, d. h. es muß in der Lampe ein möglichst großer Bruchteil der für sie aufgewandten elektrischen Energie in Lichtenergie umgesetzt, also es müssen anderweitige Energieverluste, vor

allem die Ausstrahlung von Wärme, prozentisch möglichst klein gemacht werden. Wie man hierfür zu verfahren hat, lehren die Gesetze der Wärmestrahlung, insbesondere das von W. Wien für die Strahlung des schwarzen Körpers theoretisch abgeleitete sog. Verschiebungsgesetz. Dieses sagt aus, daß das Produkt aus der Wellenlänge λ_{max} der in maximaler Intensität ausgesandten Strahlung und der absoluten Temperatur T für einen strahlenden schwarzen (d. h. Strahlung weder durchlassenden noch reflektierenden) Körper eine universelle Konstante ist, die nach Messungen von O. Lummer und E. Pringsheim, für λ in Mikron ausgedrückt, den Wert 2940 hat, so daß

$$\lambda_{max} \cdot T = 2940.$$

Nach diesem Gesetz liegt bei der Temperatur 1000° die Wellenlänge maximaler Emission bei 2,3 μ, also noch weit im Gebiet der unsichtbaren Wärmestrahlung. Die Temperatur des strahlenden schwarzen Körpers muß wesentlich höher liegen, wenn das Maximum der Strahlung ins Gebiet sichtbarer Wellen rücken soll, sie muß für $\lambda_{max} = 0{,}5\,\mu$ (grünes Licht) zum Beispiel etwa 5600° Celsius betragen. Dies ist eine ungemein hohe Temperatur, welche etwa derjenigen der Sonne entsprechen mag. Um denselben günstigen Bedingungen der Lichtemission in elektrischen Lampen wenigstens soweit als möglich nahezukommen, hat man in diesen auf eine Erreichung einer der obigen sich möglichst nähernden Temperatur bedacht zu sein. Die für die Erzeugung elektrischen Lichts benutzten Strahler, nämlich Kohle und Metalle sowie Metalldämpfe sind zwar nicht als schwarze Körper anzusehen. Immerhin gelten aber auch für sie die obigen Betrachtungen wenigstens angenähert. Eine wesentliche Abweichung zeigt dagegen der Nernstbrenner (siehe Ende dieses Paragraphen). Von allen bisher technisch benutzten Lichtquellen steht in Bezug auf Ökonomie die Bogenlampe an erster Stelle. Das Zentrum der Lichtemission ist bei der Kohlebogenlampe die positive Kohle, die sich während des Gebrauches kraterförmig aushöhlt, und deren absolute Temperatur ca. 4000° beträgt (negative Kohle ca. 3000°). Infolge einer im Lichtbogen sich ausbildenden Gegen-e. m. K. sind etwa 40—50 Volt Betriebsspannung an den Kohlen nötig. Bogenlampen haben einen von

ihrer Lichtstärke abhängigen Nutzeffekt. Sie werden von ca. 2—300 Normal-Kerzenlampen bis hinauf zu 70000 NK. und mehr gebaut. Sie geben pro Ampère im Mittel etwa 100 NK., brauchen also pro NK. ungefähr $\frac{1}{2}$ Watt. Etwa das dreifache beträgt die Lichtausbeute bei den sog. Effektbogenlampen, in denen nach der Erfindung von Bremer durch Imprägnieren der Kohlen mit Salzen der Lichtbogen selbst, der bei der gewöhnlichen Bogenlampe fast gar kein Licht emittiert, zu heller Strahlung gebracht wird, deren Farbe von der Natur der Salzmischung abhängt. Kosten entstehen noch durch die schnelle Kohlenabnützung. In den sog. Dauerbrandbogenlampen ist durch Verschließen des Brennraums und damit Entfernung des Sauerstoffs die Kohlendauer von 6—20 Stunden der gewöhnlichen Bogenlampe bis auf 80—300 Stunden hinaufgesetzt. Ein sehr intensives, wegen seiner ausgesprochen grünen Farbe für das tägliche Leben allerdings nicht gerade angenehmes Licht gibt die Quecksilberbogenlampe, in welcher der Lichtbogen im luftleeren Raum zwischen Quecksilberelektroden brennt. Eine solche Lampe brennt mit ca. 3 Amp., hat 75 Volt Gegenspannung und verbraucht ca. 1 Watt pro NK. Auch diese Lampe brennt mit größerem Nutzeffekt bei höherer Temperatur, jedoch bestimmt das Schmelzen des Glases die obere Grenze derselben. Diese ist höher gesetzt, und es wird gleichzeitig wegen der fehlenden Wärmeausdehnung eine große Sicherheit gegen ein Springen der Lampe erreicht, wenn man anstatt des Glases zur

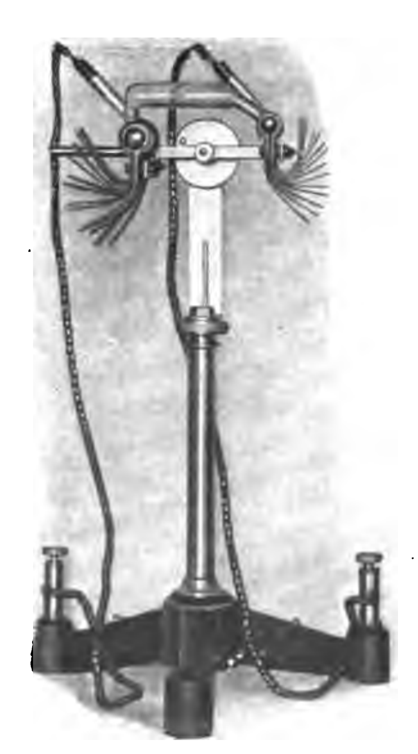


Fig. 150.

Fabrikation der Lampe geschmolzenen Quarz verwendet. Die Quarzlampe von Heraeus (Fig. 150) braucht $\frac{1}{4}$ Watt pro NK., und ihre Brenndauer wird auf etwa 1000 Stunden angegeben. Während der ersten Augenblicke nach dem Anschließen, während der sog. Einbrennperiode benötigt sie etwas andere Stromverhältnisse wie nachher. Die dafür nötige Widerstandsänderung im äusseren Stromkreis geschieht automatisch durch die eigene Temperaturänderung eines Eisenwiderstandes. In der Einbrennperiode braucht die Lampe 8 Amp. und 30 Volt an ihren Klemmen. Bei einer Netzspannung von 220 Volt ist ein unveränderlicher Widerstand von 7,5 Ohm eingeschaltet. Es bleiben also $220 - 30 - 8 \times 7{,}5 = 130$ Volt im Zusatzwiderstand zu verzehren, dieser muß also von 8 Amp. durchflossen und dadurch erhitzt die Größe von etwa $\frac{130}{8} = 16{,}3$ Ohm haben. Nach Ablauf der Einbrennperiode ist der Druck in der Lampe auf 1 Atmosphäre gestiegen, die Lampe braucht jetzt 180 Volt, aber nur noch 3,5 Amp. Jetzt sind also nur noch $220 - 180 - 3{,}5 \times 7{,}5 =$ ca. 14 Volt im Vorschaltwiderstand zu vernichten, der dazu jetzt $\frac{14}{3{,}5} = 4$ Ohm betragen muß. Der veränderliche Eisenwiderstand muß also so gebaut sein, daß er durch die Abkühlung bei der Stromverringerung, die die wachsende Gegenkraft der Lampe bewirkt, von 16 Ohm auf 4 Ohm sinkt. Die Quarzlampe gibt sehr intensives ultraviolettes Licht, welches die umgebende Luft stark ozonisiert. Das Auge ist mit einer gläsernen Brille zu bewaffnen, sonst Gefahr heftiger Entzündung.

In der Glühlampentechnik werden zur Zeit die Kohlefadenlampen, welche $3\frac{1}{2}$ Watt für die NK. brauchen, immer mehr durch die Metallfadenlampen verdrängt, in welchen Drähte aus Tantal, Osmium, Wolfram oder Zirkonium glühen. Solche Drähte halten wesentlich höhere Temperaturen aus als Kohle, welche in heller Weißglut zu zerstäuben beginnt, und dadurch wird der bessere Nutzeffekt gewährleistet. Folgende Angaben werden von den sie fabrizierenden Firmen gemacht:

Tantallampe (Siemens & Halske, Berlin), hergestellt in Kerzenstärke 12—50 NK. für Netzspannungen 50—240 Volt; hat Brenndauer von ca. 800 Stunden, braucht pro NK. 1,5—1,7 Watt und ist gegen Erschütterungen unempfindlich.

Osramlampe (Deutsche Gasglühlicht A.-G., Berlin), hergestellt in Kerzenstärke 25—400 NK. für Netzspannungen 100 bis 220 Volt, hat Brenndauer von ca. 1000 Stunden, braucht pro NK. 1,0—1,2 Watt. Der Faden wird durch Erschütterungen leicht zerstört.

Für weitere Metallfadenlampen, Wolframlampe, Zirkonlampe wird der Verbrauch pro NK. auf 1 Watt angegeben. Endlich ist zu erwähnen die Nernstlampe, in welcher ein kleines aus Oxyden seltener Erden (analog dem Auerschen Gasglühlicht-Strumpf) hergestelltes Stäbchen L durch den elektrischen Strom zur hellen Weißglut gebracht wird. Da das Stäbchen aber im

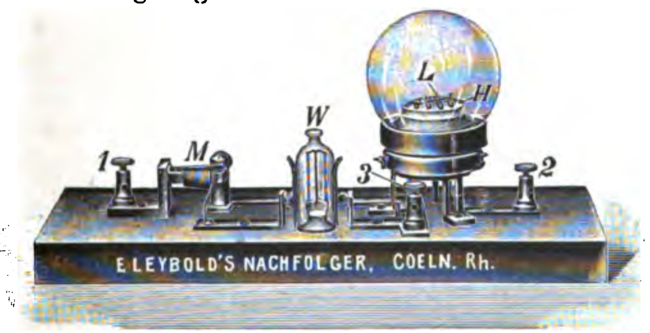


Fig. 151.

kalten Zustand nicht leitet, so ist ein vorheriges Anwärmen desselben bis zur schwachen Rotglut nötig, was durch einen sich mittels eines kleinen Elektromagneten M selbsttätig hierfür ein- und ausschaltenden Heizdraht H bewirkt wird (Fig. 151). Spannungsschwankungen kompensiert ein Eisendrahtwiderstand W (§ 101). Der Verbrauch pro Kerze hat etwa den gleichen Betrag von 1,5 bis 1,7 Watt wie bei der Tantallampe. Die Nernstlampen werden von der Allgem. Elektrizitäts A.-G. in Berlin in den Kerzenstärken 16—1000 NK. für Netzspannungen 100—300 Volt hergestellt und haben eine Brenndauer von 300—400 Stunden. Die Cer-, Didym- etc.-Salze sind durchlässig für Wärmestrahlen, besitzen dagegen im blauen Licht des sichtbaren Spektrums eine kräftige selektive Absorption. Gemäß dem Kirchhoffschen Gesetz strahlen sie darum vorwiegend blaues Licht und wenig Wärme. Darum der gute Nutzeffekt und die bläuliche Farbe von Auer- und Nernstlicht.

Zehnter Abschnitt.

Wechselströme.

209. Prinzip der Wechselstromerzeugung. Die Vorrichtung des § 199, eine in homogenem Magnetfeld mit konstanter Geschwindigkeit rotierende Spule, lieferte eine rein sinusförmige Wechselspannung an den Enden derselben. Auch die magnetelektrische Maschine ohne Kommutiervorrichtung lieferte eine Wechselspannung. Dasselbe erreicht man besser mit den Wechselstrommaschinen, welche zum Grundprinzip fast sämtlich dasjenige haben, daß eisenerfüllte Spulen an starken Elektromagnetpolen vorbeigeführt werden. Diese Wechselspannungen haben indessen, wie auch bei den magnetelektrischen Maschinen, im allgemeinen nicht mehr rein sinusförmigen Verlauf, sondern weichen mehr oder weniger davon ab. Jedoch kommt man in den meisten Fällen bei der Berechnung der Strom- und Spannungsverhältnisse mit der Annahme einer den zeitlichen Verlauf der e. m. K. darstellenden Sinusfunktion aus. Dies geschieht auch im folgenden, wo die Beziehungen zwischen Stromstärke und elektromotorischer Kraft in verschieden beschaffenen Stromkreisen berechnet werden sollen.

210. Stromstärke und elektromotorische Kraft in einem induktionsfreien Widerstand. Ist die e. m. K. gegeben als

$$e = e_0 \sin \omega t,$$

Anmerkung. In diesem Abschnitt wird von der bisherigen Bezeichnungsweise der e. m. K. mit dem Buchstaben E abgewichen, und induzierte e. m. K. wie Stromstärke mit den kleinen Buchstaben e und i bezeichnet. Es geschieht dies im Anschluß an die Lehrbücher der Technik, um diese Momentanwerte zu unterscheiden von den viel gebrauchten Effektivwerten der gleichen Größen, welche E und J genannt werden. In den anderen Abschnitten dieses Buches ist mit e eine Elektrizitätsmenge bezeichnet.

so fließt nach dem Ohmschen Gesetz in dem Widerstand w der Strom:

$$i = \frac{e_0}{w} \sin \omega t = i_0 \sin \omega t.$$

Der Maximalwert der Stromstärke ist $i_0 = \frac{e_0}{w}$. Der Strom ist auch sinusförmig und in jedem Augenblick mit der e. m. K. in Phase.

In einem gegebenen Zeitmoment t hat die Stromstärke den Wert

$$i = i_0 \sin \omega t.$$

Nach einer gewissen Zeit T hat sie den Wert

$$i' = i_0 \sin \omega (t + T).$$

Das Argument des sin, die sog. Phase des Wechselstroms, hat dabei um ωT zugenommen. Der sin hat wieder denselben Wert wie zur Zeit t, wenn diese Zunahme gleich 2π ist. Dann ist T die Dauer einer ganzen Periode. Dieselbe ist mit ω also verbunden durch

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

wo n die Periodenzahl pro Sekunde ist. Man nennt n auch die Frequenz des Wechselstroms. $2n$ ist die Wechselzahl.

211. Stromkreis mit Selbstinduktion, aber zu vernachlässigendem Ohmschen Widerstand. Es fließe in der Spule der Strom

$$i = i_0 \sin \omega t.$$

Wir wollen die e. m. K. berechnen, welche an den Enden der Spule wirken muß, damit der Strom fließt. Die Selbstinduktion L der Spule veranlaßt eine Gegen-e. m. K., welche den Strom zu verhindern sucht und die Größe hat:

$$-L\frac{di}{dt} = -L i_0 \omega \cos \omega t.$$

Eine dieser Gegenkraft entgegengesetzt gleiche e. m. K. muß man an die Enden der Spule anlegen, damit der Strom i bestehen kann. Es ist also:

$$e = L\frac{di}{dt} = L i_0 \omega \cos \omega t = L i_0 \omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = e_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

die zur Erzeugung des Stromes $i = i_0 \sin \omega t$ nötige e. m. K. Sie

ist auch eine Sinusfunktion, und zwar hinkt der Strom der Spannung um $\frac{\pi}{2}$ nach (Fig. 152). Der Maximalwert des Stromes ist i_0, der Maximalwert der e. m. K. ist $e_0 = L i_0 \omega$. Ohne zunächst auf die Phasenverschiebung Rücksicht zu nehmen, kann man also die Wirkung der Selbstinduktion der Spule so auffassen, als ob diese einen Widerstand hätte, der gegeben ist durch $\frac{e_0}{i_0} = L\omega$. Der Maximalwert der Stromstärke steht zu dem der e. m. K. in der Beziehung

$$i_0 = \frac{e_0}{L\omega},$$

ist also um so kleiner, je größer der Selbstinduktionskoeffizient der Spule ist, und je größer die Wechselzahl ist. $L\omega$ heißt der Wechselstromwiderstand der Selbstinduktion oder Induktanz.

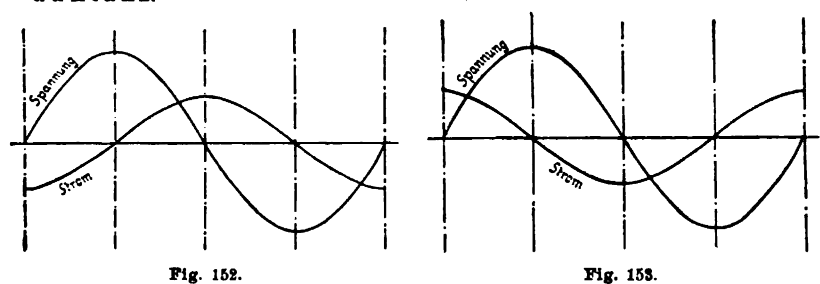


Fig. 152. Fig. 153.

212. Widerstandsloser Stromkreis, der eine Kapazität enthält. Die Maschine liefere eine e. m. K.

$$e = e_0 \sin \omega t.$$

Der Kondensator mit der Kapazität C wird sich in jedem Augenblick auf die gleiche Potentialdifferenz aufladen. Dabei fließt in der Leitung ein Strom, welcher in jedem Augenblick gegeben ist durch:

$$i = C\frac{de}{dt} = Ce_0\omega \cos \omega t = Ce_0\omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = i_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Auch hier ist der Strom eine Sinusfunktion, eilt aber der Spannung um $\frac{\pi}{2}$ vorauf (Fig. 153). Sein Maximalwert ist

$$i_0 = Ce_0\omega.$$

Der Wechselstromwiderstand einer Kapazität ist daher $\frac{e_0}{i_0} = \frac{1}{C\omega}$.

Er ist um so kleiner, je größer Kapazität und Wechselzahl ist. Mit steigenden Werten dieser Größen nimmt für eine gegebene sinusförmige e. m. K. die Stromstärke zu.

213. Stromkreis, welcher Widerstand und Selbstinduktion enthält. Um den Strom $i = i_0 \sin \omega t$ fließen zu lassen, muß erstens eine den Ohmschen Widerstand überwindende elektromotorische Kraft e_1 wirken, welche nach § 210 ist:

$$e_1 = i_0 w \sin \omega t.$$

Außerdem muß eine e. m. K. e_2 wirken, welche den Widerstand der Selbstinduktion überwindet, diese ist nach § 211:

$$e_2 = i_0 \omega L \cos \omega t.$$

Insgesamt also:

$$e = e_1 + e_2 = i_0 (w \sin \omega t + \omega L \cos \omega t).$$

Eine Übereinanderlagerung zweier Sinusfunktionen gleicher Periode ergibt nun aber, wie man leicht zeigen kann, stets wieder eine Sinusfunktion. In Fig. 154 setzen sich z. B. die beiden sinusförmigen Ströme i_1 und i_2 zu dem resultierenden Strom i zusammen, der durch Addition der Momentwerte erhalten wird und den Verlauf der dick ausgezogenen Sinuskurve hat. Auch rechnerisch läßt sich dies in einfacher Weise herleiten.

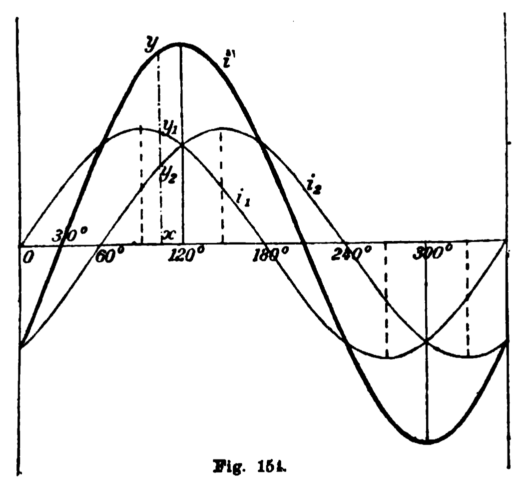


Fig. 154.

Es ist nämlich

$$A \sin \alpha + B \cos \alpha = \sqrt{A^2 + B^2}\left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \sin \alpha + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \cos \alpha\right).$$

Setzen wir

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{B}{A},$$

so ist:

$$\sin\varphi = \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}} \quad \text{und} \quad \cos\varphi = \frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}.$$

Daher ist:

$$A \sin\alpha + B\cos\alpha = (\cos\varphi\sin\alpha + \sin\varphi\cos\alpha)\sqrt{A^2+B^2}$$
$$= \sqrt{A^2+B^2}\sin(\alpha+\varphi),$$

worin φ gegeben ist durch $\operatorname{tang}\varphi = \frac{B}{A}$.

Wendet man diesen Umformungssatz auf den Ausdruck für e an, so wird

$$e = i_0\sqrt{w^2+\omega^2L^2}\sin(\omega t+\varphi), \quad \text{wobei} \quad \operatorname{tang}\varphi = \frac{\omega L}{w}.$$

Dies ist also die sinusförmige e. m. K., welche man anzuwenden hat, um den Strom

$$i = i_0 \sin\omega t$$

in einem Leiter mit Ohmschem Widerstand und Selbstinduktion zu betreiben. Der Maximalwert der rein sinusförmigen e. m. K. ist:

$$e_0 = i_0\sqrt{w^2+\omega^2L^2}.$$

Der Wurzelausdruck ist der Wechselstromwiderstand eines Leiters mit Widerstand und Selbstinduktion. Er wird Impedanz genannt. Er ist um so größer, je größer die Frequenz des Wechselstroms ist. Für sehr schnelle elektrische Schwingungen hat ωL einen so großen Wert, daß in vielen Fällen w dagegen zu vernachlässigen ist.

Gleichzeitig zeigt der abgeleitete Ausdruck für e, daß der Strom der e. m. K. nacheilt, und zwar um eine Phasendifferenz φ, deren Tangente durch den Quotienten $\frac{\omega L}{w}$ aus den Wechselstrom-Teilwiderständen gegeben ist. Je mehr der Einfluß der Selbstinduktion vorwiegt, desto mehr nähert sich die Phasendifferenz 90°.

Eine e. m. K. $e = e_0 \sin\omega t$ erzeugt einen Strom

$$i = i_0(\sin\omega t - \varphi), \quad \text{wo} \quad i_0 = \frac{e_0}{\sqrt{w^2+\omega^2L^2}} \quad \text{und} \quad \operatorname{tang}\varphi = \frac{\omega L}{w}.$$

214. Stromkreis, welcher Widerstand und Kapazität in Reihe geschaltet enthält. Um den Strom $i = i_0 \sin\omega t$ fließen zu lassen, ist nötig, erstens an den Enden des Widerstandes die e. m. K.

$$e_1 = i_0 w \sin\omega t,$$

welche in Phase mit dem Strom ist, und zweitens nach § 212 an den Kondensatorplatten eine e. m. K.

$$e_2 = i_0 \cdot \frac{1}{\omega C} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{i_0}{\omega C} \cos \omega t.$$

Daher ist die zur Erzeugung des Stromes nötige Gesamt-e. m. K.:

$$e = e_1 + e_2 = i_0\left(w \sin \omega t - \frac{1}{\omega C} \cos \omega t\right) = i_0 \sqrt{w^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \sin(\omega t - \varphi),$$

wobei $\operatorname{tang} \varphi = \frac{1}{\omega C w}$.

Dies erhält man durch Einsetzen von $A = w$, $B = -\frac{1}{\omega C}$ in die Umformungsgleichung für $A \sin \alpha + B \cos \alpha$.

Der Strom eilt der e. m. K. voran um den Phasenwinkel φ. Der Wechselstromwiderstand ist $\sqrt{w^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$.

215. Stromkreis, welcher Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität in Reihe enthält. Um den Strom $i = i_0 \sin \omega t$ zu erzeugen, ist eine Summe dreier e. m. K. erforderlich: Erstens nach § 210:

$$e_1 = i_0 w \sin \omega t.$$

Zweitens nach § 211:

$$e_2 = i_0 \omega L \cos \omega t.$$

Drittens nach § 212:

$$e_3 = i_0 \cdot \frac{1}{\omega C} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -i_0 \frac{1}{\omega C} \cos \omega t.$$

Die Summe ist:

$$e = e_1 + e_2 + e_3 = i_0\left[w \sin \omega t + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \cos \omega t\right]$$

$$= i_0 \sqrt{w^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \sin(\omega t + \varphi),$$

wo

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{w}.$$

Der Wechselstromwiderstand ist $\sqrt{w^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$.

Die e. m. K. ist in ihrer Phase dem Strom voraufeilend oder nachfolgend, je nachdem ωL größer oder kleiner ist als $\frac{1}{\omega C}$. Sind diese beiden Wechselstromwiderstände von Selbst-

induktion und Kapazität gleich, dann sind e. m. K. und Strom in Phase. Damit dies der Fall ist, muß

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

oder

$$L = \frac{1}{\omega^2 C}$$

sein. Dann kompensieren sich Kapazität und Selbstinduktion völlig, und es ist so, als ob der Leiter nur den Ohmschen Widerstand hätte.

Weitere Besprechung dieser Kompensation in den Paragraphen über Resonanzerscheinungen (§ 269 ff.).

216. Graphische Darstellung durch das Vektordiagramm. In dem Kreise der Fig. 155 mit dem Mittelpunkt O sei ein vertikaler und ein horizontaler Durchmesser gezogen. Ist der Radius des Kreises e_0, und bewegt er sich mit einer Winkelgeschwindigkeit ω um den Kreismittelpunkt, während er am Anfang der Bewegung, d. h. zur Zeit $t = 0$, die Lage OA hat, so bildet er mit dieser Anfangslage zu einer beliebigen Zeit t den Winkel ωt, und seine Projektion $OE = e$ auf die Vertikalachse ist in jedem Augenblick

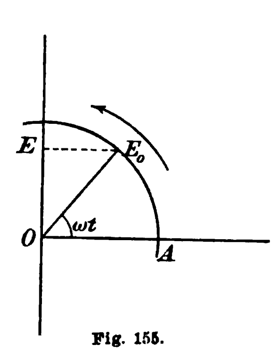


Fig. 155.

$$e = e_0 \sin \omega t.$$

Man kann also durch Rotation eines Radiusvektors, dessen Länge man gleich dem Maximalwert der e. m. K. oder der Stromstärke macht, graphisch aus der Projektion desselben jeden Momentanwert der betreffenden Größe ermitteln. Dieses graphische Verfahren erlaubt ferner mit größter Leichtigkeit die graphische Bestimmung der Summe zweier Sinusfunktionen, welche die gleiche Periode, aber verschiedene Phase haben.

Es werde (Fig. 156) durch Rotation des Radius $OE_1 = e_1$ um O im Sinne des Pfeils die sinusförmige e. m. K.

$$e' = e_1 \sin \omega t$$

dargestellt, d. h. in jedem Augenblick t hat die Projektion auf die Vertikalachse den durch diesen Ausdruck dargestellten Wert.

Durch den Radius $OE_2 = e_2$, welcher mit gleicher Geschwindigkeit, aber um den Winkel φ nacheilend, um O rotiert, wird dann die Funktion:

$$e'' = e_2 \sin(\omega t - \varphi)$$

dargestellt; denn die Projektion dieses Leitstrahls hat in jedem Augenblick diesen Wert. Die Summe dieser beiden Sinusfunktionen ist in jedem Augenblick durch die Summe der Projektionen auf die Vertikalachse gegeben. Die Summe dieser Projektionen ist aber nichts anderes, wie man ganz leicht aus der Figur ersehen kann, als die Projektion der von O aus gezogenen Diagonale des aus OE_1 und OE_2 gebildeten Parallelogramms. Man erhält also das Resultat:

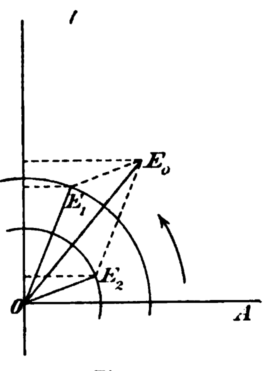


Fig. 156.

Man summiert graphisch zwei beliebige Phasendifferenz besitzende Sinusfunktionen gleicher Periode, indem man ein Parallelogramm bildet, dessen Seiten die Maximalwerte der Sinusfunktionen sind und zwischen sich den Winkel der Phasendifferenz einschließen. Die diesen Winkel teilende Diagonale ist der Maximalwert der Summenfunktion.

Dies Verfahren heißt geometrische Addition.

Zunächst ist ersichtlich, daß das Resultat dieser geometrischen Addition wieder eine reine Sinusfunktion ist. Man kann den Leitstrahl derselben OE_0, welcher also durch seine Länge den Maximalwert der Summenfunktion angibt, geometrisch aus den Leitstrahlen-Maximalwerten OE_1 und OE_2 der zu summierenden Funktionen berechnen. Ebenso den Winkel $OE_0 \wedge OE_1$ oder $OE_0 \wedge OE_2$, welcher die Phasendifferenz der Summenfunktion gegen eine ihrer Komponenten angibt.

In den folgenden Paragraphen sollen einige Fälle graphisch behandelt werden.

217. Stromkreis mit Widerstand und Selbstinduktion. Es werde (Fig. 157) durch den Radiusvektor $OJ_0 = i_0$ der Strom

$$i = i_0 \sin \omega t$$

dargestellt. Um ihn bestehen zu lassen, ist zur Überwindung des Ohmschen Widerstandes nach § 210 eine e. m. K. nötig, welche in Phase mit dem Strom ist, und deren Größe durch Rotation des Vektors $OE_1 = i_0 w$ dargestellt wird. Ferner ist nach § 211 zur Überwindung der Selbstinduktion eine um 90° voraneilende e. m. K. nötig, welche durch den Radiusvektor $OE_2 = i_0 \omega L$ dargestellt wird. Beide e. m. K. setzen sich zusammen zu der Gesamt-e. m. K., welche in jedem Augenblick durch die Projektion der Diagonale OE_0 gegeben ist. Ihr Maximalwert ist $OE_0 = e_0 = i_0 \sqrt{w^2 + \omega^2 L^2}$.

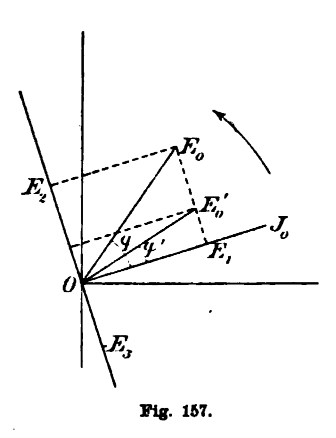


Fig. 157.

$\sqrt{w^2 + \omega^2 L^2}$ ist die Impedanz des Stromkreises (§ 213).

218. Stromkreis mit Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität in Reihe. Enthält der Leiter außerdem noch eine in Reihe geschaltete Kapazität, so tritt noch eine dritte e. m. K. hinzu, nämlich diejenige, welche den Wechselstromwiderstand der Kapazität zu überwinden hat. Dieselbe hinkt nach § 212 dem Strom um 90° nach und ist (Fig. 157) gegeben durch Rotation des Vektors

$$OE_3 = \frac{i_0}{\omega C}.$$

OE_1, OE_2 und OE_3 setzen sich zusammen zu

$$OE_0' = i_0 \sqrt{w^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Die Phasendifferenz, welche die e. m. K. OE_0 bzw. OE_0' in den beiden Fällen gegen den Strom zeigt, ist, wie aus der Figur abzulesen ist, gegeben durch:

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{\omega L}{w},$$

bzw.

$$\operatorname{tang} \varphi' = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{w}$$

(vgl. § 215).

219. Wechselstromwiderstände parallel geschalteter Zweige, welche Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität enthalten. Diese Fälle sind leicht graphisch in ähnlicher Weise zu behandeln, wie die bisher besprochenen Fälle mit Reihenschaltung. Während man bei diesen die einzelnen e. m. K. geometrisch zu addieren hatte, welche einen Sinusstrom erzeugen, so hat man bei parallelgeschalteten Leitern als Ausgangspunkt der Betrachtung eine an ihren gemeinsamen Enden wirkende sinusförmige e. m. K. anzunehmen und die in den einzelnen Zweigen durch dieselbe erzeugten Ströme geometrisch zu addieren.

220. Ohmscher Widerstand parallel widerstandsfreier Selbstinduktion. (Fig. 158 und 159.) Es wirke

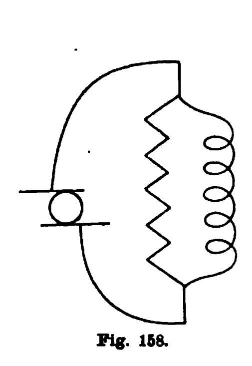


Fig. 158.

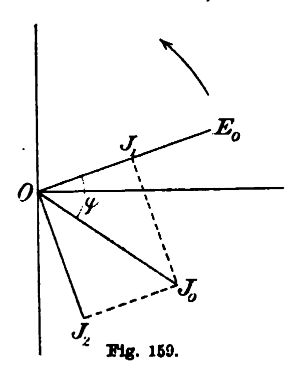


Fig. 159.

$e = e_0 \sin \omega t$. (Vektor OE_0.) Diese e. m. K. erzeugt in w den Strom

$$i_1 = \frac{e_0}{w} \sin \omega t,$$

welcher mit der e. m. K. in Phase ist und durch den Vektor OJ_1 dargestellt wird. In der Selbstinduktion L wird der durch den Vektor OJ_2 dargestellte Strom

$$i_2 = \frac{e_0}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

erzeugt, welcher um 90^0 hinter e nachläuft. Die geometrische Addition beider Ströme ergibt den Gesamtstrom, dargestellt durch den Vektor

$$OJ_0 = i_0 = e_0 \sqrt{\frac{1}{w^2} + \frac{1}{\omega^2 L^2}}.$$

Der Wechselstromwiderstand der Leiterkombination ist also:

$$\frac{e_0}{i_0} = \frac{w\,\omega L}{\sqrt{w^2 + \omega^2 L^2}} \cdots$$

Der Phasenwinkel, um welchen der Gesamtstrom hinter der e. m. K. nacheilt, ist gegeben durch

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{w}{\omega L}\cdot$$

221. Ohmscher Widerstand parallel Selbstinduktion mit Widerstand. Die e. m. K. $e = e_0 \sin \omega t$ erzeugt im Ohmschen Widerstand den Strom

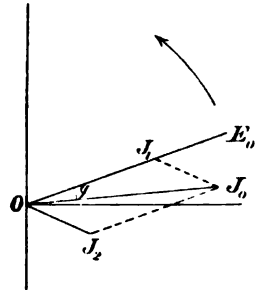


Fig. 160.

$$i_1 = \frac{e_0}{w_1} \sin \omega t,$$

dargestellt durch Vektor OJ_1 (Fig. 160), in dem anderen Zweige den Strom

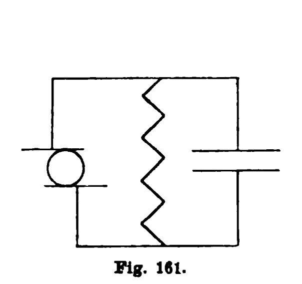
$$i_2 = \frac{e_0}{\sqrt{w_2{}^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t - \varphi),$$

dargestellt durch Vektor OJ_2.

OJ_1 und OJ_2 addieren sich geometrisch zu OJ_0, dessen Größe und Phasendifferenz gegen OE_0 aus dem spitzwinkligen Dreieck OJ_1J_0 zu berechnen sind.

Endlich soll von den vielen möglichen Kombinationen noch eine besprochen werden:

222. Ohmscher Widerstand im Nebenschluß zu einem Kondensator. (Fig. 161 und 162). Die e. m. K. $e = e_0 \sin \omega t$


Fig. 161.

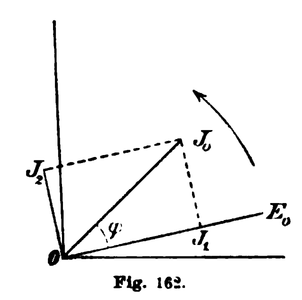


Fig. 162.

erzeugt im Ohmschen Widerstand den Strom

$$i_1 = \frac{e_0}{w} \sin \omega t$$

und im Kapazitätszweige den Strom

$$i_2 = e_0 \omega C \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

welcher in Phase um 90° voraufeilt.

Beide Ströme setzen sich zusammen zu dem Strom, dessen Maximalwert gegeben ist durch

$$OJ_0 = i_0 = e_0 \sqrt{\frac{1}{w^2} + \omega^2 C^2} = \frac{e_0}{w}\sqrt{1 + \omega^2 C^2 w^2},$$

und dessen Phase gegeben ist durch die Phasendifferenz gegen OE_0, deren Tangente ist:

$$\operatorname{tang} \varphi = \omega C w.$$

Der Wechselstromwiderstand der Kombination ist:

$$W = \frac{w}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 w^2}}.$$

Der durch die e. m. K. $e = e_0 \sin \omega t$ erzeugte Strom ist:

$$i = i_0 \sin(\omega t + \varphi) = e_0 \frac{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 w^2}}{w} \sin(\omega t + \varphi),$$

wo φ gegeben ist durch $\operatorname{tang} \varphi = \omega C w$.

223. Wheatstonesche Brückenanordnung für Messung von Wechselstromwiderständen, Selbstinduktionen und Kapazitäten. Die Bedingung für Stromlosigkeit in der Brücke einer aus vier Zweigen mit den Ohmschen Widerständen w_1, w_2, w_3, w_4 bestehenden Wheatstoneschen Brückenanordnung ist für Gleichstrom $w_1 : w_2 = w_3 : w_4$.

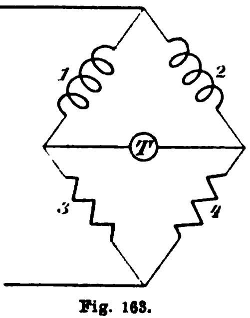


Fig. 163.

Tritt an Stelle des Gleichstroms Wechselstrom, so bleibt diese Beziehung nur bestehen, wenn die Widerstände der Zweige induktions- und kapazitätsfrei sind. Ist dies nicht der Fall, so hat man in der obigen Bedingung, wie eine leichte Überlegung zeigt, zunächst an Stelle der gewöhnlichen w die Wechselstromwiderstände W der Zweige einzusetzen. Wenn die Bedingung

$$W_1 : W_2 = W_3 : W_4$$

in der Schaltung Fig. 163 erfüllt ist, dann werden die mittleren

Spannungen an den Enden des Stromanzeigers T die gleichen sein. Damit in T kein Strom fließt, muß jetzt aber noch die Bedingung hinzutreten, daß die Spannungen an den Klemmen von T gleichzeitig ihr Maximum und Minimum erreichen, d. h. daß sie in Phase sind; denn sonst treten Spannungsdifferenzen an T auf, und es muß in T ein Wechselstrom fließen. Betrachten wir den in der Laboratoriumspraxis wichtigen Fall, daß die Zweige 1 und 2 aus Widerständen mit Selbstinduktion, die Zweige 3 und 4 dagegen aus induktionsfreien Widerständen gebildet sind. Dann gilt zunächst

(1) $$\sqrt{w_1^2 + \omega^2 L_1^2} : \sqrt{w_2^2 + \omega^2 L_2^2} = w_3 : w_4 .$$

Damit die Spannungsdifferenzen an den Enden von w_3 und w_4 in Phase sind, müssen die Ströme, die 1 und 3 bzw. 2 und 4 durchfließen in Phase sein, d. h. es müssen nach § 213 die Quotienten aus Induktanz und Gesamtwiderstand der Leiterkombinationen 1, 3 und 2, 4 gleich sein, also:

(2) $$\frac{\omega L_1}{w_1 + w_3} = \frac{\omega L_2}{w_2 + w_4},$$

und damit die Spannungen an den Enden der Leiter 1 und 2 in Phase sind, muß die Bedingung:

(3) $$\frac{\omega L_1}{w_1} = \frac{\omega L_2}{w_2}$$

erfüllt sein. Aus der Division der letzten zwei Gleichungen folgt als weitere Bedingung, die für ständige Stromlosigkeit von T erfüllt sein muß:

$$w_1 : w_1 + w_3 = w_2 : w_2 + w_4$$

oder

(4) $$w_1 : w_2 = w_3 : w_4 .$$

Aus (3) und (4) folgt für Stromlosigkeit der Brücke die Doppelbedingung:

(5) $$L_1 : L_2 = w_3 : w_4 = w_1 : w_2 .$$

Wie man sieht, fällt aus der Bedingungsdoppelgleichung die Frequenz des Wechselstroms fort. Die Nulleinstellung der Wheatstoneschen Brücke ist also unabhängig von der Frequenz. Dies ist für die Vergleichung von Wechselstromwiderständen nach den im Laboratorium gebräuchlichen Methoden von Wichtigkeit. Man benutzt nämlich dabei als Wechselstromquelle in

der Regel ein kleines mit einem gewöhnlichen Unterbrecher betriebenes Induktorium und als Stromanzeiger ein Telephon. Die Kurve, welche den zeitlichen Verlauf von e. m. K. und Stromstärke dieses Wechselstromes darstellt, ist eine sehr komplizierte. Man kann sie jedoch nach dem Fourierschen Theorem ansehen als entstanden durch eine Übereinanderlagerung sehr vieler sinusförmiger Wechselströme verschiedener Perioden. Hängt nun die Nullstellung in der Wheatstoneschen Brücke von der Frequenz des Wechselstroms ab, so ist ersichtlich, daß ein Telephon bei keiner Einstellung der Brückenwiderstände zur Ruhe kommen kann, weil es auf alle in der Brückenanordnung fließenden und sich übereinander lagernden Wechselströme anspricht. Man kann dann nur eine Nullstellung des Telephons erhalten, wenn man den homogenen Wechselstrom etwa einer Wechselstrommaschine zur Messung benutzt. Oder man muß statt des Telephons ein Instrument nehmen, welches nur auf einen Wechselstrom bestimmter Frequenz reagiert (s. § 230). Unabhängigkeit der Gleichgewichtslage in der Wheatstoneschen Brücke von der Frequenz ermöglicht also gleichzeitige Verwendung von Induktionsapparat und Telephon.

224. Vergleichung von Selbstinduktionen und von Kapazitäten.

a) Vergleich von Selbstinduktionen.

Enthält Zweig 1 eine Selbstinduktionsnormale, so kann man auf diese Weise leicht andere Spulen mit ihr vergleichen. Man hat dazu zwei Abgleichungen, eine mit Gleichstrom, die andere mit Wechselstrom vorzunehmen. Dies geschieht am zweckmäßigsten so, daß man zuerst mit Gleichstrom die Gesamtwiderstände der Zweige 1 und 3, bzw. 2 und 4 gleich macht, $w_1 = w_3$ und $w_2 = w_4$. Dann führt man Wechselstrom ein und schaltet mit Hilfe von Widerstandskästen solange in den Zweigen 2 und 4 gleiche induktionsfreie Widerstände hinzu oder ab, bis die Bedingung

$$L_1 : L_2 = w_3 : w_4$$

erfüllt ist. Durch den Kunstgriff, immer gleiche Widerstände in zwei korrespondierenden Zweigen ein- oder auszuschalten, er-

reicht man es, daß die einmal erreichte Gleichstromeinstellung nicht vernichtet wird.

Das geschilderte Verfahren ist allgemein anwendbar; man bedarf dazu einer Selbstinduktionsnormale (Fig. 164), welche zweckmäßig von ähnlicher Größenordnung wie die zu messende Selbstinduktion ist. Gewisse Bequemlichkeit bieten veränderliche Selbstinduktionsnormalen. In Fig. 165 wird die Veränderlichkeit durch eine Änderung der gegenseitigen Lage der zwei Hälften bewirkt, in welche man die Normalspule teilt.



Fig. 164.

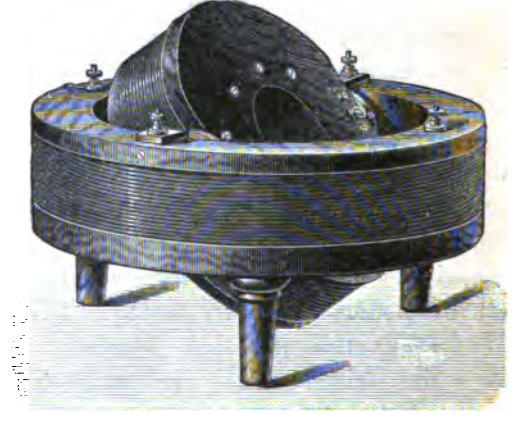


Fig. 165.

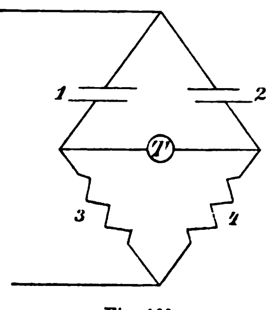


Fig. 166.

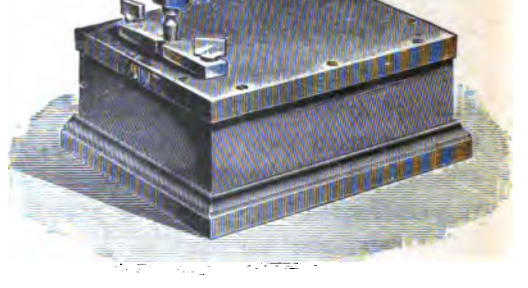


Fig. 167.

b) Vergleich von Kapazitäten.

Zweige 1 und 2 enthalten zu vergleichende Kondensatoren, Zweige 3 und 4 Widerstände (Fig. 166). Fig. 167 zeigt die gewöhnliche Außenansicht eines Normalkondensators, wie er im Handel in der Größe von einigen Mikrofarad bis herab zu kleinen Bruchteilen eines solchen zu haben ist.

Gleichgewicht ist, wenn:

$$\frac{1}{\omega C_1} : \frac{1}{\omega C_2} = w_3 : w_4,$$

$$C_2 : C_1 = w_3 : w_4.$$

Ist C_1 ein Normalkondensator, so kennt man C_2 aus dem Widerstandsverhältnis.

c) Maxwellsche Methoden mit Benutzung einer Gleichstromquelle.

Erwähnt werden mag hier, daß man die Wheatstonesche Brückenschaltung mit Ersetzung des Telephons durch ein Galvanometer auch unter Verwendung von Gleichstrom zur Vergleichung von Selbstinduktionen benutzen kann. Nur wenn die obige für Wechselstrom abgeleitete Gleichgewichtsbedingung erfüllt ist, gibt das Galvanometer im Moment des Schließens oder Öffnens des Stromes keinen Ausschlag. Es heben sich dann im Galvanometerzweig die dort entgegengesetzt gerichteten Induktionsstöße gerade auf. Diese Methode der Induktionsvergleichung rührt von Maxwell her.

Anstatt im Zweig 2 die zum Vergleich dienende Normale der Selbstinduktion anzubringen, kann man mit dem gleichen Erfolg in diesem Zweig einen reinen Ohmschen Widerstand haben und dafür dem Widerstand 4 einen Vergleichskondensator parallel schalten. Bei passender Abgleichung der Widerstände kompensiert der im Moment des Schließens oder Öffnens entstehende Kondensatorstrom den Induktionsstoß. Ist das Galvanometer auch bei geschlossenem Gleichstrom in seiner Ruhelage, so gilt die Gleichgewichtsbedingung:

$$\frac{L}{C} = w_1 \cdot w_4 = w_2 \cdot w_3.$$

In ähnlicher Weise kann man natürlich auch mittels Wechselstrom und Telephon Selbstinduktionskoeffizienten mit Kapazitäten vergleichen.

Auch diese Methode ist von Maxwell angegeben.

225. Bestimmung von Dielektrizitätskonstanten. Nernstsche Methode. Die im vorigen Paragraphen besprochene Methode der Kapazitätsvergleichung kann dazu dienen, die Dielektrizitätskonstante ε isolierender Materialien zu bestimmen.

Man mißt die Kapazität des im Zweige 2 befindlichen Kondensators einmal ohne, einmal mit dem Isolator zwischen seinen Platten. Findet man C bzw. C', so ist

$$\frac{C'}{C} = \varepsilon.$$

Ist das zu messende Material kein guter Isolator, sondern besitzt es eine gewisse Leitfähigkeit, so fließt in dem Kondensatorzweig außer dem Ladungsstrom noch ein Leitungsstrom. Der Zweig verhält sich so, als ob dem isolierend gedachten Kondensator ein induktionsloser Widerstand parallel geschaltet wäre. Das Gleichgewicht der Wheatstoneschen Brücke kann dadurch wiedergewonnen werden, daß man einen entsprechenden Widerstand dem zweiten Kondensator parallel schaltet. Man hat dann die Anordnung (Fig. 168), für welche die Gleichgewichtsbedingungen lauten (siehe § 222):

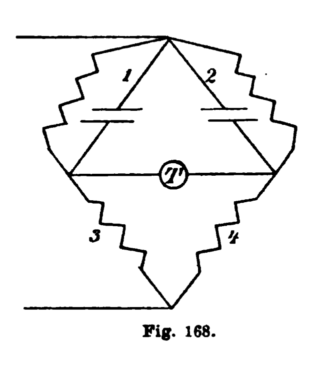


Fig. 168.

$$\frac{w_1}{\sqrt{1 + \omega^2 C_1^2 w_1^2}} : \frac{w_2}{\sqrt{1 + \omega^2 C_2^2 w_2^2}} = w_3 : w_4$$

und als Bedingung für die Phasengleichheit analog § 223:

$$w_1 : w_2 = w_3 : w_4,$$

Aus beiden Beziehungen folgt:

$$C_1 w_1 = C_2 w_2,$$

oder

$$C_1 : C_2 = w_2 : w_1 = w_4 : w_3.$$

Auch hier besteht Unabhängigkeit von der Wechselstromfrequenz.

Die letztangegebene Schaltung ist die in der Nernstschen Methode zur Bestimmung von Dielektrizitätskonstanten angewendete. C_1 und C_2 sind sog. Meßkondensatoren, das sind Kondensatoren, deren Kapazität durch Einschieben von Glasplatten zwischen ihre Belegungen in meßbarer Weise verändert werden kann. Die Brückenanordnung wird erst abgeglichen, und zwar so, daß

$$C_1 = C_2, \quad w_1 = w_2 \quad \text{und} \quad w_3 = w_4 \text{ ist.}$$

Darauf wird ein kleiner Kondensator erst leer, dann mit der zu untersuchenden Substanz gefüllt dem Kondensator C_2 parallel geschaltet. Um das gestörte Gleichgewicht wiederherzustellen, muß man C_1 durch Einschieben der Glasplatte vergrößern und, wenn das Dielektrikum leitete, den Widerstand w_1 verkleinern. Aus den Glasplattenverschiebungen, welche angenähert der jeweiligen Kapazität des zugeschalteten kleinen Kondensators proportional sind, kann man die Dielektrizitätskonstante finden. Fig. 169 zeigt die hierfür zur Verwendung kommenden Meßkondensatoren. Die Dielektrizitätskonstante fester Körper kann man durch Vergleich mit Flüssigkeiten finden, indem man ein Gemisch der letzteren herstellt, das gleiche Konstante besitzt. Dies wird daran erkannt, daß Einführung der festen Platte die Kapazität nicht ändert. Über die Verwendung von elektrischen Schwingungen in dieser Anordnung siehe § 284.



Fig. 169

226. Spezifisches Leitungsvermögen von Elektrolyten. Widerstandskapazität. Der Widerstand einer Säule von 1 qcm Querschnitt und 1 cm Länge heißt der spezifische Widerstand, der reziproke Wert davon das spezifische Leitungsvermögen der betreffenden Lösung des Elektrolyten. Um diese Größen zu bestimmen, hat man die Widerstandsmessung entweder mit einem Gefäß vorzunehmen, dessen Dimensionen ausmeßbar sind, oder das zur Messung benutzte Widerstandsgefäß mit einer Flüssigkeit von bekanntem Leitungsvermögen zu eichen. Figg. 170, 171 zeigen gebräuchliche Formen der Gefäße. Der Widerstand, welchen das Gefäß dem Strom bietet, wenn es mit einer Flüssigkeit vom spezifischen Leitungsvermögen Eins gefüllt ist, heißt Widerstandskapazität C des Gefäßes. Hat man

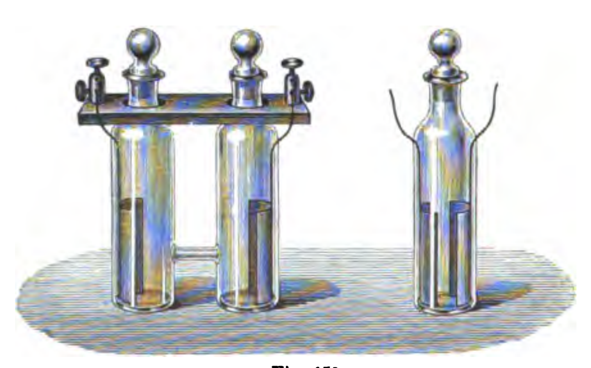


Fig. 170.

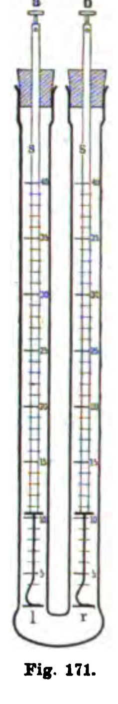


Fig. 171.

im Gefäß eine Flüssigkeit vom Leitvermögen $\varkappa$, so ist der Widerstand $\varkappa$-mal kleiner:

$$w = \frac{C}{\varkappa}.$$

Das Leitungsvermögen von Elektrolyten nimmt mit steigender Temperatur zu. Seine Zunahme pro Grad Celsius, ausgedrückt als Bruchteil des Leitungsvermögens bei 18°, nennt man Temperaturkoeffizient c des Leitungsvermögens. Sind $\varkappa_2$, $\varkappa_1$ die Leitungsvermögen bei den Temperaturen t_2 und t_1, so ist

$$c = \frac{1}{\varkappa_{18^0}} \cdot \frac{\varkappa_2 - \varkappa_1}{t_2 - t_1}$$

der mittlere Temperaturkoeffizient zwischen den Temperaturen t_1 und t_2. Er ist für verschiedene Temperaturintervalle im allgemeinen etwas verschieden.

227. Bestimmung der Leitfähigkeit von Elektrolyten. Elektrolyte können nicht mit Gleichstrom auf ihren Widerstand untersucht werden wegen der zersetzenden Wirkung desselben. Bei Wechselstrom macht die eine Periodenhälfte die durch die andere bewirkte Zersetzung rückgängig. Mit einer Wheatstoneschen Brückenanordnung, in welcher drei Zweige aus induktionslosen Widerständen (Stöpselrheostaten) bestehen, der vierte die elektrolytische Zelle enthält, kann man daher mit Hilfe von Wechselstrom und Telephon den Widerstand der Zelle bestimmen. Etwaige Kapazität und Selbstinduktion der Zweige müssen natürlich durch geeignete Mittel, welche durch die vorigen Paragraphen gegeben sind, d. h. durch Kompensieren mit gleichen Größen in dem entsprechenden Zweige, unschädlich gemacht werden. Sie sind sofort kenntlich durch Unschärfe des Tonminimums im Telephon.

228. Polarisation. Besonders bei kleinem Widerstand der elektrolytischen Zelle findet man Unschärfe des Tonminimums und dadurch bedingte Unmöglichkeit, mit dem Telephon die Leitfähigkeitsbestimmung auszuführen. Dies rührt von der Polarisation der Zelle her, indem die an den Elektroden entstehenden Stromprodukte auf den Strom von Einfluß sind. Man kann indessen diese Störung immer vermeiden, indem man die Zelle derartig baut, daß sie einen größeren Widerstand besitzt, und ferner dadurch, daß man die Platinelektroden sorgfältig platiniert. Dies gelingt nach Lummer und Kurlbaum besonders gut, wenn man dazu eine dreiprozentige wässerige Lösung von Platinchlorid mit Zusatz von etwa $\frac{1}{40}\%$ Bleiazetat verwendet. Die Wirkung des Platinierens beruht auf der Vergrößerung der Elektrodenoberfläche und der damit verbundenen Verkleinerung der Stromdichte.

229. Einfluß der Polarisation auf den Wechselstrom. Fließt Wechselstrom durch eine elektrolytische Zelle, so erzeugen die Zersetzungsprodukte an den Elektroden in jedem

Augenblick eine Gegen-e. m. K. der Polarisation, welche bei geringer Dichtigkeit der Stromprodukte in jedem Augenblick ihrer Menge, d. h. der durch die Zelle fließenden Elektrizitätsmenge proportional ist. Darin verhält sich die Zelle wie ein Leiterzweig, welcher aus einem induktionslosen Widerstand besteht, der durch einen eingeschalteten Kondensator unterbrochen ist. Fließt nämlich eine Elektrizitätsmenge Q durch den Widerstand in den Kondensator der Kapazität C, so ladet sich der Kondensator auf eine Potentialdifferenz $\frac{Q}{C}$ auf, welche der Elektrizitätsmenge Q also proportional ist. Diese dem Strom entgegenwirkende e. m. K. ist nach § 212 in Phase um 90^0 gegen den Strom verzögert.

In diesem Sinne spricht man daher von einer Polarisationskapazität der Zelle. Der Widerstand der Zelle für Wechselstrom ist, wenn die Zelle diese Polarisationserscheinung zeigt, nicht der Ohmsche Widerstand w, sondern der Wechselstromwiderstand eines Ohmschen Widerstandes w mit in Reihe geschalteter Kapazität C. Dieser ist nach § 214

$$W = \sqrt{w^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}.$$

Außerdem bewirkt die Polarisation eine Phasenverschiebung φ des Stromes gegen die e. m. K., welche gegeben ist durch:

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{1}{\omega C w}.$$

Hierin ist C die Polarisationskapazität.

Man sieht aus diesen Ausdrücken, daß der Einfluß der Polarisation mit der Frequenz des Wechselstromes sich ändert, und zwar sich um so eher störend bemerkbar machen muß, je kleiner ω, d. h. je langsamer die benutzten Wechselströme sind. Benutzt man daher für die Messungen als Stromquelle eine Wechselstrommaschine oder einen Sinusinduktor, welche sinusförmige Ströme geringer Frequenz liefern, so erhält man bei einigermaßen kleinen Widerständen der Zelle kein scharfes Aufhören des Tones im Telephon. Dasselbe kann erst wiedergewonnen werden durch Einschaltung einer variablen Selbstinduktion in denselben Brückenzweig, welche den Einfluß der Kapazität gemäß § 215 kompensiert. Ist L die zur Herstellung

des guten Minimums erforderliche Selbstinduktion, so ist dann die Polarisationskapazität gegeben durch die Beziehung

$$C = \frac{1}{\omega^2 L}.$$

Wenn die eingeschaltete Selbstinduktion eine solche Größe besitzt, daß dieser Bedingung genügt ist, so verhält sich der Zweig so, als ob er nur den Ohmschen Widerstand hätte, welcher sich aus den Ohmschen Widerständen der Zelle und der Induktionsspule zusammensetzt.

230. Beschränkte Verwendbarkeit des Telephons als Meßinstrument. Die ebenerwähnte Kompensation von Kapazität und Selbstinduktion findet vollständig statt nur für eine bestimmte Schwingungszahl. Hat man z. B. für einen Wechselstrom von 50 Perioden kompensiert, so hat man eine andere Selbstinduktion, und zwar eine kleinere, zu wählen, wenn man zu höherer Frequenz übergeht. Ferner ist es auch eine experimentelle Erfahrung, daß die Polarisationskapazität einer Zelle mit der Frequenz des Wechselstroms ihre Größe ändert. Nun spricht aber ein Telephon, wie bereits oben in § 223 erwähnt, auf alle möglichen Schwingungen an. Will man daher ein Telephon zum Schweigen bringen, so ist es nötig, einen Wechselstrom bestimmter Frequenz zur Speisung der Brückenanordnung zu benutzen. Als Apparate, welche solchen Strom liefern, können entweder eine Wechselstrommaschine oder ein Sinusinduktor dienen. Dies ist ein Instrument, bei welchem in feststehenden Spulen durch bewegte permanente Magnete sinusförmige Ströme induziert werden. Als Magnete können schwingende Stimmgabeln oder rotierende Magnetstäbchen dienen.

Der Wechselstrom eines durch einen Hammerunterbrecher oder durch den ähnlich wirkenden Saitenunterbrecher betriebenen kleinen Induktoriums ist nicht sinusförmig, sondern hat eine komplizierte Form der ihn darstellenden Kurve. Man kann diese Form indessen entstanden denken durch die Übereinanderlegung sehr vieler Sinusschwingungen von verschiedener Periode, wie man die Töne verschiedenster Klangfarben entstanden denken kann durch einen sinusförmigen Ton mit mehr oder weniger Obertönen. Es liefert also ein mit gewöhnlichem Unterbrecher

betriebenes Induktorium nicht homogenen Wechselstrom, sondern eine Summe von Wechselströmen verschiedenster Frequenz. Es ist daher nicht möglich, in der Wheatstoneschen Brücke, welche in einem Zweige eine Polarisationszelle enthält, vollständiges Schweigen des Telephons zu erhalten, auch wenn man eine Kompensation der Kapazität mit einer Selbstinduktion versucht, weil eben diese Kompensation nur für eine bestimmte Frequenz eintritt. Will man für Messungen das Induktorium benutzen, so muß man auf das Telephon als Nullinstrument verzichten und dafür ein Instrument wählen, welches nur auf eine bestimmte Periode anspricht. Dann erreicht man damit den gleichen Zweck, als ob man homogenen Wechselstrom anwendet. Das Instrument sucht sich aus den verschiedenen Strömen nur den einen heraus, auf den es ansprechen kann, und dessen Periode mit seiner eigenen identisch ist. Als solche Instrumente finden Verwendung:

231. Das Vibrationsgalvanometer und das optische Telephon. Das optische Telephon ist dem gewöhnlichen durchaus ähnlich, nur daß die Membran derartig konstruiert ist, daß sie eine ausgesprochene Eigenschwingung besitzt, was durch feste Einklemmung bewirkt wird. Ob sie im schwingenden Zustand ist, erkennt man durch die Beobachtung eines kleinen Spiegels, der mit der Membran verbunden ist. Der Wechselstrom durchfließt Elektromagnete, welche anziehend auf eine mit der Metallmembran verbundene Eisenplatte wirken.

Das Vibrationsgalvanometer unterscheidet sich von dem vorigen Instrument im wesentlichen nur dadurch, daß das schwingende System nicht eine Membran, sondern eine Torsionsschwingungen ausführende Saite ist. Die wechselstromdurchflossenen Magnete wirken auf kleine magnetisierte Stahlnadeln, welche an der Saite befestigt sind.

232. Wirkt die Polarisation fälschend auf die Resultate von Widerstandsbestimmungen? Nehmen wir an, wir hätten zunächst eine Zelle ohne Polarisation im Zweige 4 einer induktionsfreien Brückenanordnung. Die Gleichgewichtsbedingung der Wheatstoneschen Brücke lautet dann:

$$w_1 : w_2 = w_3 : w_4.$$

Das Verhältnis $w_1 : w_2$ ist gegeben durch eine bestimmte Einstellung auf der Brückenwalze. Jetzt möge die Zelle eine gewisse Polarisation zeigen. Dann muß sich dies daran kenntlich machen, daß wegen der eintretenden Phasenverschiebung φ, die gegeben ist durch

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{1}{\omega C w_4},$$

das Telephon nicht mehr zum Schweigen zu bringen ist, sondern nur noch ein Minimum des Tönens zeigen wird, ferner muß aber auch der Ort eines Minimums sich verschieben, da ja der Widerstand für Wechselstrom nicht mehr w_4 ist, sondern

$$W_4 = \sqrt{w_4^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} = w_4 \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 C^2 w_4^2}} = w_4 \sqrt{1 + \operatorname{tang}^2 \varphi}.$$

Für geringe Polarisation, d. h. große Polarisationskapazität, ist φ klein, und man kann ohne großen Fehler schreiben:

$$W_4 = w_4 \sqrt{1 + \varphi^2} = w_4 \left(1 + \frac{1}{2} \varphi^2\right).$$

Hieraus sieht man, daß der Wechselstromwiderstand W_4 sich von w_4 nur um eine Größe unterscheidet, welche das Quadrat der Phasenverschiebung als Faktor enthält. Die Folge davon ist, daß die Phasenverschiebung sich viel eher durch eine Verschlechterung des Tonminimums kenntlich macht, ehe eine Verschiebung dieses Minimums, d. h. eine Änderung des Widerstandes auftritt. Solange man daher ein leidlich gutes Tonminimum hat, mißt man nicht falsche Werte des Widerstandes.

Weiter günstig wirkend ist der Umstand, daß das Telephon seine größte Empfindlichkeit für Wechselströme höchster Frequenz zeigt. Die Töne des Telephongeräusches sind äußerst hoch, besitzen ca. 10000 Schwingungen in der Sekunde. Für so schnelle Wechselströme sind die Polarisationserscheinungen noch sehr gering. Die Formeln für tang φ und W enthalten ω und sogar ω^2 im Nenner.

Ganz streng richtig würde man den Ohmschen Widerstand der Zelle finden, indem man die Polarisationskapazität nach § 215 durch eine geeignete Selbstinduktion kompensiert. Indessen auch hier tritt eine von M. Wien gefundene Erscheinung störend ins Spiel. Es würde zu weit führen, hierauf genauer

einzugehen; es soll dies nur andeutungsweise im nächsten Paragraphen geschehen.

233. Spontane Depolarisation. Wir hatten bisher eine polarisierte Zelle aufgefaßt wie eine Serienschaltung von induktionslosem Widerstand, gleich dem Ohmschen Widerstand der Zelle, und einem Kondensator. Dies trifft nicht genau zu. Man findet vielmehr experimentell, daß sich eine Zelle zwar wie eine derartige Serienschaltung verhält, daß indessen dabei der Widerstand stets größer ist, als er sich aus den Dimensionen der Zelle und der Leitfähigkeit der Flüssigkeit ergibt. Dies liegt an zweierlei verschiedenen Ursachen. Erstens bilden sich unter Umständen durch die zersetzende Wirkung des Wechselstromes an den Elektroden schwach leitende Schichten von äußerst geringer Dicke. Diese Schichten haben verhältnismäßig großen Ohmschen Widerstand und wirken außerdem kondensatorartig. Die zweite Ursache für die Widerstandsvermehrung gibt die Erscheinung der spontanen Depolarisation ab, welche eine Modifikation der bisherigen Betrachtungen erfordert. Die vorige Theorie der Polarisation setzt voraus, daß man die e. m. K. der Polarisation in jedem Augenblick der durchgegangenen Elektrizitätsmenge proportional setzen darf. Nun aber nimmt eine bestehende Polarisation mit der Zeit von selbst ab. Wenn dies so rasch geschieht, daß die Abnahme schon in der Zeit der Stromperiode merklich ist, so erreicht die Polarisation z. B. den Wert Null nicht dann, wenn ein Periodenviertel des Stroms gerade die Polarisation des vorhergehenden aufgehoben hat, sondern bereits eher. Die Polarisation erleidet daher durch die spontane Depolarisation eine Phasenverschiebung, welche sich in gleicher Weise wie eine Widerstandsvermehrung der Zelle geltend macht.

Messung von Stromstärke und Spannung eines Wechselstroms.

234. Galvanometrischer Mittelwert der Stromstärke. Voltameter oder Galvanometer lassen sich zur Messung von Wechselstromstärken nur bei Kommutierung der einen Periodenhälfte verwenden. Die in einer Zersetzungszelle ausgeschiedene Menge eines Metalls ist in jedem kleinen Zeitteilchen proportional

der momentanen Stromstärke; die während einer halben Periode ausgeschiedene Menge ist also proportional dem Mittelwert der Stromstärke. Ist der Strom ein sinusförmiger, gegeben also durch

$$i = i_0 \sin \omega t,$$

so ist der Mittelwert, wie leicht bewiesen werden kann,

$$M(i) = \frac{2}{\pi} i_0 = 0{,}6366\, i_0.$$

Es ist

$$M(i) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} i_0 \sin(\omega t)\, d(\omega t) = \frac{2}{\pi} i_0.$$

Dieser Mittelwert heißt galvanometrischer Mittelwert.

235. Dynamometrischer Mittelwert der Stromstärke. In der Praxis zur Stromstärkenmessung benutzt werden Dynamometer und Hitzdrahtinstrumente; beides sind Apparate, welche, wenn ihre beweglichen Teile dem Wechselstrom schnell folgen könnten, in jedem Augenblick einen Ausschlag anzeigen würden, welcher proportional dem Quadrat der momentanen Stromstärke wäre. Die Trägheit der Teile bewirkt, daß ein kontinuierlicher, dem Mittelwert von i^2 proportionaler Ausschlag des Instruments erfolgt. Die Anzeige des Instruments ist also proportional dem Mittelwert von $i_0^2 \sin^2 \omega t$. Dieser Mittelwert ist auch leicht zu berechnen. Da die Werte von $\sin^2 \omega t$ sich zwischen $\omega t = \pi$ bis $\omega t = 2\pi$ in genau gleicher Weise wiederholen wie zwischen 0 und π, so ist der für eine halbe Periode berechnete Mittelwert gleich demjenigen der ganzen Periode. Die im Gebiet von 0 bis π liegenden Winkel lassen sich paarweise so gruppieren, daß jedem Winkel ωt im ersten Quadranten $\left(0 \text{ bis } \frac{\pi}{2}\right)$ ein Winkel $\omega t + \frac{\pi}{2}$ im zweiten Quadranten $\left(\frac{\pi}{2} \text{ bis } \pi\right)$ zugeordnet wird. Der Mittelwert von i^2 für ein jedes solches Winkelpaar ist

$$\tfrac{1}{2}(i_0^2 \sin^2 \omega t + i_0^2 \cos^2 \omega t) = \tfrac{1}{2} i_0^2.$$

Da dies für alle Winkelpaare gilt, so ist auch der Gesamtmittelwert des Quadrats der Stromstärke gleich dem halben Quadrat der Maximalstromstärke, es ist also

$$M(i^2) = \tfrac{1}{2} i_0^2.$$

Dieser Größe proportional ist der Ausschlag des Strommessers; die Stromstärke berechnet sich als eine der Wurzel aus dem Ausschlag proportionale Größe, sie ist proportional:

$$\sim \sqrt{M(i^2)} = \frac{i_0}{\sqrt{2}} = 0 \cdot 707\, i_0 .$$

$J = \sqrt{M(i^2)}$ heißt der **dynamometrische Mittelwert** oder auch **Effektivwert** der Stromstärke. Er ist der $\sqrt{2}$-te Teil der Maximalstromstärke.

236. Formfaktor. Das Verhältnis

$$f = \frac{\text{dynamometr. Mittelw.}}{\text{galvanometr. Mittelw.}} = \frac{\sqrt{M(i^2)}}{M(i)}$$

hat für sinusförmigen Strom den Wert

$$f = \frac{0 \cdot 707}{0 \cdot 637} = 1{,}11 .$$

Für andere Formen der Wechselstromkurve hat er andere Größe und gibt dadurch Aufschluß über die Abweichungen vom sinusförmigen Verlauf. Man hat dies Verhältnis mit **Formfaktor** bezeichnet.

237. Elektrodynamometer. Die zuverlässigsten Strommessungen erhält man mit den Elektrodynamometern. Fig. 172 zeigt ein solches Instrument von Siemens & Halske. Es besteht aus einer festen und einer beweglichen, aufgehängten Spule, welche mit ihren Windungsflächen senkrecht zueinander stehen. Da genaue Proportionalität der Kraftwirkung nur bei unveränderter Lage der Spulen besteht, kann die bewegliche Spule durch eine Torsionsvorrichtung in die Nullage zurückgebracht werden. Der Wurzel der Drehung α des Torsionskopfes ist der dynamometrische Mittelwert der Stromstärke proportional. Das Instrument muß mit einem bekannten Gleichstrom geeicht werden. Sendet man Gleichstrom der Stärke i hindurch, so ist aus

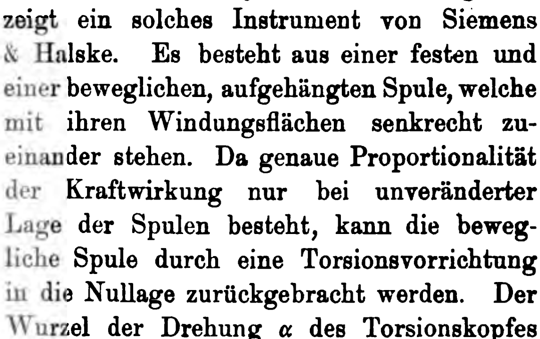


Fig. 172.

$$i = C \cdot \sqrt{\alpha}$$

der Reduktionsfaktor C des Instruments, d. i. die Stromstärke, welche einer Drehung um 1° der Teilung am Torsionskopf entspricht, zu berechnen.

Instrumente ohne Torsionsvorrichtung, bei welchen man direkt den Ausschlag mißt, sind vielfach im Gebrauch. Sie bedürfen einer empirischen Teilung oder einer Eichung über die ganze Skala.

Die Dynamometer werden auch als astatische Instrumente gebaut. Das bewegliche System besteht aus zwei miteinander starr verbundenen Spulen und wird von äußeren Magnetfeldern gar nicht beeinflußt.

238. Weicheiseninstrumente. In der Regel billigere Instrumente mit direkter Ablesung an empirisch zu eichender Skala sind die meist für Gleich- und Wechselstrom brauchbaren Weicheisenampèremeter. In ihnen wird durch die Wirkung des Stromes ein Eisenkern in eine feststehende Spule gezogen und die Bewegung auf den Zeiger übertragen. Damit die Angaben für auf- und absteigenden Gleichstrom, sowie für Gleich- und effektiven Wechselstrom dieselben sind, muß der Eisenkern zunächst frei von Hysteresis sein. Eine Unterteilung desselben ist notwendig, damit keine störenden Induktionsströme in ihnen entstehen. Auch in diesen Instrumenten soll ferner die Kraftwirkung in jedem Augenblick dem Quadrat des fließenden Stromes proportional sein, sie geben dann den Effektivwert der Stromstärke. Dazu ist erforderlich, daß die Magnetisierung des Eisenkerns im geradlinigen Teil der Magnetisierungskurve verläuft, also nur eine schwache ist. Ist dieselbe nicht der Feldstärke, d. h. der Stromstärke proportional, so wird nicht der Effektivwert angezeigt, die Skala verläuft nicht genau quadratisch und ist für Gleich- und Wechselstrom eine etwas verschiedene. Bei den neueren Instrumenten, z. B. der Weston Company, ist jedoch die genannte Bedingung erfüllt, und sie besitzen daher nur eine, für Gleich- und Wechselstrom gültige Skala.

239. Hitzdrahtampèremeter. Der Wechselstrom durchfließt einen dünnen Draht, welcher sich infolge der Erwärmung

ausdehnt. Die Ausdehnung überträgt sich auf einen Zeiger. Die Instrumente bedürfen empirischer Eichung mit Gleichstrom und zeigen den dynamometrischen Mittelwert der Stromstärke

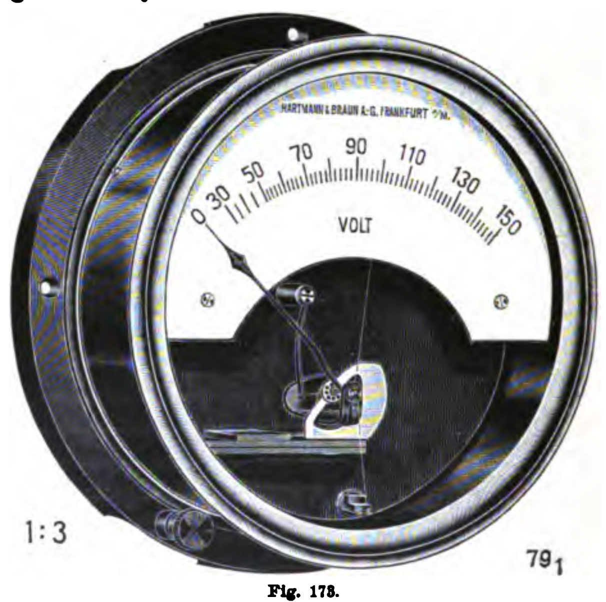
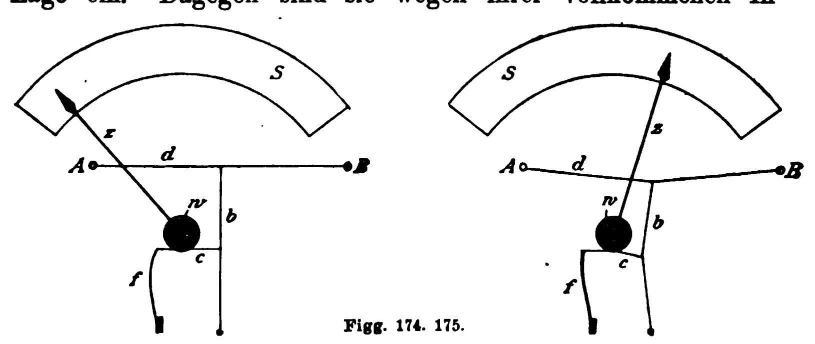


Fig. 173.

an. Sie haben alle mehr oder weniger den Nachteil des „Kriechens", d. h. der Zeiger stellt sich langsam in seine definitive Lage ein. Dagegen sind sie wegen ihrer vollkommenen In-



Figg. 174. 175.

duktionsfreiheit für manche Zwecke unentbehrlich. Fig. 173 zeigt ein Instrument der Firma Hartmann & Braun in Frankfurt a. M. Aus den Figg. 174 und 175 ist die Übertragung der Durchbiegung des Hitzdrahtes *d* auf den Zeiger ersichtlich.

240. Spannungsmessung. Instrumente ohne Selbstinduktion. Ein Wechselstrommesser mit hohem Widerstand und ohne Selbstinduktion ist auch direkt als Spannungsmesser zu benutzen. Spannung und Strom sind im Instrument in Phase und durch die Beziehung zwischen ihren Effektivwerten verbunden

$$E = Jw,$$

wenn w der Widerstand des Instruments ist.

In Hitzdrahtinstrumenten ist der Widerstand des sich ausdehnenden Drahtes wegen der Erwärmung veränderlich mit der angelegten Spannung. In den nach diesem Prinzip gebauten Voltmetern ist aber der Widerstand des Hitzdrahtes klein gegen einen induktionsfreien Vorschaltwiderstand, so daß geringe Widerstandsänderungen desselben nicht so sehr in Betracht kommen. Die Instrumente sind mit Gleichstrom zu eichen.

241. Spannungsmessung. Instrumente mit Selbstinduktion. In einem Wechselstromampèremeter, in welchem die magnetische Ablenkung von Spulen erfolgt, welches also Selbstinduktion besitzt, wird eine gewisse effektive Wechselstromspannung einen kleineren effektiven Strom erzeugen, als eine gleiche kontinuierliche Spannung, weil der Wechselstromwiderstand ein größerer ist als der Ohmsche. Der Unterschied wird mit der Periodenzahl des Wechselstroms wachsen. Spannungsdynamometer sind daher für eine bestimmte Wechselstromfrequenz mit Hitzdrahtinstrument zu eichen. Da die allermeisten Wechselstrommaschinen mit einer Periodenzahl 50 pro sek gebaut werden, so können auf diese Frequenz geeichte Voltmeter ziemlich allgemein benutzt werden.

242. Elektrometrische Spannungsmessung. Spannungen, besonders höhere, werden auch mit dem Quadrantenelektrometer gemessen, welches in der idiostatischen Schaltung angewendet wird, wobei Nadel und ein Quadrantenpaar miteinander verbunden sind. Auch dies Instrument wirkt quadratisch, zeigt also die Effektivspannung an. Um die Empfindlichkeit zu erhöhen, baut man Elektrometer auch mit einer ganzen Reihe von Quadranten und Nadeln, sog. Multizellular-Elektro-

meter (Fig. 176). Auch die Braunschen Elektrometer (§ 17) eignen sich für Messung von Wechselspannungen.

243. Energie des Wechselstroms. Fließt in einem Leiter, an dessen Enden die Potentialdifferenz e herrscht, ein Gleichstrom i, so ist die Arbeit, welche vom Strom pro Zeiteinheit geleistet wird, d. h. der Effekt oder die Leistung des

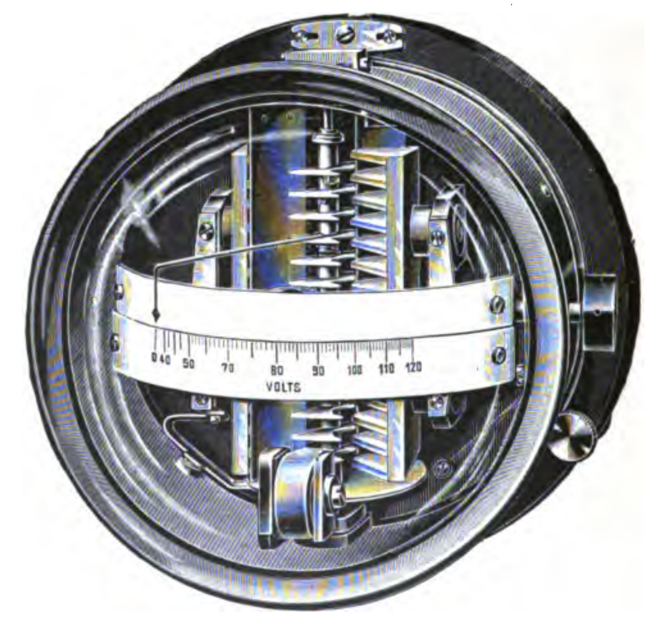


Fig. 176.

Stromes, gegeben durch das Produkt ei. Auch ein Wechselstrom leistet in jedem kleinen Zeitmoment dt die Arbeit $eidt$, wo e und i die Werte von e. m. K. und Strom in dem betreffenden Moment sind. Das Produkt ei ändert kontinuierlich seinen Wert. Die Arbeit, welche der Wechselstrom in einer gewissen längeren Zeit t leistet, ist gleich der Summe aller Werte $eidt$ für alle Zeitteilchen dt, aus welchen sich die Zeit t zusammensetzt.

Die Arbeit während der Zeit t, welche aus n Zeitteilchen dt bestehen möge, ist daher:

$$A = (e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3 + \cdots + e_n i_n)\, dt,$$

die Arbeit pro Sekunde, d. h. den Effekt oder die Leistung des Wechselstroms, erhält man durch Division mit $t = n dt$ als:

$$U = \frac{e_1 i_1 + e_2 i_2 + \cdots + e_n i_n}{n}.$$

Es ist also die Arbeit pro Sekunde, welche der Wechselstrom während einer beliebigen Zeit, beispielsweise während einer Periode leistet, gleich dem Mittelwert des Produktes ei aller Momentanwerte von Stromstärke und e. m. K. während dieser Zeit.

Es soll jetzt der Mittelwert dieses Produktes berechnet werden für den allgemeinen Fall, daß zwischen e. m. K. und Stromstärke eine beliebige Phasendifferenz φ besteht.

Es herrsche an den Enden eines Leiters die e. m. K.

$$e = e_0 \sin \omega t,$$

und es fließe der Strom

$$i = i_0 \sin(\omega t - \varphi).$$

Die Leistung zur Zeit t ist dann gegeben durch das Produkt

$$[ei]_t = e_0 i_0 \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi).$$

In einem Zeitmoment, welcher um eine Viertelperiode $\left(\frac{T}{4}\right)$ später liegt, hat die Phase von Strom und e. m. K. um $\frac{\pi}{2}$ zugenommen, und es ist daher die Leistung

$$[ei]_{t+\frac{T}{4}} = e_0 i_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= e_0 i_0 \cos \omega t \cos(\omega t - \varphi).$$

Der Mittelwert der Produkte ei zu zwei um $\frac{T}{4}$ auseinanderliegenden Zeitmomenten ist also gleich:

$$\tfrac{1}{2} e_0 i_0 [\sin \omega t \sin(\omega t - \varphi) + \cos \omega t \cos(\omega t - \varphi)] = \tfrac{1}{2} e_0 i_0 \cos \varphi.$$

Dieser Mittelwert ist vollständig unabhängig von t, hat daher für jedes beliebige Paar von Zeitmomenten, welche um eine Viertelperiode auseinanderliegen, denselben Wert; er ist daher überhaupt der Mittelwert des Produktes ei aus den gesamten Momentanwerten und ist mithin nach den Betrachtungen am Anfang dieses Paragraphen die Leistung des Wechselstroms.

Wir können hier noch an Stelle der Maximalwerte von Strom und e. m. K. die mit den Meßinstrumenten bestimmbaren

Effektivwerte einführen. Diese stehen zu den Maximalwerten nach § 235 in der Beziehung:

$$E = \frac{e_0}{\sqrt{2}}; \quad I = \frac{i_0}{\sqrt{2}}.$$

Die Leistung des Wechselstroms ist daher:

$$U = EI \cos \varphi.$$

Die Leistung des Wechselstroms erhält man also nicht wie bei Gleichstrom dadurch, daß man die mit dem Ampèremeter und Voltmeter gemessenen Effektivwerte von e. m. K. und Stromstärke multipliziert. Man hat vielmehr dieses Produkt noch mit dem sog. Phasenfaktor, d. i. dem cos der Phasendifferenz zwischen e. m. K. und Stromstärke zu multiplizieren.

Bei nicht reiner Sinusform von e. m. K. und Stromstärke kann man nicht mehr von einer bestimmten Phasendifferenz sprechen. Der Phasenfaktor ist dann nicht mehr $\cos \varphi$, sondern ein anderer echter Bruch.

244. Spezialfälle. I. $\varphi = 0$; e. m. K. und Strom sind in Phase, werden also durch zwei gleichliegende Kurven dargestellt.

Das Produkt ei ist in jedem Augenblick positiv; es wird in jedem Augenblick vom Strom elektrische Arbeit geliefert, wozu von außen dem System Arbeit zugeführt werden muß.

II. $\varphi = \pi = 180^0$.

Strom und e. m. K. sind in jedem Augenblick entgegengesetzt gerichtet, ihr Produkt stets negativ. Es muß stets von einer anderweitigen e. m. K. elektrische Arbeit in den Leiter, z. B. eine Maschine, geliefert werden, um den Strom entgegen der in der Maschine vorhandenen e. m. K. durch den Leiter zu treiben. Die Maschine wirkt hier als elektrische Energie verbrauchender Motor, während sie im Falle I als elektrische Energie liefernde Dynamomaschine wirkt.

III. $0 < \varphi < \pi$.

In allen zwischenliegenden Fällen, wenn der Strom in einer Maschine um einen spitzen oder einen stumpfen Winkel in Phase von der e. m. K. verschieden verläuft, wirkt die Maschine in einem Teil der Periode als Dynamomaschine, im anderen Teil als Motor. Bei spitzen Winkeln φ überwiegt die Stromerzeugung,

bei stumpfen Winkeln φ die Motorarbeit. Ausgezeichnet ist hierbei noch der Fall

IV. $\varphi = \frac{\pi}{2} = 90^0$.

Wie aus Fig. 152 ersichtlich, sind Spannung und Strom in fortwährendem Wechsel eine Viertelperiode gleich gerichtet, die nächste Viertelperiode entgegengesetzt gerichtet; es hat während jeder Viertelperiode der Mittelwert des Produktes ei einen gleichen, aber abwechselnd positiven und negativen Wert; die Maschine verschluckt also an elektrischer Energie während einer Viertelperiode ebensoviel, als sie in der nächsten herausgibt; der Gesamtverbrauch an Energie ist daher Null. Dies ergibt sich direkt aus der Formel

$$U = EJ \cos\varphi,$$

in welcher ja $\cos\varphi = \cos 90^0 = 0$ wird.

In einem Leiter, in welchem ein sinusförmiger Strom fließt, welcher gegen die e. m. K. um 90^0 verschoben ist, findet demnach kein Energieverbrauch statt. Ein solcher Strom heißt wattloser Strom, im Gegensatz zu dem sog. Wattstrom, welcher ohne Phasendifferenz gegen die e. m. K. verläuft.

Ein durch eine widerstandslose Selbstinduktionsspule fließender Wechselstrom ist ein wattloser Strom. Ebenso verzehrt auch der Ladungs- und Entladungsstrom in einem widerstandsfreien Kondensatorkreis keine Energie. Verschiebungsströme sind stets wattlose Ströme. Während angenähert wattlose Wechselströme endlicher Stärke in dickdrähtigen Spulen unter dem Einfluß auch hoher elektromotorischer Kräfte fließen können, ist dieser Fall für Gleichstrom nicht denkbar, weil in der widerstandsfreien Spule bei geringster e. m. K. ein unendlich großer Strom fließen würde. Wenn man in einem vorgeschriebenen Leiter die Stärke eines Wechselstroms schwächen will bei unveränderlicher e. m. K. der stromliefernden Maschine, so kann man, ohne eine Energieverzehrung in derselben befürchten zu müssen, eine dickdrähtige Spule hoher Selbstinduktion (also mit unterteiltem hysteresisfreiem Eisenkern) als Drosselspule in den Stromkreis einschalten. Eine solche Spule schwächt den Wechselstrom umsomehr, je höher seine Frequenz ist. Legt man daher eine Drosselspule in den Stromkreis einer Maschine, welche eine nicht

rein sinusförmige Wechselspannung liefert, so ist der Strom trotzdem der Sinusform sehr genähert, weil die die Abweichungen von derselben bedingenden Oberschwingungen höherer Frequenz stark in ihrer Intensität heruntergedrückt werden. Fig. 177 zeigt eine technische Drosselspule.

In § 213 hatten wir gesehen, daß zwei um 90° in Phase auseinandergehende Ströme sich zu einem Strom vereinigen lassen, welcher einen spitzen Phasenwinkel gegen beide besitzt. Umgekehrt kann man natürlich jeden Sinusstrom, welcher gegen die e. m. K. einen schiefen Phasenwinkel φ aufweist, zerlegen in zwei sinusförmige Ströme, deren einer mit der e. m. K. in Phase, d. h. ein Wattstrom ist, deren anderer um 90° in Phase verschieden, ein wattloser Strom ist.

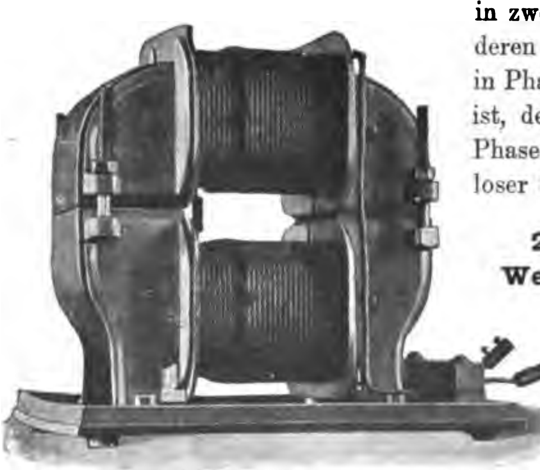


Fig. 177.

245. Messung des Wechselstromeffekts. Nach dem Vorigen kennt man im allgemeinen die Arbeitsleistung eines Wechselstromes noch nicht, wenn die Effektivwerte von Strom und Spannung bekannt sind. Es ist vielmehr noch die Kenntnis der Phasendifferenz beider Größen erforderlich. Dieselbe läßt sich berechnen, wenn Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität bekannt sind, oder auch experimentell ermitteln (s. § 254). Nur wenn keine Phasendifferenz zwischen Strom und e. m. K. vorhanden, d. h. wenn der Wechselstrom durch induktionsfreie Leiter fließt, wie Glühlampen, ist der Effektverbrauch direkt als Produkt der Effektivwerte von Stromstärke und elektromotorischer Kraft gegeben.

Direkte Bestimmungen des elektrischen Effekts von Wechselstrom lassen sich mit den Wechselstromwattmetern ausführen, ohne Kenntnis des Phasenwinkels φ. Ein Wechsel-

stromwattmeter ist ein Dynamometer, dessen eine, feste Spule A aus starkem Draht, dessen andere, bewegliche Spule B aus dünnem Draht gewickelt ist. Vor der beweglichen Spule befindet sich fest im Instrument noch ein großer, induktionsfreier Widerstand W.

Soll mit einem solchen Instrumente der Energieverbrauch in einem Leiter ab (Fig. 178) beispielsweise gemessen werden, so wird die starkdrähtige Spule, die sog. Stromspule A, in Reihe vor ab eingeschaltet, die freien Enden des zweiten Wattmeterzweiges, welcher die bewegliche Spule B und den Widerstand W enthält, an die Enden des Leiters ab angelegt. Die Wirkung der Spulen aufeinander ist in jedem Augenblick den Momentanwerten der Stromstärken in den beiden Wattmeterspulen proportional. Die Stromstärke in der beweglichen Spule ist aber ihrerseits der Spannungsdifferenz an den Enden von ab proportional und auch mit ihr in Phase, wenn W so groß gewählt wird, daß der Einfluß der Selbstinduktion zu vernachlässigen ist.

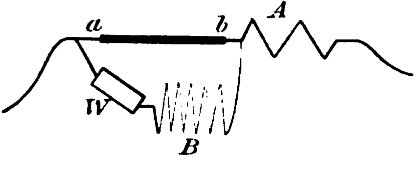


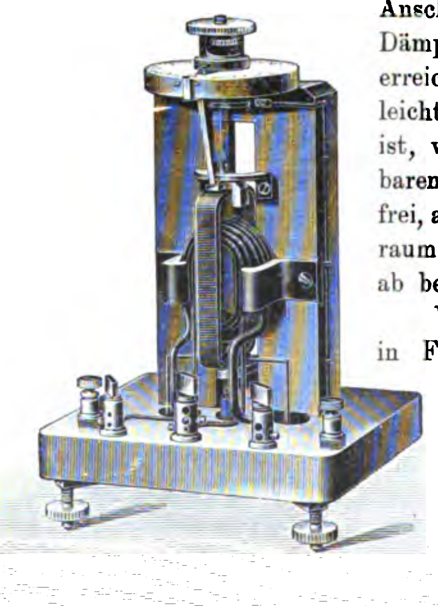
Fig. 178.

Streng ist ja, wenn L die Selbstinduktion der beweglichen Spule ist, und unter W der Gesamtwiderstand von Spule + Vorschaltwiderstand verstanden wird, die Phasendifferenz α zwischen Strom und Spannung in der beweglichen Spule gegeben durch $\operatorname{tang} \alpha = \frac{\omega L}{W}$ (§ 213). Sie ist Null, wenn W sehr groß gemacht wird. Dann wird auch der Wechselstromwiderstand, d. h. die Impedanz des Zweiges gleich dem Ohmschen Widerstand

$$\sqrt{W^2 + \omega^2 L^2} = W.$$

Infolgedessen ist die Wirkung der Wattmeterspulen aufeinander in jedem Augenblick dem Produkt ei aus den Momentanwerten von Spannung und Stromstärke proportional, mithin die Angabe des Wattmeters dem Mittelwert $EJ \cos \varphi$, d. h. dem Effekt des Wechselstromes im Leiter ab. Die Wattmeter sind mit Gleichstrom zu eichen. Sie werden entweder als Torsionsinstrumente gebaut oder als Instrumente mit direkter Zeiger-

ablesung (Fig. 179 und 180, Siemens & Halske). Letztere haben eine empirisch zu ermittelnde Skala. In beiden Abbildungen sieht man die Anschlußklemmen der Strom- und Spannungsspule. Instrumente wie Fig. 180 werden auch mit dick- bzw. dünndrähtiger Wickelung als direkt abzulesende Strom- bzw. Spannungsdynamometer angefertigt. Bei diesen Ampère- und Voltmetern für Wechselstrom sind feste und bewegliche Spule hintereinander geschaltet, die Instrumente haben also nur zwei Anschlußklemmen. Eine sehr gute Dämpfung wird nach Raps dadurch erreicht, daß der Zeiger mit einer leichten Aluminiumplatte verbunden ist, welche in der in Fig. 180 sichtbaren zylindrischen Luftbüchse sich frei, aber mit sehr geringem Zwischenraum gegen die Wandung, auf und ab bewegt.


Fig. 179.

Wie aus dem Schaltungsschema in Fig. 178 hervorgeht, wird die Stromspule A des Wattmeters außer von dem den Leiter ab durchfließenden Strom auch von dem Strom durchsetzt, welchen die bewegliche Spannungsspule B des Wattmeters benötigt. Der am Instrument abgelesene Wattverbrauch enthält also auch die in der Spannungsspule des Wattmeters verzehrte Energie. Bei größeren zu messenden Wattbeträgen kommt dieser Effektverbrauch des Wattmeters kaum in Betracht, bei Bestimmung kleinerer Leistungen muß er indessen berücksichtigt werden. In manchen Wattmetern, z. B. der Weston Company wird, um eine besondere Korrektion zu vermeiden, eine sog. Kompensationsspule angebracht, welche auf das bewegliche System so wirkt, daß die innerhalb des Instruments verbrauchten Watt nicht zur Anzeige kommen, so daß man mit einem solchen Wattmeter nur den Effektverbrauch in dem betreffenden äußeren Leiter ermittelt.

Alle Drehspulinstrumente sind direkt mit Gleichstrom zu eichen und auch für Messung von Strom, Spannung bzw. Leistung von Gleichstrom zu benutzen. Dies gilt dagegen im allgemeinen nicht mehr, sobald die Apparate innerhalb der Spulen Eisen enthalten.

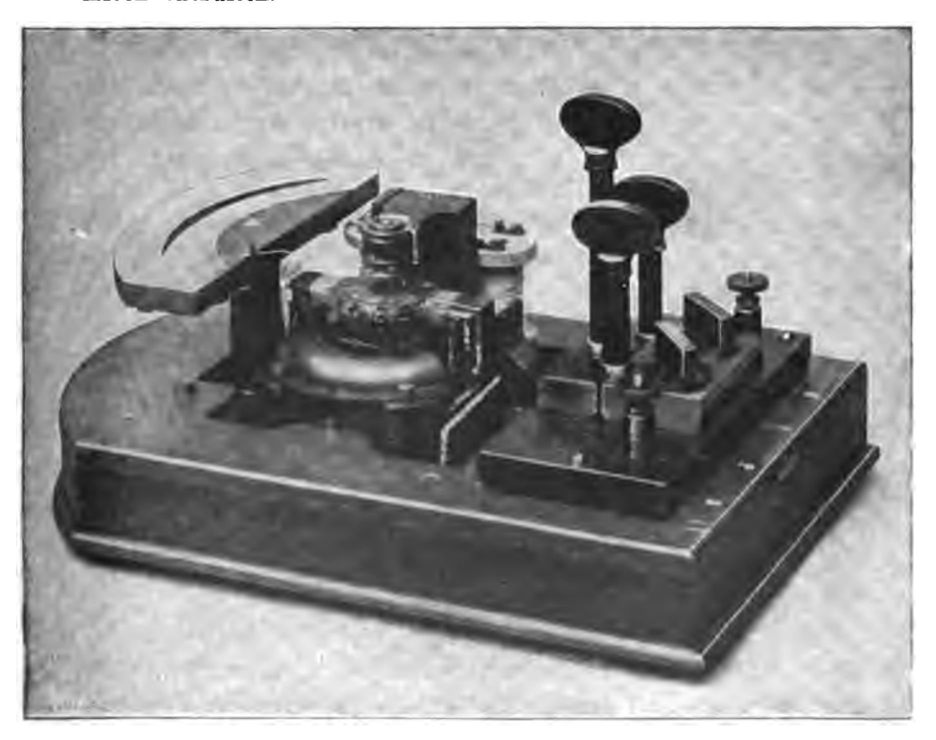


Fig. 180.

246. Messung des Phasenwinkels φ mit Watt-, Ampère- und Voltmeter. Durch Messung des Wattverbrauchs U mittels eines Wattmeters, ferner der Effektivwerte E und J von Spannung und Strom mittels Wechselstrom-Volt- und Ampèremeters kann man aus

$$U = EJ \cos \varphi$$

den Phasenwinkel φ bestimmen.

247. Effektmessung nach der Methode der drei Ampèremeter. Mittels dreier Ampèremeter kann man auch

den Energieverbrauch in einem Leiter bestimmen. Die Schaltung zeigt Fig. 181. Vor den Leiter *ab*, in welchem der Energieverbrauch gemessen werden soll, ist das eine Instrument geschaltet. Eine Nebenschlußleitung enthält einen induktionslosen Widerstand und ein zweites Ampèremeter. Der Gesamtstrom, welcher die ganze Leiterkombination von der Wechselstrommaschine her durchfließt, wird durch das dritte Ampèremeter gemessen. Sind J_1, J_2, J_3 die angezeigten Ströme, so ist nicht $J_3 = J_1 + J_2$, d. h. es ist nicht der Effektivstrom J_3 gleich der algebraischen Summe der beiden anderen, weil ja der Leiter *ab* infolge von Selbstinduktion oder Kapazität eine Phasendifferenz von J_1 gegen J_2 bewirken kann. Ist diese Phasendifferenz 90°, so hat der Summenstrom seinen Minimalwert, es ist dann $J_3 = \sqrt{J_1^2 + J_2^2}$. Im allgemeinen ist

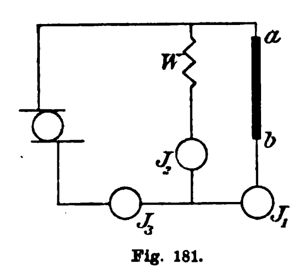


Fig. 181.

$$\sqrt{J_1^2 + J_2^2} < J_3 < J_1 + J_2.$$

Dagegen muß infolge der Kirchhoffschen Regel in jedem Augenblick für die Momentanwerte der Stromstärken gelten:

$$i_3 = i_1 + i_2,$$

oder nach Quadrierung:

$$i_3^2 - i_1^2 - i_2^2 = 2 i_1 i_2.$$

Wegen des geringen Wechselstromwiderstandes eines Ampèremeters herrscht an den Enden der das Ampèremeter 2 enthaltenden Nebenschlußleitung in jedem Augenblick die gleiche Spannung e, wie an den Enden von *ab*. Ist W der große Widerstand der Nebenschlußleitung, so ist

$$W i_2 = e.$$

Setzt man den für i_2 hieraus folgenden Wert auf der rechten Seite ein, so folgt

$$i_3^2 - i_1^2 - i_2^2 = 2 i_1 \frac{e}{W},$$

oder

$$e i_1 = \frac{W}{2} [i_3^2 - i_1^2 - i_2^2].$$

$e i_1$ ist der Momentaneffekt im Leiter *ab*, der wirkliche Effekt U ist der Mittelwert von $e i_1$, d. h.

$$U = \frac{W}{2}[J_3^2 - J_1^2 - J_2^2],$$

wo die J die von den drei Ampèremetern angegebenen Effektivwerte der Stromstärken bedeuten.

Eine ähnliche Messung ist mit drei Voltmetern ausführbar.

248. Effektmessung mit dem Elektrometer. Der Wechselstrom durchfließe die Spule S und den in Reihe geschalteten induktionslosen Widerstand w. Es soll der Effekt des Wechselstroms in der Spule S gemessen werden. Man verbindet zu diesem Zweck die beiden Quadrantenpaare eines Thomsonschen Quadrantelektrometers mit den Spulenenden und die Nadel nacheinander erst mit dem einen, dann mit dem anderen Ende des bekannten Widerstandes w. Sind in einem herausgegriffenen Zeitmoment v_1, v_2 Momentanwerte des Potentials an den Spulenenden, so ist das Nadelpotential einmal v_1, das andere Mal $v_1 + iw$, wenn i der zugehörige Momentanwert der Stromstärke ist. Die auf die Nadel in den beiden Schaltungen derselben in dem herausgegriffenen Zeitmoment ausgeübten Kräfte sind nach der Formel des Quadrantelektrometers (§ 17) bzw.:

$$\alpha_1 = C(v_1 - v_2)\left(v_1 - \frac{v_1 + v_2}{2}\right),$$

$$\alpha_2 = C(v_1 - v_2)\left(v_1 + iw - \frac{v_1 + v_2}{2}\right).$$

Die Differenz dieser Kräfte ist:

$$\alpha_2 - \alpha_1 = wC(v_1 - v_2)\,i,$$

d. h. ist dem Produkt aus den Momentanwerten von Strom und Spannungsdifferenz an den Enden der Spule, also dem Momentanwert der Leistung, proportional. Der Mittelwert der Differenz der auf die Nadel ausgeübten Kräfte, daher auch die Differenz der Elektrometerausschläge, ist mithin dem wirklichen Effekt U proportional. Die Proportionalitätskonstante kann durch Eichung mit Gleichstrom ermittelt werden.

249. Messung von Wechselstromwiderständen, besonders Selbstinduktion durch Strom- und Spannungsmessung. 1. Mit einem Elektrodynamometer mißt man die effektive Stromstärke J, welche in dem Leiter fließt, zugleich

mit einem Spannungsmesser an den Enden desselben die wirkende Effektivspannung E. Der Wechselstromwiderstand ist

$$W = \frac{E}{J} = \sqrt{w^2 + \omega^2 L^2}.$$

Aus dem mit Gleichstrom zu messenden Ohmschen Widerstand w, der Frequenz ω ist dann L zu finden.

2. Das Elektrodynamometer wird überflüssig, wenn man einen bekannten induktionslosen Widerstand w' zur Verfügung



Fig. 182.

hat. Man schaltet diesen mit der Spule, deren Induktion bestimmt werden soll, in Reihe und mißt die Spannung an den Enden der Spule (E_1) und an denen des Widerstandes (E_2). Letzteres ist so gut wie eine Strommessung. Es ist dann

$$E_1 : E_2 = \sqrt{w^2 + \omega^2 L^2} : w',$$

woraus L zu bestimmen ist. Der Strom durch den Spannungsmesser muß vernachlässigbar klein sein, wenn man nicht genötigt sein will, komplizierende Korrektionen anbringen zu müssen. Zweckmäßig ist hier daher die Spannungsmessung mit dem Elektrometer.

250. Bestimmung der Frequenz eines Wechselstroms. Die Methode des vorigen Paragraphen kann man, wenn man eine Spule von bekanntem Ohmschen Widerstand und bekanntem Selbstinduktionskoeffizienten zur Verfügung hat, zur Bestimmung der Frequenz ω verwenden. Schneller zum Ziel als mit dieser indirekten Methode kommt man mit dem eigens hierfür konstruierten Frequenzmesser nach R. Kempf[1]) (Fig. 182). Der Wechselstrom durchfließt einen kleinen Elektromagneten, welcher an einer Reihe von stählernen Federn (Fig. 183) vorbeigeführt werden kann. Man ermittelt diejenige Feder, welche durch die magnetischen Impulse am meisten in Vibration versetzt wird, wovon Fig. 184 ein Bild gibt; es ist diejenige Feder, für welche Resonanz eintritt, deren Eigenschwingung also der Periode des Wechselstroms entspricht. Die Eigenschwingungszahl jeder Feder ist durch Eichung ermittelt und am Instrument abzulesen.



Fig. 183.

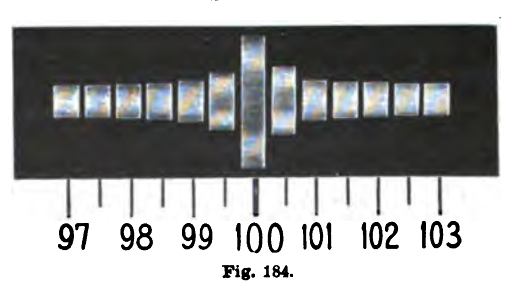


Fig. 184.

Die Frequenz kann endlich an der Maschine selbst auch durch mechanische Bestimmung der Tourenzahl ermittelt werden, wobei natürlich die Polzahl der Maschine zu berücksichtigen ist. Anstatt an der Wechselstrommaschine selbst kann die Tourenbestimmung natürlich an einem von ihr gespeisten Synchronmotor erfolgen. Das phonische Rad ist ein kleiner

1) Hartmann & Braun, Frankfurt a. M.

Synchronmotor mit Tourenzählwerk. Mit einem Stimmgabelunterbrecher bekannter Frequenz kann dasselbe auch mit intermittierendem Gleichstrom betrieben und damit geeicht werden.

251. Einfluß von Eisen. Wird eine Spule mit Widerstand und Selbstinduktion vom Wechselstrom J durchflossen, so spielen sich in ihr zwei energetische Vorgänge ab. Es wird erstens im Ohmschen Widerstande Energie verbraucht, welche in Form von Joulescher Wärme erscheint. Dieselbe ist pro Zeiteinheit gegeben durch das Produkt $J^2 w$. Der zweite Vorgang ist von keinem Energieverlust begleitet, sondern die Energie, welche in einem Periodenviertel zur Erzeugung des Magnetfeldes verwendet wird, wird im nächsten Periodenviertel beim Verschwinden des Magnetfeldes wieder herausgegeben. Es ist also der gesamte Energieverbrauch gegeben durch:

$$U = J^2 w.$$

Dies gilt nicht mehr, sobald die Spule Eisen enthält, welches Hysteresis zeigt. Denn bei dem zyklischen Magnetisierungsprozeß geht nach § 197 Energie im Eisen verloren, und zwar um so mehr, je mehr Hysteresis vorhanden ist. Dieser Energieverlust zeigt sich durch eine Erwärmung des Eisens an. Ist das Eisen oder sonstige Metallteile der Spule nicht fein unterteilt, so entstehen ferner Foucault-Ströme in ihm, welche in seinem Ohmschen Widerstande Joulesche Wärme erzeugen und daher einen weiteren Energieverlust bedingen. Um denselben Wechselstrom durch die eisenhaltige Spule zu treiben, ist daher ein größerer Energiebetrag nötig, welchen man in der Form schreiben kann:

$$U_e = J^2 w_e,$$

wobei der Index e die Gegenwart von Eisen anzeigen soll. Es ist $U_e > U$, d. h. der Ohmsche Widerstand erscheint durch die Gegenwart von Eisen vergrößert. Der Induktionswiderstand erscheint, da der Selbstinduktionskoeffizient mit der Magnetisierungskonstanten wächst, auch vergrößert; dies hat aber auf den Energieverbrauch keinen Einfluß.

Ferner ist bei Gegenwart von Eisen in Spulen zu berücksichtigen, daß der Selbstinduktionskoeffizient keine zeitlich kon-

stante Größe ist, weil die Magnetisierung des Eisens im Allgemeinen nicht proportional der Feldstärke ist. Ein ohne Eisen sinusförmig verlaufender Strom wird daher bei Gegenwart von Eisen in der Regel seine Sinusform verlieren. Man kann bei einer eisenhaltigen Spule deshalb nur von einem mittleren Selbstinduktionskoeffizienten für einen bestimmten Wechselstrom sprechen. In der Technik wegen ihrer größeren Billigkeit viel gebraucht sind die sog. Weicheiseninstrumente als Strom- bzw. Spannungsmesser (§ 238). In ihnen wirkt der Wechselstrom bewegend auf einen wegen der Vermeidung von Foucault-Strömen möglichst dünn gebauten Eisenkörper. Diese Instrumente bedürfen der Vergleichung mit einem eisenfreien Meßapparat für einen Wechselstrom der gleichen Periode, für welchen sie benutzt werden sollen.

Die Methode der vorigen Paragraphen ist nicht mehr direkt anwendbar, wenn die Selbstinduktionsspule Eisen enthält. In diesem Falle hat man statt des Ohmschen Widerstandes w die Größe w_e zu setzen. Es ist:

$$\text{(1)} \qquad \frac{E}{J} = \sqrt{w_e^2 + \omega^2 L^2}.$$

Man kann indessen Selbstinduktion und die Größe w_e einzeln bestimmen, wenn man zu der Messung von E und J mit Volt- und Ampèremeter noch eine Messung des Energieverbrauchs in der Spule mit dem Wattmeter hinzufügt. Das Wattmeter mißt nach § 245 die Größe:

$$\text{(2)} \qquad EJ \cos\varphi = U.$$

Aus E, J und U findet man daher $\cos\varphi$.

Ferner besteht die Beziehung:

$$\text{(3)} \qquad \operatorname{tang}\varphi = \frac{\omega L}{w_e}.$$

φ ist nach (2) bekannt. Aus (1) und (3) kann man dann bei bekannter Frequenz ω des Wechselstroms die Größen L und w_e einzeln berechnen.

Zahlenbeispiel. Nach Messungen des Verf. mit Präzisions-Ampère-, Volt- und Wattmeter der Weston Company an einer Spule aus dickem Kupferdraht.

Es wurden folgende vier Messungsreihen ausgeführt: I. Spule ohne Eisenkern, II. Spule mit einem unterteilten Eisenkern

(Drahtbündel), III. Spule mit massivem Eisenkern, letzte Reihe für schwächeren und stärkeren Strom. Beide Kerne füllten den Innenraum der Spule nur zum kleinen Teil aus.

		I	II	III				
ab-	J im Ampèremeter	15	3,4	4	7,55	Amp.	$w_A = 0{,}0065$
ge-	E im Voltmeter	53	96,5	49	84	Volt.	$w_V = 1730$
lesen	U im Wattmeter	100	40	62	240	Watt.	$w_W = 2530$
	U_V	1,6	5,3	1,4	4,08	„	$w_{(ab)} = 0{,}42$
	U_W	1,1	3,67	0,95	2,79	„	mit Gleich-
	φ	83°	84°	72°	67°		strom ge-
	w_e	0,43	3,1	3,8	4,4	scheinb. Ohm	messen.
	L	0,011	0,094	0,037	0,033	Henry.	

Periodenzahl der Maschine 50, also $\omega = 314$.

Das Wattmeter hatte drei Empfindlichkeitsstufen 1 Teilstrich = 10 Watt, 5 Watt und 2,5 Watt. Der Ohmsche Widerstand der Stromspule bei diesen drei Empfindlichkeitsgraden war bzw. 0,0089 Ohm, 0,0354 Ohm, 0,1415 Ohm.

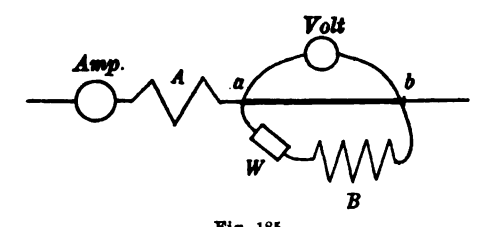


Fig. 185.

Die Schaltung war die in Fig. 185 angegebene. Das Wattmeter zeigt den Effektverbrauch in der Spule (ab), im Voltmeter und in seiner eigenen Spannungsspule B zusammen an, so daß man die beiden letzteren vom abgelesenen abziehen muß, um den Wattverbrauch in ab zu erhalten.

$$\underset{(ab)}{U} = \underset{abgel.}{U} - \underset{(V)}{U} - \underset{(W)}{U}.$$

Nimmt man in den Instrumenten den Wattverbrauch als nur durch Stromwärme veranlaßt an (keine Eisenverluste), so sind

$$\underset{(V)}{U} = \frac{E^2}{w_{(V)}}, \quad \underset{(W)}{U} = \frac{E^2}{w_{(W)}}$$

aus den Ohmschen Widerständen und der Voltmeterablesung zu berechnen.

Ferner ist der im Ampèremeter abgelesene Strom J_A zusammengesetzt aus den drei Strömen in der Spule ab, im Voltmeter und dem Spannungszweig des Wattmeters, so daß:

$$J_{(ab)} = J_{(A)} - J_{(V)} - J_{(W)}.$$

$J_{(V)}$ und $J_{(W)}$ sind als Quotienten aus Voltzahl E und den betr. Widerständen gegeben.

Somit kennt man Strom, Spannung und Wattverbrauch der Spule ab, und man kann nunmehr aus diesen Größen nach den oben genannten Formeln (1) und (3) w_e und L einzeln berechnen.

Man erkennt aus obiger Tabelle den Einfluß des Eisens. Obgleich dasselbe, besonders wenn es unterteilt ist, die Selbstinduktion vervielfacht, wird der Phasenwinkel in Fall II kaum größer, im Fall III sogar kleiner als ein Zeichen, daß ein Wattverbrauch im Eisen stattfindet. Dies äußert sich besonders deutlich in der starken scheinbaren Vermehrung des Ohmschen Widerstandes, der bei Eisenfreiheit dem mit Gleichstrom gemessenen sich gleich ergibt, dagegen bei Anwesenheit des Eisenkerns auf den etwa zehnfachen Wert steigt. Die beiden Reihen III zeigen, daß dabei die Größe der Stromstärke recht wesentlich mitspricht.

Die Tabelle gibt zugleich Kenntnis von der Größe des Wattverbrauchs der guten Meßinstrumente. Der Wattverbrauch des Ampèremeters kommt hier, da es außen steht, nicht in Rechnung. Er ist kleiner als im Voltmeter, nämlich bei $J = 10$ Amp. erst 0,65 Watt $= J^2 w_A$.

252. Aufnahme von Spannungs- und Stromkurven mittels Momentankontakts. An der Achse der Maschine, deren Spannungskurve ermittelt werden soll, bringt man eine Vorrichtung (Joubertsche Scheibe) an, welche einen sehr kurzen Zeitmoment einen Kontakt herzustellen erlaubt, der die Klemmen der Maschine entweder direkt durch ein Galvanometer mit großem Vorschaltwiderstand verbindet, oder dieselben mit einem Kondensator in Verbindung setzt, dessen Ladung dann mit dem ballistischen Galvanometer gemessen wird. Durch peripherische Verschiebung der Kontaktstelle an der Welle kann man es er-

reichen, daß man den Moment des Kontakts zu beliebigen Zeiten erfolgen läßt, und kann so die Spannung als Funktion der Zeit ermitteln. Die Aufnahme einer Stromkurve mit dem gleichen Apparat erfolgt durch Ermittelung der Spannungskurve an den Enden eines induktionsfreien Widerstandes, durch welchen der Strom hindurchgeleitet wird.

253. Direkte Aufzeichnung von Strom- und Spannungskurven durch Lichtflecke und rotierende Spiegel.

1. Braunsche Röhre (Fig. 186). Der Strom, welcher durch eine Spule geleitet wird, wirkt magnetisch ablenkend auf ein von der Kathode der Röhre ausgehendes, durch eine Influenzmaschine erzeugtes Kathodenstrahlenbündel. In unabgelenkter

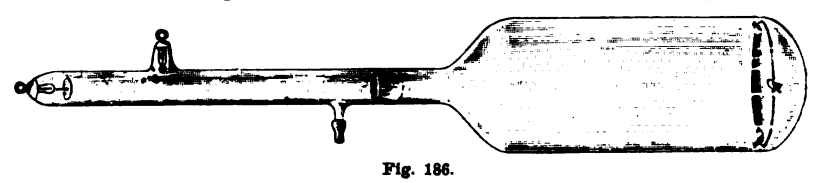


Fig. 186.

Lage erzeugen die Kathodenstrahlen an ihrer Auftreffstelle als Abbild eines ihnen in den Weg gestellten Diaphragmas einen helleuchtenden Fleck, welcher sich bei Erregung eines Magnet-

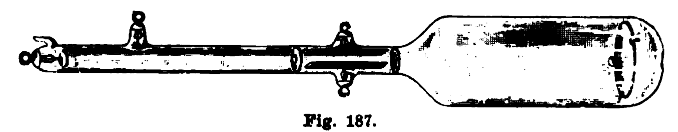


Fig. 187.

feldes verschiebt, und zwar bei nicht zu großen Ablenkungen der Feldstärke proportional. Infolge der stetig schwankenden Stromstärke in der wechselstromdurchflossenen Ablenkungsspule zieht sich der Leuchtfleck in eine gerade Linie auseinander, welche, im rotierenden Spiegel betrachtet, sich in die Wechselstromkurve auszieht. Das Kathodenstrahlenbündel folgt momentan jeder Änderung des Magnetfeldes. Die Spannungskurve kann man in ähnlicher Weise mittels elektrischer Ablenkung durch einen in die Braunsche Röhre eingeschmolzenen kleinen Kondensator (Fig. 187) aufnehmen. Die Strahlen passieren zwischen den Platten, welche mit den Punkten verbunden werden, deren Spannungsdifferenz analysiert werden soll. Figg. 188 und 189

zeigen mit Braunscher Röhre und bewegter photographischer Platte erhaltene Aufnahmen der Stromkurve einer Wechselstrommaschine und eines durch einen Wehnelt-Unterbrecher fließenden Gleichstromes. Auf letzterem Bild sieht man nur die Strom-

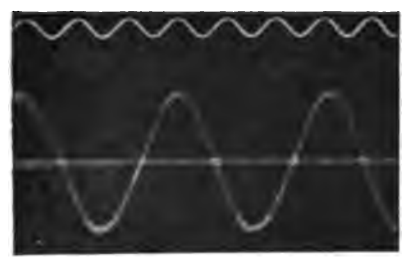


Fig. 188.



Fig. 189.

anstiege. Der Abfall ist so schnell, daß kein photographischer Eindruck davon entstand. Die obere Kurve jedes Bildes rührt von einem gleichzeitig aufgenommenen Lichtfleck einer schwingenden Stimmgabel her.

2. Oszillograph. Auch das Prinzip des Oszillographen ist es, ein System von äußerst geringer Trägheit durch die magnetische Kraft des Wechselstromes abzulenken. Der Wechselstrom fließt (Fig. 190) durch eine gespannte Drahtschleife D, welche sich im Felde eines kräftigen permanenten Magneten oder konstant erregten Elektromagneten befindet. An der Schleife ist ein sehr leichter Spiegel s angebracht. Wird sie vom Wechselstrom durchflossen, so erfährt sie fortwährend verschiedene Ablenkung, ein vom Spiegel durch Reflexion eines Lichtbündels auf einem Schirm erzeugter Lichtfleck wird in eine Linie auseinandergezogen, welche, im rotierenden Spiegel betrachtet, auch das Abbild der Wechselstromkurve wiedergibt, vorausgesetzt, daß die Eigenschwingung der Drahtschleife nicht stört. Dies ist dann nicht der Fall, wenn die Periode der Eigenschwingung sehr klein im Verhältnis zu derjenigen des Wechselstromes ist. In den zu höchster Vollkommenheit ausgebildeten Oszillographen von Blon-

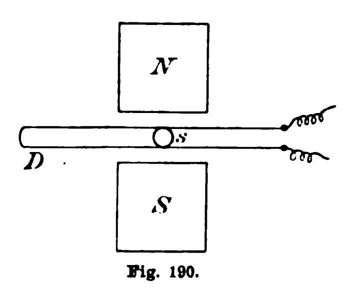


Fig. 190.

del und Duddel beträgt die Dauer der Eigenschwingung nur 0,0001 sek; dieselbe kann sich daher bei der Aufnahme der Kurven des gewöhnlichen Wechselstroms (Schwingungsdauer 0,02 sek) in keiner Weise störend bemerkbar machen. Fig. 191 zeigt zwei für die im nächsten Paragraphen besprochenen Zwecke montierte einfachere Oszillographen. Wird der rotirende Spiegel mittels Synchronmotors durch den gleichen Wechselstrom betrieben, so steht die Kurvenfigur vollkommen still. Fig. 192 zeigt einen Blondelschen Oszillographen der Firma Siemens und Halske.

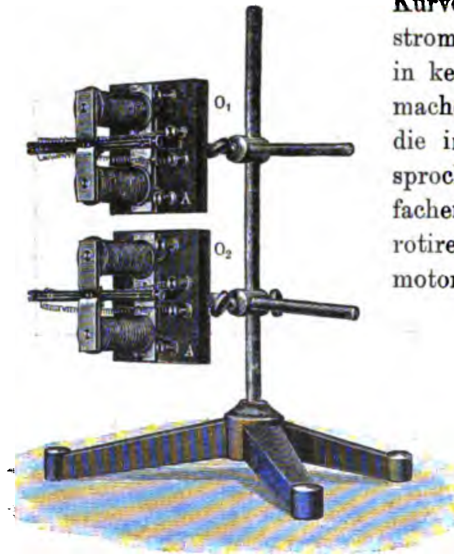


Fig. 191.

Auch das Einthovensche Saitengalvanometer ist für den vorliegenden Zweck sehr geeignet. Die ungespannte sehr dünne und leichte Saite bewegt sich vor einem Spalt und zeichnet im rotierenden Spiegel oder durch bewegte Linsen betrachtet direkt die Wechselstromkurve.

3. Glimmlicht-Oszillograph nach Gehrcke. Das negative Glimmlicht in einem Entladungsrohr, in



Fig. 192.

welchem das Kathodengefälle das normale ist, hat die Eigenschaft, einen als Kathode dienenden Draht in einer Ausdehnung zu überziehen, welche der Stromstärke im Entladungsrohr proportional ist. Fließt Wechselstrom durch das Rohr, so zieht sich das Glimmlicht im Tempo desselben vor und zurück. Die Grenze, im rotierenden Spiegel betrachtet, gibt das Abbild der Stromkurve.

254. Demonstration der Phasendifferenz zweier Wechselströme, sowie eines Wechselstroms und der ihn erzeugenden e. m. K. Auch zur Demonstration der Phasendifferenz von zwei Wechselströmen kann man sich der ebengenannten Apparate bedienen. Es seien zwei gleiche Spulen parallel geschaltet und angelegt an die Pole einer Wechselstrommaschine. Die Ströme sind in gleicher Phase. Wird nun die Selbstinduktion einer Spule, z. B. durch Einschieben eines unterteilten Eisenkerns, geändert, so ändert sich die Phasendifferenz zwischen Strom und e. m. K. in dieser Spule. Man kann die so entstehende Phasendifferenz der in den Spulen fließenden Ströme auf zweierlei verschiedene Weisen demonstrieren:

1. Man schaltet in beide Stromkreise je einen Oszillographen ein und betrachtet gleichzeitig beide Stromkurven im rotierenden Spiegel. Bei Einschieben des Eisenkerns verschieben sich die Kurven gegeneinander.

2. Man läßt ein Lichtbündel von dem Spiegel des einen Oszillographen auf den des anderen und von letzterem auf einen Schirm fallen, und orientiert dabei die Oszillographen derart, daß die Drehungsachsen ihrer beweglichen Systeme senkrecht aufeinander stehen. Vibriert das eine Instrument, so breitet sich der Lichtfleck auf dem Projektionsschirm in einen horizontalen Streifen aus; schwingt das andere Instrument, so entsteht ein vertikaler Lichtstreifen. Schwingen beide Instrumente, so entsteht bei Fehlen einer Phasendifferenz und gleicher Elongation ein unter 45^0 gegen die vorigen geneigter Lichtstreifen. Ist eine Phasendifferenz vorhanden, so entstehen die sog. Lissajousschen Klangfiguren, und zwar in der Regel Ellipsen. Ein Kreis entsteht bei einer Phasendifferenz $\frac{\pi}{2}$ und gleicher Elongation der erzeugenden Schwingungen (§ 261).

Dasselbe läßt sich mit einer Braunsche Röhre erreichen, indem man die eine der stromdurchflossenen Spulen in horizontaler Lage, die andere in vertikaler Lage auf das Kathodenstrahlenbündel magnetisch ablenkend wirken läßt. Fig. 193 zeigt

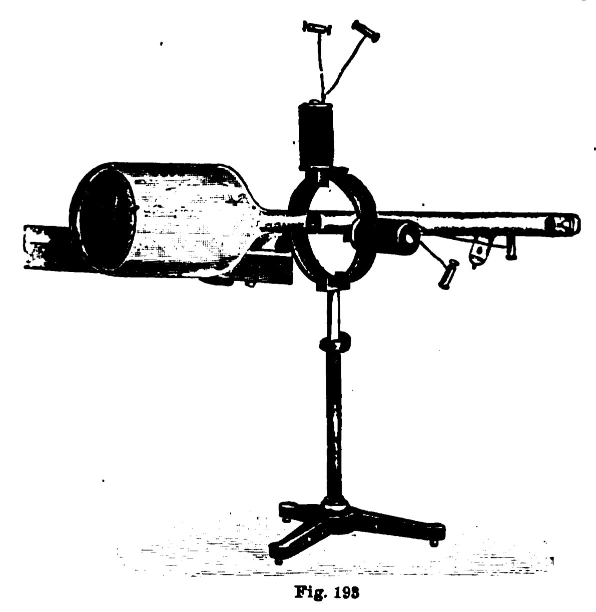


Fig. 193

die Anordnung, und in Fig. 194—196 sind mit ihr erhaltene Schwingungsfiguren abgebildet. Die Unvollkommenheit der Kreisgestalt rührt von der Abweichung des benutzten Wechselstroms von der reinen Sinusform her.



Fig. 194.



Fig. 195.



Fig. 196.

Sind die direkten Spulenströme zu stark, als daß man sie durch den Oszillographen leiten könnte, so ist nur als Nebenschluß zu demselben ein induktionsfreier Widerstand anzubringen.

Man kann mit zwei Oszillographen in ähnlicher Weise auch die Phasendifferenz zwischen einem Wechselstrom in einem Leiter und der ihn erzeugenden e. m. K. an den Enden des Leiters demonstrieren. Man schaltet dazu den einen eventuell mit induktionsfreiem Nebenschluß versehenen Oszillographen in den Hauptstromkreis, den anderen mit einem induktionsfreien Vorschaltwiderstand als Nebenschluß zu dem Leiter, zwischen dessen Enden die zu untersuchende e. m. K. herrscht. Da dieser Nebenschlußzweig induktionsfrei ist, so ist der Strom im zweiten Oszillographen mit der e. m. K. in Phase. Auch mit zwei Braunschen Röhren läßt sich die Phasendifferenz zwischen Strom und e. m. K. objektiv abbilden. Fig. 197 zeigt eine solche photographische Abbildung.



Fig. 197.

3. Eine weitere Methode, Phasendifferenzen zu zeigen, mag hier endlich noch Erwähnung finden, weil sie es erlaubt, gleich den Phasenwinkel zu beobachten und zu messen. Die stromliefernde Wechselstrommaschine treibt einen zweipoligen Synchronmotor, auf dessen Achse eine schwarze Kreisscheibe mit einem weiß eingezeichneten dünnen radialen Streifen befestigt ist. Den auf veränderliche Phase zu untersuchenden Wechselstrom leitet man durch ein kleines Induktorium, dessen Sekundärpole mit einer kleinen Leydener Flasche und einer Funkenstrecke verbunden sind. Der Funke, der zweimal während einer Periode überspringt beleuchtet den rotierenden weißen Radialstreifen jedesmal einen so kurzen Moment, daß man als Folge der Beleuchtung einen feststehenden, scharfen, weißen Durchmesser die schwarze Scheibe durchziehen sieht. Sobald man durch Einschalten von Selbstinduktionspulen, Einführen von Eisen in dieselben oder etwa durch verschiedenes Belasten eines in den Stromkreis eingeschalteten Transformators die Phase des Wechselstroms ändert, dreht sich der die Scheibe durchziehende Durchmesser um den betreffenden Phasenwinkel, den man an einer feststehenden Gradteilung ablesen kann.

255. Demonstration von Hysteresiskurven mit der Braunschen Röhre. Drei Spulen werden hintereinander in einen Wechselstromkreis eingeschaltet und folgendermaßen zu einer Braunschen Röhre orientiert: Eine Spule, in vertikaler Lage, breitet den Fluoreszenzfleck zu einer horizontalen Linie aus; die anderen Spulen in horizontaler Lage derart einander gegenüber, daß ihre Wirkung auf das Kathodenstrahlenbündel



Fig. 198.

sich aufhebt. Wird die vertikale Spule ausgeschaltet, und schiebt man einen Eisenkern in eine der beiden horizontalen Spulen, so zeichnet der Leuchtfleck eine vertikale Linie auf den Schirm der Röhre. Wird nun aber die vertikal stehende Spule mit eingeschaltet, so zieht sich die vertikale Linie in die Hysteresiskurve auseinander; denn die Wirkung der vertikalen Spule ist in jedem Augenblick dem Feld $\mathfrak{H}$, die Differenzwirkung der beiden horizontalen Spulen der Differenz $\mathfrak{B} - \mathfrak{H}$, Induktion minus Feldstärke proportional. Auf den Schirm zeichnet sich also eine Kurve ab, deren Abszisse der Feldstärke, deren Ordinate der

Größe $\mathfrak{B} - \mathfrak{H} = 4\pi\mathfrak{J}$ (§ 77), d. h. der Intensität der Magnetisierung, proportional ist.

256. Wechselstrommaschinen und Wechselstrommotoren. Die Maschinen für Wechselstromerzeugung haben sämtlich zum Prinzip, daß die Anzahl Induktionslinien, welche Spulen durchsetzen, periodischen Änderungen unterworfen werden.



Fig. 199.

Die meisten Maschinen werden für eine Zahl von 50 Perioden, also 100 Wechseln pro Sekunde, gebaut. Der Methoden, die Änderung der Induktionslinienzahl zu erreichen, gibt es mehrere. Meist rotieren große, radial angeordnete Elektromagnete, die konstant mit Gleichstrom erregten Feldmagnete, an den feststehenden eisenerfüllten Spulen der Ankerwickelung vorbei. Dabei umgibt der massiv gebaute Anker mit seinen ebenfalls mit ihren Achsen radial angeordneten Spulen von außen den inneren beweglichen Teil. Die Fig. 198 zeigt eine solche Innenpol-

maschine größter Dimensionen (Leistung 3000 Kilowatt = 3000000 Watt, Spannung 6000 Volt) aus der Zentrale Oberspree der Berliner Elektrizitätswerke; Fig. 199 eine kleinere Maschine, Fig. 200 die rotierenden Feldmagnete einer solchen. Alle Maschinen sind sog. Drehstrommaschinen (s. weiter unten). Bei den Außenpolmaschinen rotiert der Anker innerhalb der ihn von außen umfassenden Pole des Feldmagneten. Je nachdem die Magnete des Ankers länger oder kürzer sind, hat der Anker die Form des sog. Sternankers oder des Trommelankers. Fig. 201 zeigt eine Außenpolmaschine der Allg. Elektrizitäts-Gesellschaft mit Trommelanker.



Fig. 200.

Bei den Mordey-Maschinen rotiert nur der Eisenkern des Feldmagneten, welcher von einer feststehenden Spule mit Gleichstrom magnetisiert wird. In diesen Maschinen stehen also alle Spulen fest, und es sind keine Schleifringe nötig.

Alle Maschinen haben gemeinsam das Prinzip, daß durch bewegte Eisenmassen, sei es, daß die Spulen sich mitbewegen oder nicht, ein magnetischer Kreis abwechselnd geschlossen und geöffnet wird. Je nachdem die Spulen des Ankers aus kurzem dickdrähtigen oder langem dünnen Draht gewickelt sind,



Fig. 201.

liefert die Maschine starke Ströme niedriger oder schwächere Ströme höherer Spannung.

Von besonderem technischen Interesse, besonders für Zentralen mit stark wechselnder Inanspruchnahme, ist die Frage nach der Möglichkeit einer Zusammenschaltung mehrerer Wechselstrommaschinen. Besitzen die Maschinen eine gemeinsame Welle, auf welcher ihre beweglichen Teile starr befestigt sind, so ist Reihen- und Nebenschlußschaltung möglich. Bei ersterer addieren sich geometrisch die Spannungen, bei letzterer die Stromstärken. Hat man indessen zwei völlig von einander unabhängige Maschinen mit eigenen Antriebsmotoren, so ist es nicht möglich, dieselben in Serienschaltung auf einen Außenleiter arbeiten zu lassen. Man kann nämlich leicht zeigen, daß, sobald eine der Maschinen durch eine Ungleichmäßigkeit im Antrieb etwas voraufeilt oder nachbleibt, die voraufeilende weniger, die nachbleibende mehr Arbeit leistet, sodaß eine entstehende, noch so geringe Phasendifferenz sich sofort von selbst vergrößert, solange bis die beiden Maschinen in fast entgegengesetzter Phase laufen. Diesen Endzustand, in welchem also in jedem Augenblick die gleichnamigen Pole der Maschinen miteinander verbunden sind, kann man als eine Parallelschaltung der Maschinen ansehen.

Soll zu einer laufenden Maschine, welche an ein Paar Verteilungsschienen geschaltet ist, eine noch in Ruhe befindliche Maschine parallel an das Schienenpaar geschaltet werden, so hat man in folgender Weise vorzugehen. Erst ist die Maschine mit ihrem Motor (Dampfmaschine, Turbine oder dgl.) anzulassen und (etwa mit einem Tourenzähler) möglichst angenähert auf die richtige Tourenzahl zu bringen. Die Felderregung ist so zu wählen, daß ein Wechselstromvoltmeter die richtige Spannung anzeigt. Ein Pol der Maschine kann ohne weiteres mit der einen Schiene verbunden werden. Den anderen Pol darf man aber nur in einem Moment der Phasengleichheit beider Maschinen anschalten. Diesen Moment kann man mit Hilfe einer Glühlampe feststellen, durch welche hindurch man die Verbindung ohne Gefahr bereits vornehmen kann. Solange die anzuschaltende Maschine noch nicht die richtige Tourenzahl hat, wird sie abwechselnd in gleiche und entgegengesetzte Phase mit der an-

deren Maschine gelangen, in um so schnellerer Aufeinanderfolge, je größer die Differenz der Tourenzahlen ist. Es wird sich dies in einem Flackern der Glühlampe kundgeben. Das Flackern wird immer langsamer, je übereinstimmender die Tourenzahlen werden, um kurz vor völliger Tourengleichheit zu einem langsamen Aufleuchten und Erlöschen zu werden. Im Moment völliger Dunkelheit stimmen die Phasen gerade überein, und in diesem Augenblick kann man durch Kurzschließen der Glühlampe die beiden Wechselstrommaschinen ganz mit einander verbinden. Von diesem Moment ab halten sich die Maschinen gegenseitig in Phase. Sobald eine nur um ein Geringes hinterzubleiben droht, leistet sie weniger Arbeit und wird von der anderen Maschine wie ein Motor angetrieben, und umgekehrt hat jede der Maschinen, sobald sie voraufeilen will, mehr Arbeit zu leisten und wirkt auf die andere antreibend ein. Wird die treibende Dampfmaschine der einen Maschine ausgeschaltet, so bleibt die letztere doch in Gang. Sie ist jetzt ein Wechselstrom-Synchronmotor. Das Anschalten eines solchen an die treibende Wechselstromdynamo hat ganz so zu erfolgen, wie eben geschildert wurde. Der Synchronmotor bedarf also einer Felderregung und muß mit einer Hilfsmaschine angelassen werden.

Für besondere Zwecke werden Maschinen mit sehr hoher Wechselzahl gebaut. Fig. 202 zeigt eine solche Wechselstrom-

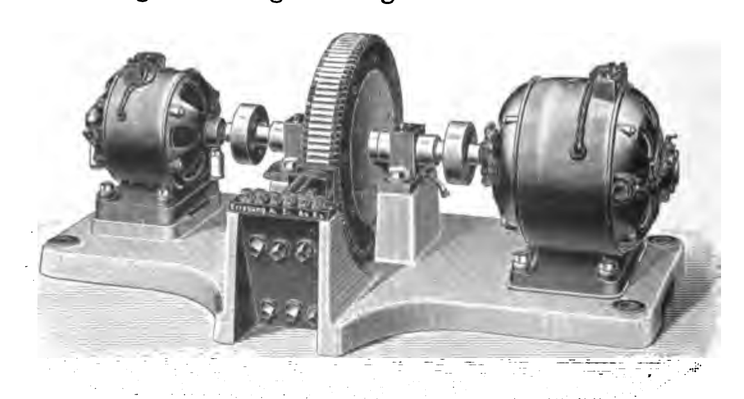


Fig. 202.

sirene von Siemens und Halske für Periodenzahlen bis zu 6000, Fig. 203 dieselbe Maschine von der Seite gesehen. In Fig. 202

befindet sich auf der einen Seite der Antriebsmotor, auf der anderen Seite eine Belastungsdynamo zur Erreichung guter Konstanz der Tourenzahl.

Die Höhe der Spannung einer leerlaufenden Wechselstrommaschine, welche mit konstanter Tourenzahl läuft, ist der Stärke des Erregerfeldes proportional. Der Verlauf der Spannungskurve in Abhängigkeit von der Stromstärke in den Feldmagneten (Charakteristik) ist darum ganz ähnlich dem der Magnetisierungskurve. Dies zeigt die Leerlaufkurve in Fig. 204 recht deutlich. Das Diagramm wurde an einer 1000 Kilowatt-Maschine von Lahmeyer aufgenommen. Die Klemmspannung der Maschine ändert sich wesentlich, wenn Strom aus ihr entnommen wird, einmal wegen des Spannungsverlustes durch den Ankerwiderstand, dann aber auch wegen der Rückwirkung des Ankers infolge seiner Gegenmagnetisierung. Diese letztere hängt außer von der Stärke auch von der Phase des dem Anker entnommenen Stromes ab. Bei Kurzschluß einer Wechselstrommaschine ist der Spannungsabfall so groß, daß die Maschine im allgemeinen vor Schädigungen bewahrt bleibt.



Fig. 203.

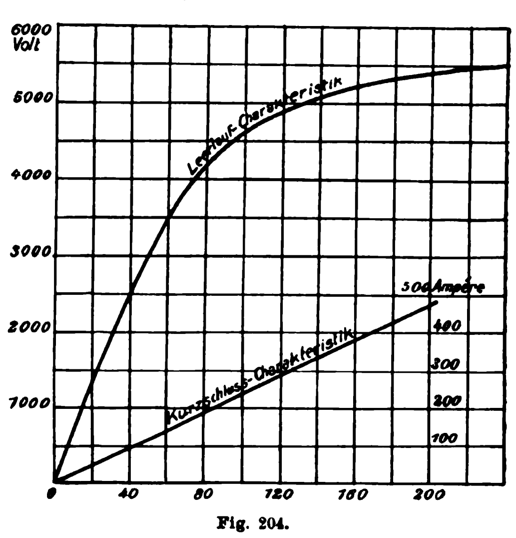


Fig. 204.

257. Vorzüge des Wechselstroms bezüglich der Kraftübertragung. Was den Wechselstrom in so überaus vorteil-

hafter Weise vor dem Gleichstrom auszeichnet, ist seine bequeme Transformierbarkeit auf beliebige Spannungen. Während der von einer Dynamomaschine gelieferte Gleichstrom nur mit Hilfe von Akkumulatorenschaltungen oder dadurch auf andere Spannungen gebracht werden kann, daß man durch ihn einen Elektromotor treibt, der in direkter Kuppelung mit einer die gewünschte Spannung liefernden Gleichstrommaschine steht, besitzen die Wechselstromtransformatoren keine beweglichen Teile, bedürfen daher keinerlei Aufwartung. Für Zwecke der Kraftübertragung ist es wünschenswert, hochgespannte Ströme zu erzeugen. Die zu übertragende Energie ist gegeben als das Produkt ei aus Spannung und Stromstärke. Man kann also bei hoher Spannung dieselbe Energiemenge durch schwache Ströme und dünne Leitungen übermitteln, welche man bei niedriger Spannung nur durch starke Ströme und dazu erforderliches großes Kupfermaterial in die Ferne übertragen kann. Die leichte Transformierbarkeit auf beliebig hohe Spannungen sichert für Zwecke der Kraftübertragung dem Wechselstrom den Vorrang vor dem Gleichstrom. Auch die direkt von den Maschinen gelieferte Spannung kann man wegen des feststehenden Ankers bei den Wechselstrommaschinen erheblich höher (25 000 Volt) steigern als bei Gleichstrommaschinen, indem bei den letzteren der Herstellung genügender Isolation des rotierenden Ankers und des Kollektors oberhalb 2—3000 Volt unüberwindliche Schwierigkeiten sich in den Weg stellen.

Indessen haben auch Gleichstrommaschinen für Herstellung elektrischer Zentralen ihre unleugbaren Vorteile, vor allem den, daß die Maschinentätigkeit durch Akkumulatorenbatterien unterstützt werden kann. In Stunden geringen Bedarfs können die Maschinen eine solche Batterie laden oder auch ganz abgestellt werden, der Batterie die geringere Stromlieferung überlassend, und in Zeiten großen Stromkonsums kann die Batterie zu den Maschinen parallel geschaltet werden und auf diese Weise vorübergehend einen Betrieb mit Maschinen ermöglichen, welche für die alleinige Bewältigung eine nicht hinreichende Größe haben.

258. Transformatoren. Die Transformatoren für Wechselstrom sind Induktionsapparate, bei welchen die Streuung durch

Schließen des magnetischen Kreises auf ein Minimum reduziert ist. Auf einem geschlossenen, aus Eisendrähten oder -blechen



Fig. 205.

gebildeten Joch sitzen, meist abwechselnd, die primären und sekundären Spulen. Häufig umgibt auch das Eisen allseitig die



Fig. 206.

Spulen. Diese Transformatoren heißen Manteltransformatoren, im Gegensatz zu den Kerntransformatoren. Fig. 205 zeigt einen Kerntransformator ohne Schutzkappe (Drehstromtransformator, Allgem. Elektrizitäts-Gesellschaft, Berlin). Offene Transformatoren sind wegen der verhältnismäßig großen Streuung fast gar nicht im Gebrauch. Die magnetischen Induktionslinien sind gezwungen, sich außen durch die Luft zu schließen; der magnetische Widerstand ist daher groß. Um ihn etwas zu verkleinern, hat man

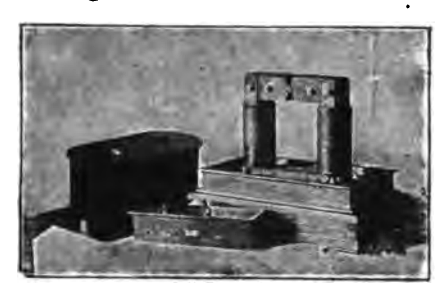


Fig. 207.



Fig. 208.



Fig. 209.

bei einer Type offener Transformatoren die Enden des aus Drähten oder Blechen bestehenden Eisenkerns auseinander gebogen. Die Induktionslinien erhalten dadurch gleich beim Austritt aus dem

Eisen in die Luft einen viel größeren Querschnitt, wodurch der magnetische Widerstand verringert wird. Wegen des eigentümlichen Aussehens hat diese von Swinburne angegebene Type den Namen Igeltransformator. Fig. 206 zeigt einen auch als Funkeninduktor zu benutzenden Transformator für sehr hohe Spannungen von Fr. Klingelfuß, Basel; Fig. 207 denselben mit abgehobener Sekundärspule. Fig. 208 ist die Abbildung einer Entladung, welche wegen der großen Intensität des Sekundärstromes lichtbogenartigen Charakter hat. Fig. 209 zeigt die bei schwachem Anblasen der Entladung eintretende Erscheinung.

259. Leerlaufstrom eines Transformators. Wird die Wechselspannung einer Maschine

$$e = e_0 \sin \omega t$$

angelegt, so entsteht in der Primärspule des Transformators, wenn er unbelastet, d. h. seine Sekundärspule offen ist, der Strom

$$i = \frac{e_0}{\sqrt{w^2 + \omega^2 L^2}} \sin (\omega t - \varphi).$$

Derselbe steht in Phase hinter der e. m. K. zurück um den Winkel φ, dessen Tangente ist:

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{\omega L}{w}.$$

Hat die Primärspule einen gegen ihren Induktionswiderstand (Induktanz) ωL zu vernachlässigenden Ohmschen Widerstand w, und finden im Inneren des Transformators keine Energieverluste durch Hysteresis oder Wirbelströme statt, so ist $\varphi = 90^0$, und der Strom ist ein wattloser (§ 244). Der ideale Transformator verschluckt also mit offener Sekundärspule keine Energie, indem er im einen Periodenviertel denselben Energiebetrag aufnimmt, den er im darauffolgenden wieder abgibt. Der wattlose Primärstrom bildet sich in einer solchen Stärke aus, daß die durch ihn in der Primärspule induzierte, ihm um 90^0 in Phase zurückstehende Gegen-e. m. K. gleich der angelegten Spannung ist. Induzierte und angelegte Spannung sind in Phase um 180^0 verschieden, heben sich also in jedem Moment auf. Dies ist nicht mehr ganz der Fall, wenn der Transformator kein idealer ist, d. h. wenn in ihm Energieverluste auftreten.

260. Belasteter Transformator. Auch auf die Sekundärspule wirkt der Primärstrom induzierend, und zwar hat auch die in ihr induzierte Spannung 180° Phasendifferenz gegen die angelegte Spannung; bei induktionsloser Belastung eilt mithin auch der Sekundärstrom um 180° hinter der an die Primärspule angelegten Spannung nach.

Der Sekundärstrom seinerseits wirkt aber rückwärts induzierend auf die Primärspule, und zwar ist die in ihr induzierte e. m. K. um 90°, also wegen des geringen Widerstandes der Primärspule der dadurch erzeugte Strom um 180° hinter dem Sekundärstrom nacheilend. Der rückwärts von dem Belastungsstrom der Sekundärspule in der Primärspule induzierte Strom eilt also der an die Primärspule angelegten Spannung um 180° + 180° = 360° nach, d. h. er ist mit ihr in Phase, er ist ein Wattstrom, welcher Energie verbraucht. Man sieht also, daß dem wattlosen Leerstrom ein um so größerer Arbeitsstrom sich hinzugesellt, je mehr elektrische Energie als Sekundärstrom dem Transformator entnommen wird. Bei offenem Sekundärkreis ist der Primärstrom im idealen Transformator um 90° gegen die angelegte e. m. K. verzögert, um sich derselben in Phase um so mehr zu nähern, je mehr Arbeit im Sekundärkreis geleistet wird.

Die angestellten Betrachtungen gelten streng nur für einen idealen Transformator, bei welchem keine sonstigen Energieverluste durch Widerstand in den Leitungen (die sog. Kupferverluste), Hysteresis, Wirbelströme (die sog. Eisenverluste) stattfinden, welche den Primärstrom auch in seiner Größe und Phase beeinflussen würden.

Der Widerstand der Primärspule bedingt, daß die angelegte Spannung die induzierte Gegenspannung überwiegt, nämlich um den Betrag, der zur Überwindung des Ohmschen Widerstandes dient. Der Widerstand der Sekundärspule bewirkt, daß bei Belastung derselben die Klemmenspannung V, die mit dem Voltmeter an ihren Enden gemessen wird, kleiner ist als die induzierte elektromotorische Kraft E. Ebendahin wirken auch die Eisen- und Kupferverluste.

Das Schließen des Sekundärkreises bewirkt nach obiger Auseinandersetzung, daß die Stromstärke im Primärkreis wächst

und sich in Phase der an die Primärspule gelegten Spannung um so mehr nähert, je stärker der Strom in der Sekundärspule ist. Dies heißt nichts anderes, als daß die Selbstinduktion der Primärspule durch die um sie gelegte geschlossene Sekundärspule verringert wird. Würden alle Induktionslinien völlig ausgenutzt, d. h. fehlte jegliche Streuung, so würde im idealen Transformator die Selbstinduktion des Primärkreises bei Kurzschließen der Sekundärspule vollständig vernichtet werden.

Im idealen, streuungsfreien Transformator induziert eine Änderung der Induktionslinienzahl in beiden Spulen e. m. K., welche im Verhältnis der Windungszahlen stehen. Eine an die Enden der Primärspule des offenen Transformators angelegte Wechselstrom-Klemmenspannung K_1 induziert nach vorigem Paragraphen in der Primärspule eine ihr entgegengesetzt gleiche e. m. K.; in der Sekundärspule daher eine im Verhältnis der Windungszahlen größere e. m. K. Das Verhältnis der Klemmenspannungen an Sekundär- und Primärspule heißt Umsetzungsverhältnis des Transformators. Es ist für den idealen streuungsfreien Transformator gleich dem Verhältnis der Windungszahlen. Streut der Transformator, so gehen je nach dem Grade der Streuung und der Konstruktion des Transformators sowohl der Primär- als auch der Sekundärspule Induktionslinien verloren, und die induzierten e. m. K. stehen nicht mehr im Verhältnis der Windungszahlen. Die am belasteten Transformator gemessenen Klemmenspannungen von Primär- und Sekundärspule weichen in ihrem Verhältnis von dem der Windungszahlen natürlich umso mehr ab, je weiter sich der Transformator vom idealen unterscheidet, d. h. je größer seine Streuung und seine inneren Energieverluste sind. Die modernen Transformatoren der Technik kommen indessen dem Verhalten des idealen Transformators sehr nahe. Die folgende Tabelle, eine Aufnahme an einem Kapptransformator von vier Kilowatt gibt ein Bild von dessen Verhalten.

Die V, J und U geben die gemessenen Größen von Klemmenspannung, Stromstärke und Leistung im Primär- und Sekundärkreis bei von Leerlauf bis Maximalleistung schwankender induktionsfreier Belastung. Die Leerlaufsarbeit, welche durch die Verluste im Transformator bedingt wird, beträgt 152 Watt, die

Phasendifferenz zwischen V und J im Primärkreis gleichzeitig 52°, also von 90° recht beträchtlich abweichend. V_1 ist die konstante an die Primärspule angelegte effektive Spannung. Die Klemmenspannung V_2 der Sekundärspule ist, wie ersichtlich, von der Belastung in weitgehender Weise unabhängig.

V_2 eff. Volt	J_2 eff. Amp.	U_2 Watt	V_1 eff. Volt	J_1 eff. Amp.	$J_1 V_1$ Watt	U_1 Watt	$\cos\varphi_1 = \frac{U_1}{J_1 V_1}$	φ_1 ca.	$U_1 - U_2$ Watt	Wirkungsgrad $\frac{U_2}{U_1} \cdot 100$ %
99,0	0	0	2400	0,145	248	152	0,61	52°	152	0
98,9	2,89	286	„	0,229	549	445	0,81	36	159	64,3
98,8	4,87	481	„	0,304	729	640	0,88	28	159	75,2
98,8	7,17	708	„	0,374	897	868	0,97	14	160	81,6
98,0	10,81	1060	„	0,519	1245	1225	0,98	11	165	86,5
98,6	14,68	1448	„	0,675	1620	1609	0,99	8	166	89,7
98,2	18,52	1819	„	0,831	1994	1988	1,00	0	169	91,5
97,7	29,80	2912	„	1,288	3091	3100	1,00	0	188	94,0
97,1	40,89	3971	„	1,750	4200	4207	1,00	0	236	94,4.

261. Der Drehstrom. Zwei Wechselströme gleicher effektiver Stromstärke mögen in zwei senkrecht aufeinander gerichteten Spulen fließen und gegeneinander eine Phasendifferenz von $\frac{\pi}{2}$ haben. Die magnetischen Felder beider Spulen sind in jedem Augenblick den Größen $i_0 \sin \omega t$ bzw. $i_0 \cos \omega t$ proportional. Dort wo beide Spulen in gleicher Weise zusammenwirken, setzen sie sich zusammen zu einer Resultierenden, welche den Wert

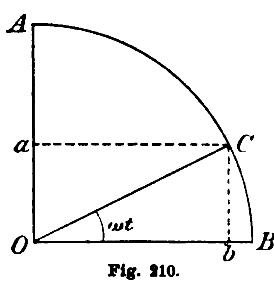


Fig. 210.

$$i_0 \sqrt{\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t} = i_0$$

hat, also in ihrer Größe von der Zeit vollständig unabhängig ist. Die Richtung des resultierenden Feldes ändert sich dagegen kontinuierlich, und zwar rotiert das Feld mit der gleichmäßigen Winkelgeschwindigkeit ω. Dies ist leicht zu beweisen. Mögen (Fig. 210) die beiden Wechselströme dargestellt werden durch ein sinusförmiges Hinundhergleiten der Punkte a und b auf der Vertikalen bzw. Horizontalen, so daß der Wert des

Stromes $i_1 = i_0 \sin \omega t$ in jedem Augenblick durch die Strecke Oa, der Wert des Stromes $i_2 = i_0 \cos \omega t$ durch den Wert der Strecke Ob im gleichen Augenblick dargestellt wird. Ist i_2 im Maximum, was zur Zeit $t = 0$ stattfindet, so ist $i_2 = OB$, $i_1 = 0$; das resultierende Feld hat die Richtung OB, welche durch i_2 allein gegeben ist; ist umgekehrt i_1 im Maximum, so ist $i_1 = OA$, $i_2 = 0$; das resultierende Feld hat die vertikale Richtung OA. In einem beliebig zwischenliegenden Zeitmoment t setzen sich die Felder der Ströme $Oa = i_0 \sin \omega t$ und $Ob = i_0 \cos \omega t$ zu einer Resultierenden $OC = i_0$ zusammen, welche mit der Horizontalen den Winkel ωt bildet, d. h. das resultierende Feld ist ein mit der gleichförmigen Winkelgeschwindigkeit ω rotierendes Drehfeld, welches dem Maximalfeld jeder Spule gleich ist.

Setzt man in einer Braunschen Röhre ein Kathodenstrahlbündel einem Drehfeld, d. h. dem Einfluß zweier gleicher, senkrechter und in Phase um 90° verschiedener Magnetfelder aus, so rotiert dasselbe, der Fluoreszenzfleck beschreibt auf dem Schirm einen Kreis. Diese Erscheinung war schon in § 254 erörtert worden und kann also zur Demonstration eines Drehfelds dienen.

262. Dreiphasenstrom. Der vorige Drehstrom entstand durch die Wirkung zweier um $\frac{\pi}{2}$ in Phase verschiedener Wechselströme, er ist ein sog. Zweiphasenstrom. In ähnlicher Weise, wie im vorigen Paragraphen, kann man leicht zeigen, daß auch durch die Wirkung dreier in Phase um 120° auseinandergehender Wechselströme ein Drehfeld entsteht. Die Stärke des rotierenden Feldes ist hier aber nicht dem Maximalfeld eines der Komponentenströme gleich, sondern das $^3/_2$-fache davon. Ein konstant rotierendes Magnetfeld erzeugt in Spulen, welche auf einem Kreise um 120° auseinander liegen, Wechselströme, welche in Phase um 120° auseinander liegen, den sog. Dreiphasenstrom, umgekehrt erzeugen solche Wechselströme in gleichgelagerten Spulen fließend das Drehfeld.

263. Leiter im Drehfeld. Ein massiver Metallkörper oder ein Rahmen, welcher mit einer in sich geschlossenen Wickelung versehen ist, in ein Drehfeld gebracht, rotiert mit demselben mit, weil die entstehenden Induktionsströme die re-

lative Bewegung des Feldes gegen ihn zu verhindern suchen (Lenzsches Gesetz). Hat der von Ohmschem Widerstand frei gedachte Körper bei seiner Bewegung keinen Widerstand zu überwinden, so ist seine Umdrehungsgeschwindigkeit derjenigen des Drehfeldes gleich. Hat der Körper aber, z. B. gegen Reibung, Arbeit zu leisten, so wird er sich langsamer drehen. Der dabei durch das Schneiden der Induktionslinien entstehende Induktionsstrom wird um so stärker, je größer die Geschwindigkeitsdifferenz ist. Die elektromagnetische Energie des im Magnetfeld fließenden Induktionsstromes ist der geleisteten mechanischen Arbeit äquivalent. Der Motor verhält sich ähnlich wie ein Transformator. Ohne mechanische Arbeit zu leisten, d. h. beim sog. Leerlauf, verbraucht er keine elektrische Energie. Ohmscher Widerstand des Drehungskörpers verursacht natürlich einen Energieverlust in Form Joulescher Wärme und eine entsprechende Änderung der Betrachtung. Das Prinzip des Drehstroms wurde 1885 von Galileo Ferraris in die Technik eingeführt.

264. Verketteter Mehrphasenstrom. Bei der Zweiphasenstrom erzeugenden Maschine werden zwei unabhängige, um $\frac{\pi}{2}$ in Phase differierende Wechselströme in unabhängigen Spulen erzeugt.

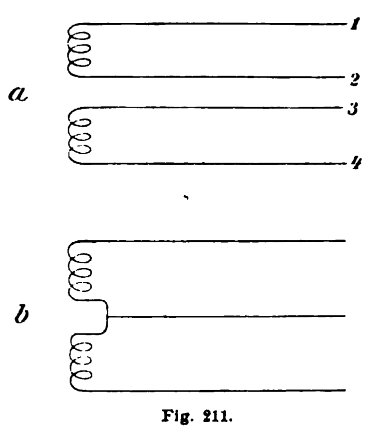


Fig. 211.

Schema Fig. 211 a zeigt die Schaltung des unverketteten Zweiphasenstromes. Man kann aber auch (Fig. 211 b) Leitung 2 und 3 zu einer gemeinsamen Leitung vereinigen; dadurch wird eine Leitung erspart. In der gemeinsamen Leitung fließt dann die Summe beider Wechselströme i, welche aber wegen der 90° Phasendifferenz nicht $2i$, sondern $\sqrt{2i^2}$ = ca. 1,4 i ist.

Bei unverkettetem Dreiphasenstrom hat man drei unabhängige Leitungspaare, also sechs Leitungsdrähte. Auch der Dreiphasenstrom ist indessen zu verketten in einer Weise, daß man nur drei Außenleiter nötig hat.

Dazu wird die Tatsache benutzt, daß, wenn man alle drei induzierten Spulen hintereinander schaltet, die Dreiphasenstrommaschine also in sich schließt, in der Maschine kein Strom fließt. Dies rührt daher, daß die Summe aller induzierten e. m. K. gleich Null ist.

Beweis: Die drei induzierten e. m. K. sind:

$e_0 \sin \alpha,$

$e_0 \sin (\alpha + 120^0) = e_0 \sin \alpha \cos 120^0 + e_0 \cos \alpha \sin 120^0,$

$e_0 \sin (\alpha + 240^0) = e_0 \sin \alpha \cos 240^0 + e_0 \cos \alpha \sin 240^0.$

Nun ist:

$$\cos 120^0 = -\sin 30^0 = -0{,}5,$$
$$\sin 120^0 = +\cos 30^0,$$
$$\cos 240^0 = -\sin 30^0 = -0{,}5,$$
$$\sin 240^0 = -\cos 30^0,$$

also ist die Summe aller drei e. m. K.:

$$\sum e = e_0 \sin \alpha + e_0 \sin \alpha \cdot (-0{,}5) + e_0 \sin \alpha \cdot (-0{,}5) = 0.$$

Der gleiche Satz gilt für die Ströme der drei Phasen; es ist auch

$$\sum i = 0.$$

Zwischen den Verbindungsstellen der Spulen herrschen aber die Spannungen der einzelnen Spulen, zwischen a und c in Fig. 212

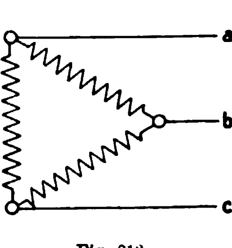


Fig. 212

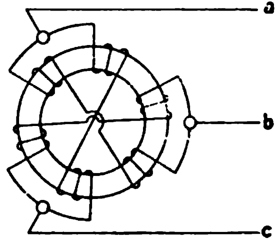


Fig. 213.

beispielsweise die Spannung der linken Spule, welche nach dem eben bewiesenen Satz in jedem Augenblick gleich der Summe der Spannungen der beiden anderen Spulen ist. Diese Schaltung der drei Außenleiter a, b, c heißt Dreieckschaltung (Fig. 212, 213).

Eine zweite Schaltungsart, die sog. Sternschaltung, wird mehr benutzt. Bei ihr werden drei gleichliegende Enden der drei Spulen verbunden, und die Außenleiter *a, b, c* an die freien Enden angelegt. Ein vierter Außenleiter *d*, vom Verbindungspunkt der drei Spulen, dem sog. Nullpunkt, ausgehend, kann als Nulleiter verwendet werden (Fig. 214, 215). Die beiden Schal-

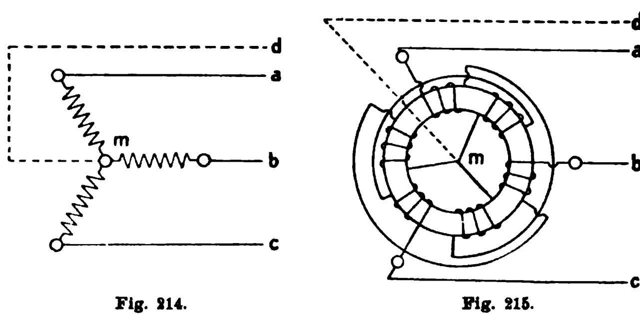


Fig. 214. Fig. 215.

tungen, welche gemischt benutzt werden können, so daß z. B. eine Drehstromdynamo in Sternschaltung einen Motor in Dreieckschaltung treibt, während zu gleicher Zeit Glühlampen zwischen Außenleitern und Nulleiter eingeschaltet sein können, unterscheiden sich dadurch, daß bei der Dreieckschaltung die Spannung der Außenleiter gleich der Spannung der einzelnen Phase ist, der Strom in den Außenleitern sich dagegen aus den Strömen in den einzelnen Phasenwickelungen zusammensetzt, während bei der Sternschaltung das Umgekehrte der Fall ist. Bei ihr ist der Strom in den Außenleitern gleich dem Strom in den Phasenwickelungen, dagegen die Spannung zwischen den Außenleitern zusammengesetzt aus den Spannungen zweier Phasen. Durch geometrische Addition der zwei um 120° differierenden Spannungen kann man leicht finden, daß die Spannung zwischen den Außenleitern das $\sqrt{3}$-fache der Spannung der einzelnen Phase ist. Bei Dreieckschaltung gilt die gleiche Beziehung für die Ströme in Außenleiter und Phasenwickelung. Wenn die induzierten Ströme nicht ganz sinusförmig sind, so ist bei der Dreieckschaltung der in sich kurzgeschlossene Anker nicht frei von internen Strömen, weil die Phasen sich nicht völlig aufheben. Von diesem Übelstand ist die Sternschaltung frei.

265. Messung der Leistung eines Drehstromes.

A) Bei induktionsloser Belastung (Glühlampen). Arbeitet eine Maschine mit Sternschaltung auf induktionsfreie Belastung, z. B. Glühlampen, welche zwischen Nulleiter und den drei Außenleitern gleichmäßig verteilt sind, so ist die Leistung jeder einzelnen Phase, welche die effektive Stromstärke J und die Spannung E gegen den Nulleiter besitzen möge, gleich dem Produkt EJ. Die Leistung der Maschine ist daher $3EJ$ und direkt durch Messung der Effektivwerte E und J zu bestimmen. Setzt man an Stelle von E die Spannung E' zwischen den Außenleitern, die ja durch die Beziehung

$$E' = E\sqrt{3}$$

mit E verbunden ist, so wird die Leistung

$$U = E'J\sqrt{3}.$$

Derselbe Ausdruck für die Leistung gilt für die Dreieckschaltung, wenn J die Stromstärke in den Außenleitern, E' die Spannung zwischen denselben ist.

B) Bei induktiver Belastung (Motorenbetrieb). Die Berechnung der Leistung aus Effektivwerten von Spannung und Stromstärke ist zu kompliziert wegen der notwendigen Berücksichtigung der Phasenverschiebung. Mit Hilfe zweier Wattmetermessungen gelangt man aber leicht zum Ziel. Es seien e_1, e_2, e_3 und i_1, i_2, i_3 zusammengehörige Momentanwerte von Spannung gegen den Nulleiter und Strom in den drei Phasen einer in Sternschaltung arbeitenden Maschine. Der Momentanwert der Leistung ist:

$$\begin{aligned} u &= e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3 \\ &= e_1(i_1 + i_2 + i_3) + i_2(e_2 - e_1) + i_3(e_3 - e_1) \\ &= i_2(e_2 - e_1) + i_3(e_3 - e_1). \end{aligned}$$

$(e_2 - e_1)$ und $(e_3 - e_1)$ sind die gleichzeitigen Momentanwerte der Spannungsdifferenz zwischen den Außenleitern b und a bzw. c und a.

Um den Integralwert der Leistung zu erhalten, hat man also nur zwei Wattmeter W so zu schalten, daß ihre Stromspulen von den Strömen i_2 bzw. i_3 durchflossen werden, und

ihre Spannungsspulen sich zwischen den Außenleitern *b* und *a*, bzw. *c* und *a* befinden. Die Summe beider Wattmeterangaben, ist dann die Leistung der Maschine (Fig. 216).

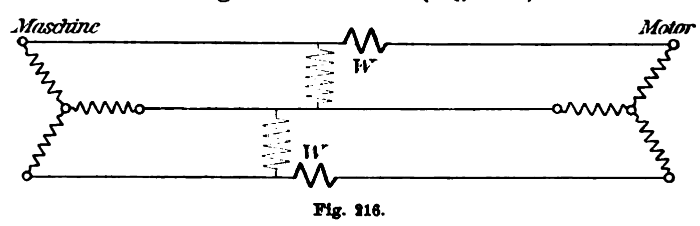


Fig. 216.

266. Drehstrommotoren. 1. Synchronmotoren. Ein synchroner Motor ist nichts anderes als eine Drehstromdynamomaschine, welche parallel der antreibenden Maschine geschaltet wird. Er bedarf der Gleichstromerregung, sowie des Angelassenwerdens. Einmal im Gang, bleibt er mit der Erregerdynamo im Takt, wenn er nicht durch Überlastung „aus der Phase fällt" und stehen bleibt. Die Wirkungsweise ist vollkommen analog derjenigen einphasiger Wechselstrom-Synchronmotoren.

2. Asynchrone Motoren. A) Drehstrommotoren. Die asynchronen Drehstrommotoren haben das in § 263 behandelte Prinzip. Sie besitzen einen im Drehfeld des dreiphasigen Ankers befindlichen drehbaren Eisenkern mit einer in sich geschlossenen Wickelung, den sog. Läufer. Ist die Wickelung in sich kurzgeschlossen, so heißt er Kurzschlußläufer (Fig. 217). Er besteht aus einem unterteilten Eisenkern, in dessen Peripherie Nuten eingestanzt sind. In den Nuten liegen als stromführende Teile Kupferstäbe, die durch Kupferringe miteinander verbunden sind. Meist wird der Motor indessen so gebaut, daß der Läufer durch einen äußeren Anlaßwiderstand



Fig. 217.

geschlossen wird; dazu müssen Schleifringe und Bürsten vorhanden sein (siehe nächsten Paragraphen.)

Hat der Läufer Arbeit zu leisten, so vermindert sich seine Umdrehungsgeschwindigkeit, so daß mehr Induktionslinien des Drehfeldes pro Sekunde geschnitten werden, und der Strom im Läufer wächst. Bei widerstandsloser Bewegung des Läufers würde derselbe dem Drehfeld vollständig folgen und daher stromlos und ohne induzierende Rückwirkung auf den Anker sein. Der Motor verbraucht dann keine elektrische Energie, genau wie ein leerlaufender Transformator. Die Differenz der Umdrehungszahlen von Drehfeld und Läufer geteilt durch die Umdrehungszahl des Drehfelds heißt Schlüpfung des asynchronen Motors. Sie wächst also mit der Arbeitsleistung.

B) Asynchroner Einphasenmotor mit Kurzschlußanker. Das Drehungsmoment, welches ein Drehfeld einem Kurzschlußanker erteilt, hängt ab von der Schlüpfung. Von einem gewissen, von den äußeren Verhältnissen abhängigen Wert bei stillstehendem Anker nimmt es zu, wenn der Anker sich mit dem Felde bewegt, und zwar bis zu einem Maximum, um dann rasch abzufallen und Null zu werden, wenn Drehfeld und Anker gleich schnell rotieren, d. h. wenn keine Schlüpfung mehr vorhanden ist. Nun kann man, wie gleich noch näher gezeigt werden wird, jedes gewöhnliche Wechselfeld als eine Superposition zweier gleich schnell, aber in entgegengesetzter Richtung rotierender Drehfelder ansehen. Auf einen dem Wechselfeld ausgesetzten ruhenden Kurzschlußanker werden beide Drehfelder gleiche Drehmomente in entgegengesetzter Richtung ausüben, die resultierende drehende Gesamtkraft wird daher Null sein. Sobald man aber den Anker auch nur wenig andreht, wird das Drehfeld desselben Drehungssinnes ein größeres Drehmoment als das andere ausüben, und es wird eine Beschleunigung der Drehung stattfinden. Eine genauere Untersuchung, welche zuerst in diesem Sinne von G. Ferraris angestellt wurde, zeigt, daß ohne Belastung des Ankers derselbe in immer schnellere Rotation gerät, bis er fast die Umdrehungsgeschwindigkeit der Drehfeldkomponente erreicht hat. Wird der Anker belastet, d. h. muß er Arbeit leisten, so tritt eine Schlüpfung ein, welche das Drehmoment vergrößert. Dies geht aber nur bis zu einem

gewissen Werte der Schlüpfung, bei dessen Erreichung das Drehmoment ein Maximum ist. Wird der Anker noch mehr belastet, so tritt Überlastung ein, das Drehmoment nimmt ab, und der Motor kommt daher schnell zur Ruhe.

Daß zwei Drehfelder entgegengesetzten Drehungssinns aber gleicher Periodenzahl und Amplitude zusammen ein Wechselfeld bestimmter Richtung ergeben, kann man sich in ganz einfacher Zeichnung oder Überlegung leicht klar machen. Zwei gleiche, aber entgegengesetzte Kreisbewegungen ergeben als Resultante stets eine lineare, pendelnde Bewegung mit einer dem doppelten Kreisradius gleichen Amplitude. Es ist ja jede Kreisbewegung als entstanden anzusehen aus zwei aufeinender senkrechten, linearen Pendelbewegungen, sagen wir einer x- und einer y-Schwingung, die den Kreisradius zur Amplitude und gegeneinander eine Phasendifferenz $\frac{\pi}{2}$ besitzen. (§ 261). Sind die Schwingungskomponenten x der beiden Kreisbewegungen gleichzeitig, d. h. in Phase, so läuft die Schwingungskomponente y der einen Kreisbewegung zeitlich um eine Viertelperiode vorauf, während sie für die andere Kreisbewegung um die gleiche Zeit verspätet nacheilt. Die beiden an Amplitude gleichen y-Komponenten sind daher in jedem Moment entgegengesetzt gerichtet, heben sich deshalb auf, und es bleiben nur die zwei x-Komponenten der Kreisbewegungen übrig, welche sich zu einer linearen Schwingung mit einer dem doppelten Kreisradius gleichen Amplitude zusammensetzen. Es folgt aus dieser Betrachtung, daß ein aus zwei gleichen, entgegengesetzt rotierenden Drehfeldern resultierendes Wechselfeld durch eine einfache periodische Funktion dargestellt ist von der gleichen Periode, wie sie die beiden Drehfelder besitzen. Die Amplitude, d. i. der Maximalwert des resultierenden Wechselfelds, ist gleich der doppelten Stärke der Drehfelder.

267. Anlaufen des asynchronen Drehstrommotors. Im Moment des Beginns der Bewegung findet ein lebhaftes Schneiden von Induktionslinien mit der Läuferwickelung statt. In ihr fließt daher beim Anlassen ein kräftiger Strom. Indessen zeigt eine leichte Betrachtung, daß deswegen die Zugkraft auf den Läufer nicht die stärkste ist. Nehmen wir an, letzterer

sei ein Kurzschlußläufer mit zu vernachlässigendem Ohmschen Widerstand; er bestehe z. B. der Übersichtlichkeit halber aus einem einzelnen in sich geschlossenen dicken Kupferdrahtkreis *a*, in Fig. 218 von der Seite als Linie gesehen. Das Feld rotiere, wie es durch den Pfeil angedeutet. Wegen der vor dem kleinen Ohmschen Widerstand bei weitem hervortretenden Induktanz wird der Strom gegen die induzierte e. m. K. um 90° nacheilen. Das Maximum der e. m. K. findet statt in dem Moment, wo die Feldrichtung parallel der Kreisleiterfläche ist, das Maximum der Stromstärke also dann, wenn das Feld senkrecht zum Leiter steht ($\mathfrak{H}'$) und daher ohne bewegenden Einfluß auf ihn ist. Aus diesem Grunde läuft ein Motor mit Kurzschlußläufer trotz sehr großer Stromstärke in ihm nur schwer an, und man zieht es deshalb vor, den Motor mit Schleifringen und Anlaßwiderstand zu versehen. Letzterer bewirkt, daß die Maximalstromstärke zwar kleiner ist, aber in einem Zeitmoment entsteht, wo das Drehfeld auf den stromdurchflossenen Leiter noch bewegend einwirken kann.

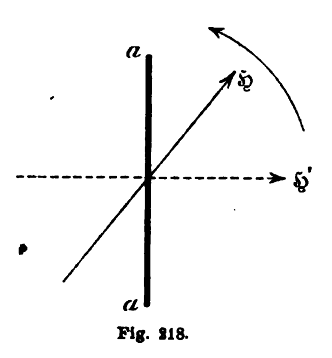
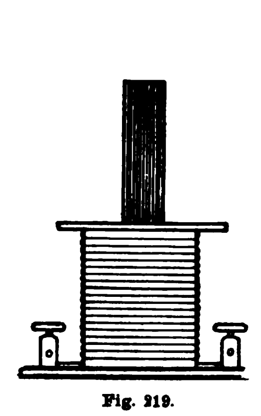


Fig. 218.

268. Abstoßungsversuche von Elihu Thomson. Durch den gleichen Vorgang der Verspätung des Stromes gegen die induzierte e. m. K. um 90° erklären sich die als hübsche Vorlesungsversuche sehr frappierenden Versuche von E. Thomson. In sich kurzgeschlossene Leiter, wie Kupfer- oder besser wegen des kleineren Gewichts Aluminiumringe, werden über einen unterteilten Eisenkern geschoben. Sobald der Eisenkern durch einen starken Wechselstrom in einer ihn umgebenden Spule kräftig magnetisiert wird, fliegen die Ringe mit großer Vehemenz vom Eisenkern ab (Fig. 219). Dasselbe findet auch im Moment des Schließens eines Gleichstroms durch die Magnetisierungsspule statt. Der Wechselstrom in der Spule, dessen magnetische Wirkung durch den Eisenkern nur verstärkt wird, induziert in dem Ring eine um 90° ihm nacheilende e. m. K.; denn die in-

duzierte e. m. K. ist negativ gerichtet und am größten im Moment, wo der Strom durch Null nach den positiven Werten geht und sich dabei am stärksten zeitlich ändert. Der Strom in dem fast widerstandslosen Ring folgt der e. m. K. mit annähernd 90° Phasenverspätung, d. h. dem Magnetisierungsstrom um fast 180° nacheilend, ist ihm beinahe immer entgegengesetzt und wird daher in jedem Moment von ihm abgestoßen. Hält man den Ring fest, so erwärmt er sich schnell. Ist er hohl, so kann man es durch baldiges Sieden von Wasser demonstrieren. El. Thomson hat auch einen sog. **Repulsionsmotor** für Wechselstrom konstruiert, bei welchem die in diesem Paragraphen besprochene Abstoßungskraft die Triebkraft des Läufers bildet.


Fig. 219.

269. Resonanzerscheinungen. Betrachten wir näher die Spannungsverhältnisse in einem Leitersystem, wie es in § 215 behandelt ist, bestehend aus induktivem Widerstand und Kapazität in Reihenschaltung (Fig. 220). Durch das System fließe ein Wechselstrom der effektiven Stromstärke J.

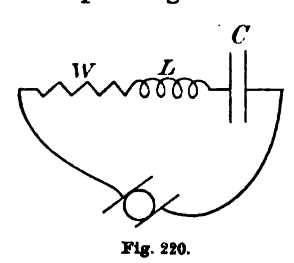


Fig. 220.

Die effektive Gesamtspannung E_g an den Enden des Leitersystems, welche zum Treiben des Stroms erforderlich ist, ist gleich Strom $\times$ Wechselstromwiderstand, also

$$E_g = J\sqrt{w^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = JW.$$

Die Spannungen E_s, E_c zwischen den Enden der Selbstinduktionsspule bzw. den Kondensatorbelegungen sind entsprechend

$$E_s = J\sqrt{w^2 + \omega^2 L^2},$$

$$E_c = \frac{J}{\omega C}.$$

Wie man aus diesen Ausdrücken sehen kann, können unter Umständen die Teilspannungen sehr viel größer sein als die Gesamtspannung, zu der sie sich geometrisch addieren. Diese Erscheinung heißt Resonanz. Die stärkste Resonanz tritt ein, wenn W und damit E_g seinen kleinsten Wert hat. Derselbe wird dann erreicht, wenn Kompensation von Selbstinduktion und Kapazität eintritt, die Klammer in dem Wurzelausdruck für W gleich Null wird. Dann ist:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C},$$

$$E_g = J w, \quad E_s = J\sqrt{w^2 + \omega^2 L^2}, \quad E_c = \frac{J}{\omega C} = J\omega L.$$

Wie man hieraus ersieht, kann durch Kleinheit des Ohmschen Widerstandes die Gesamtspannung auf einen beliebig kleinen Wert gebracht werden, während dabei die Teilspannungen sehr große Werte haben können.

Der Fall der vollkommenen Resonanz tritt ein für:

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} = 4\pi^2 n^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

oder

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

d. h. wenn die Dauer einer Wechselstromschwingung gleich ist 2π-mal der Wurzel des Produktes aus Selbstinduktion und Kapazität.

Ist der Fall der vollkommenen Resonanz hergestellt und außerdem $w = 0$, d. h. die Spule ohne Ohmschen Widerstand, was sich ja praktisch nicht realisieren läßt, so ist die Gesamtspannung $E_g = 0$. Die Gesamtenergie, welche zwischen den Enden des gesamten Leitersystems verbraucht wird und durch das Produkt $E_g J \cos\varphi$ (siehe § 243) gegeben ist, ist mithin auch gleich Null. D. h. wenn dies System einmal von außen elektrisch angeregt ist, so kann man die Energiezufuhr völlig abschneiden, das System schwingt in sich weiter fort, mit der Dauer der Eigenschwingung

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Ist dagegen Ohmscher Widerstand vorhanden, so muß eine mit dem Widerstand wachsende äußere e. m. K.

$$E_g = J w$$

dauernd wirken, um die Schwingungen des Systems aufrecht zu erhalten. Es bedarf äußerer Energiezufuhr. Ohne eine solche würden die Schwingungen abklingen.

270. Berechnung der für vollkommene Resonanz nötigen Größe von Selbstinduktion und Kapazität. Um für gewöhnlichen Wechselstrom von 50 Perioden (ω = ca. 300) mit einem Kondensator der Kapazität 1 Mikrofarad $= 10^{-6}$ Farad Resonanzerscheinung hervorzurufen, ist eine ziemlich große Spule erforderlich, welche die Selbstinduktion

$$L = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{90000 \cdot 10^{-6}} = \text{ca. } 10 \text{ Henry}$$

besitzen muß. Es sind mithin für den langsamen gewöhnlichen Wechselstrom große Kondensatoren und Selbstinduktionen nötig, welche letzteren stets größeren Widerstand besitzen. Immerhin kommen derartige Resonanzerscheinungen an den große Kapazität besitzenden Kabelleitungen vor und bedürfen sehr der Berücksichtigung von seiten des Technikers, um Durchschlagungen der Kabelisolation zu vermeiden.

Mit sehr viel geringeren Mitteln zu erreichen und sehr ausgeprägt sind die Erscheinungen der Resonanz bei schnellen elektrischen Schwingungen. Für diese, deren Schwingungszahl pro Sekunde viele Millionen betragen kann, ist die Bedingung $L = \frac{1}{\omega^2 C}$ mit ganz kleinen Kondensatoren und Drahtstücken leicht zu verwirklichen (s. später).

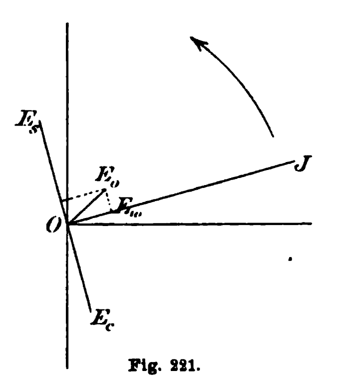


Fig. 221.

271. Darstellung der Resonanzerscheinung im Vektordiagramm. Um den Strom, der durch den Vektor OJ (Fig. 221) dargestellt wird, durch das Leitersystem zu treiben, sind drei geometrisch zu addierende e. m. K. nötig. Erstens OE_w in Phase mit OJ zur Überwindung des Ohmschen Widerstandes, zweitens OE_s um 90° voraneilend zur Überwindung der Selbstinduktion, drittens OE_c um 90° nachhinkend zur Überwindung der Gegenkraft der Kapazität. Es sind dabei die

Effektivwerte der e. m. K. mit dem Effektivwert J der Stromstärke verbunden durch die Beziehungen:

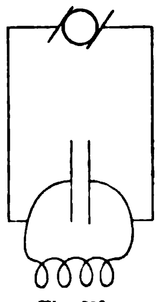
$$E_w = Jw; \quad E_s = J\omega L; \quad E_c = \frac{J}{\omega C}.$$

Dieselben Beziehungen gelten für die Maximalwerte der betreffenden Größen, also auch für die Längen der die e. m. K. und die Stromstärke darstellenden Vektoren. Im Fall vollkommener Resonanz ist $E_s = E_c$; die Summe der Vektoren OE_s und OE_c ist Null, und es bleibt als zur Treibung des Stromes erforderliche e. m. K. nur E_w übrig, welches für kleinen Ohmschen Widerstand w nur sehr klein ist. E_w ist dann mit dem Strom J in Phase. Im Fall unvollkommener Resonanz addiert sich geometrisch zu E_w die Differenz der beiden anderen e. m. K., wodurch dann die Phase der Gesamt-e. m. K. geändert wird. Die resultierende e. m. K. eilt dann dem Strom nach oder voran, je nachdem $E_c >$ oder $< E_s$, d. h.

$$\frac{1}{\omega C} \gtrless \omega L$$

ist.

272. Stromresonanz. Resonanzerscheinungen können auch in einem Stromkreis auftreten, welcher eine Kapazität im Nebenschluß zu einer Selbstinduktion enthält (Fig. 222). In diesem Fall, welcher vollständig analog dem vorigen zu behandeln ist, äußert sich die Resonanz in der Weise, daß in jedem Zweig die Stromstärke eine viel größere sein kann als der das System durchfließende Gesamtstrom. Im Kapazitätszweig eilt die Stromstärke der an den Enden der Verzweigung wirkenden Maschinenspannung um 90° vorauf, im Selbstinduktionszweig um 90° oder, wenn die Spule Widerstand hat, um einen mehr oder weniger von 90° abweichenden Betrag nach. Beide Ströme haben daher eine Phasendifferenz von im Falle $w = 0$ genau, sonst nahezu 180° und summieren sich daher zu einem schwächeren Gesamtstrom. Im Falle vollkommener Resonanz sind die beiden Teilströme gleich und heben sich vollständig auf, das System schwingt dann, einmal angeregt, ohne elektrische Energiezufuhr


Fig. 222.

weiter. Man kann an einer Schaltung, wie sie Fig. 222 zeigt, unschwer die Resonanzerscheinung mit 50-periodigem Wechselstrom demonstrieren, wenn man als Kapazität einen Kondensator von einem oder einigen Mikrofarad, als Selbstinduktion eine möglichst dickdrähtige Sekundärspule eines mittelgroßen Induktoriums nimmt. Eine Glühlampe zwischen Kondensator und Spule geschaltet leuchtet hell auf, während sie im Maschinenkreise gar nicht ins Glühen gerät. Ebenso leuchtet eine geeignete Glühlampe, die man in dem Stromkreise Fig. 220

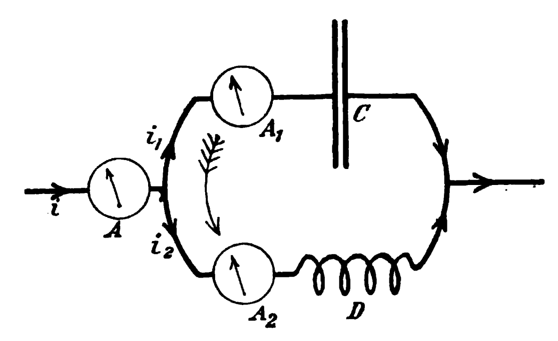


Fig. 223.

zur Spule L oder zum Kondensator C parallel schaltet, hell auf, während sie sogleich erlischt, sobald man die Spule L oder den Kondensator C abschaltet. In Fig. 223 ist der Stromverlauf im Falle der Stromresonanz skizziert. Ist der Spulenzweig oder der Kondensator abgeschaltet, so fließt der kleine Strom i_1 bzw. i_2, der vom Amperemeter A_1 bzw. A_2 in gleicher Weise wie vom Amperemeter A angezeigt wird. Sind beide Parallelzweige eingeschaltet, so zeigt A so gut wie gar keinen Gesamtstrom i an, während in dem geschlossenen Kreis der Parallelzweige der starke, durch den gefiederten Pfeil angedeutete, interne Resonanzstrom fließt, der durch die Amperemeter A_1 und A_2 gleichzeitig zur Anzeige kommt.

Elfter Abschnitt.

Elektrische Schwingungen.

A) Entstehung von elektrischen Schwingungen.

273. Vergleich mit Pendelschwingungen. Bereits in den letzten Paragraphen haben wir gesehen, daß ein aus Kapazität und Selbstinduktion bestehendes Leitersystem, einmal elektrisch angeregt, fortdauernd Eigenschwingungen ausführen kann, ohne daß von außen periodische Kräfte auf dasselbe wirken. Diese Schwingungen würden beliebig fortdauern, wenn die Leiter absolut widerstandslos wären. Es würde in diesem Fall kein Energieverlust in Form von Joulescher Wärme erfolgen, und es würde der Schwingungsprozeß lediglich darin bestehen, daß sich der Kondensator abwechselnd ladet und entladet. Im Zustande der Maximalladung ist der Strom gleich Null, das System besitzt elektrostatische Energie, dagegen keine magnetische Energie. Eine Viertelperiode später ist die Spannung zwischen den Kondensatorplatten Null und der Strom im Maximum, das System besitzt ein magnetisches Feld, daher magnetische Energie. Der Schwingungsvorgang beruht daher auf einer fortdauernden Umwandlung von elektrostatischer in magnetische Energie in ganz analoger Weise, wie bei einem Pendel ein fortwährender Wechsel von (potentieller) Energie der Lage und (kinetischer) Energie der Bewegung stattfindet.

Die Schwingungsdauer der elektromagnetischen Schwingung ist

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Der Vergleich mit der Schwingungsdauer des Pendels

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{Direktionskraft}}}$$

läßt die Selbstinduktion L als eine der Trägheit, die reziproke Kapazität $\frac{1}{C}$ als eine der Direktionskraft analoge Größe erscheinen.


Fig. 224.

274. Das Anregen eines Schwingungskreises erfolgt durch ein äußeres Schwingungssystem entweder durch direkte Koppelung, wie die Leiterkreise in §§ 269, 272 durch Koppelung mit der Wechselstrommaschine, oder durch induktive Einwirkung des äußeren schwingenden Systems. In beiden Fällen ist maximale Wirkung, wenn erzwingende und erzwungene Schwingung gleiche Schwingungsdauer besitzen, d. h. wenn die Systeme in vollkommener Resonanz sind. Der Kreis, in welchem die Schwingungen erzwungen werden, heißt Resonator. Man kann einen Kreis aus Kondensator und Selbstinduktion aber auch zu Schwingungen anregen, indem man ihn zuerst offen hält, ihm in dieser Form durch Aufladen des Kondensators potentielle, elektrostatische Energie zuführt und ihn dann schließt. Die periodische Energieumwandlung tritt dann von selbst ein, wie im Fall eines erst gehobenen, dann fallengelassenen Pendels.

275. Kondensatorschwingungen. Daß bei der Entladung von Leidener Flaschen durch ausgespannte oder aufgespulte Drähte Schwingungen stattfinden, wies Feddersen nach, indem er die Intermittenz des Entladungsfunkens mit Hilfe eines schnell rotierenden Spiegels zeigte. Im Spiegel betrachtet erscheint der Funke als ein auseinandergezogenes Lichtband von dunklen Stellen unterbrochen (Fig. 224). Die Abstände der dunklen Stellen verhalten sich bei verschiedenen Schwingungs-

kreisen unter Voraussetzung gleicher Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels wie die Quadratwurzeln aus Kapazität und Selbstinduktion. (Feddersen 1862, L. Lorenz 1879.)

Dadurch, daß Schwingungen auftreten, erklären sich manche Beobachtungen, welche an Entladung von Leidener Flaschen zu machen sind. Z. B. der Umstand, daß sich nach Entladung öfters ein Rückstand von entgegengesetztem Vorzeichen in der Flasche vorfindet (v. Öttingen 1862), oder daß eine Stahlnadel, welche in einer vom Entladungsschlag durchflossenen Spirale liegt (Fig. 225), bald in der einen, bald in der anderen Richtung magnetisiert erscheint (Savary 1827).



Fig. 225.

276. Theorie der Kondensatorschwingungen. Die Theorie der Kondensatorschwingungen auf Grund der Induktionsgesetze ist von Sir William Thomson 1853 und G. Kirchhoff 1857 aufgestellt worden.

Gegeben sei ein Kondensator mit der Kapazität C. Derselbe werde entladen durch eine Spule mit dem Ohmschen Widerstand w und dem Selbstinduktionskoeffizienten L. Ist V die Potentialdifferenz der Belegungen in einem Zeitmoment während der Entladung und i die Stromstärke in diesem Augenblick, so müssen in diesem selben Zeitmoment an den Enden der Spule zwei e. m. K. wirksam sein. Die eine, welche den Ohmschen Widerstand überwindet und gleich iw ist, die andere, welche die elektromotorische Gegenkraft der Selbstinduktion überwindet und in diesem Augenblick gleich $L\frac{di}{dt}$ ist. Die Enden der Spule liegen an den Kondensatorbelegungen an, die Summe dieser beiden e. m. K. muß also in jedem Augenblick gleich der jeweiligen Potentialdifferenz V der Kondensatorbelegungen sein, d. h.:

(1) $$V = iw + L\frac{di}{dt}.$$

V und i sind durch die Beziehung verbunden:

(2) $$i = -C\frac{dV}{dt},$$

indem $C\frac{dV}{dt}$ ja die Elektrizitätsmenge darstellt, welche pro Zeiteinheit durch die Spule hindurch fließt, und der Strom für eine Potentialabnahme des Kondensators positive Richtung hat.

Mit Hilfe von (2) kann man aus (1) V oder i eliminieren und erhält dann Differentialgleichungen für i oder V, deren Lösungen den zeitlichen Verlauf dieser Größen darstellen. Wir wollen die Gleichung für V lösen. Sie ist:

(3) $$\frac{d^2V}{dt^2} + \frac{w}{L}\frac{dV}{dt} + \frac{V}{LC} = 0,$$

eine homogene, lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Die Lösung hat die Form $V = e^{\alpha t}$.

Setzt man dies ein, so wird:

(4) $$\alpha^2 + \frac{w}{L}\alpha + \frac{1}{LC} = 0.$$

(5) $$\alpha_{1,2} = \frac{-w \pm \sqrt{w^2 - 4\frac{L}{C}}}{2L}.$$

Sowohl $V_1 = e^{\alpha_1 t}$ als auch $V_2 = e^{\alpha_2 t}$ bilden Lösungen. Ebenso jede dieser beiden Größen mit einer Konstanten multipliziert, ebenso auch die Summen der einzelnen Lösungen. Diese ungestörte Superposition der Lösungen ist, wie man durch Einsetzen der Lösungen leicht beweisen kann, eine allgemeine Eigenschaft der homogenen, linearen Differentialgleichungen. Die allgemeinste Lösung hat daher die Form:

$$V = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t}.$$

Hierin sind A_1 und A_2 Konstanten, und α_1 und α_2 haben den durch (5) gegebenen Wert, welcher für $w^2 < 4\frac{L}{C}$ komplexe Form annimmt.

Setzt man die Werte für α aus (5) in die allgemeine Lösung ein, so wird:

(6) $$V = e^{-\frac{w}{2L}t}\left(A_1 e^{\frac{\sqrt{w^2 - 4\frac{L}{C}}}{2L}t} + A_2 e^{-\frac{\sqrt{w^2 - 4\frac{L}{C}}}{2L}t}\right).$$

Wir wollen jetzt eine experimentell leicht zu erreichende Bedingung einführen, nämlich dem Leiter eine solche Form geben, daß w^2 neben $4\frac{L}{C}$ zu vernachlässigen ist; das ist der Fall, wenn er kleinen Widerstand und große Selbstinduktion besitzt. Dadurch erhalten die Exponentialfunktionen in der Klammer eine einfachere Form. Die Rechnung läßt sich in ebenso leichter Weise auch ohne diese Vereinfachung durchführen. Wir wählen sie indessen schon jetzt, weil die Formeln etwas übersichtlicher werden und außerdem der Fall kleinen Widerstandes der uns allein hier interessierende ist. Es wird durch Vernachlässigung von w^2 neben $4\frac{L}{C}$:

$$(6a) \qquad V = e^{-\frac{w}{2L}t}\left(A_1 e^{\mathrm{i}\frac{t}{\sqrt{LC}}} + A_2 e^{-\mathrm{i}\frac{t}{\sqrt{LC}}}\right).$$

Dies die allgemeine Lösung für den Verlauf des Potentials. Um dessen periodischen Charakter zu erkennen, noch eine Umformung. Für die Umwandlung von Exponential- in trigonometrische Funktionen gelten die Sätze:

$$\cos z + \mathrm{i}\sin z = e^{\mathrm{i}z},$$
$$\cos z - \mathrm{i}\sin z = e^{-\mathrm{i}z}.$$

Hieraus folgt:

$$A_1 e^{\mathrm{i}z} + A_2 e^{-\mathrm{i}z} = (A_1 + A_2)\cos z + \mathrm{i}(A_1 - A_2)\sin z$$
$$= B_1 \cos z + \mathrm{i}B_2 \sin z.$$

Setzt man hierin $z = \frac{t}{\sqrt{LC}}$, so kann man die Umformung auf (6a) anwenden. Es wird

$$(7a) \qquad V = e^{-\frac{w}{2L}t}\left(B_1 \cos\frac{t}{\sqrt{LC}} + \mathrm{i}B_2 \sin\frac{t}{\sqrt{LC}}\right).$$

Die allgemeine Lösung setzt sich also aus einem reellen und einem imaginären Teil zusammen. Jeder Teil für sich muß auch eine Lösung der homogenen, linearen Differentialgleichung sein, ferner auch der imaginäre Teil unter Fortlassung des konstanten Faktors i, so daß die allgemeine reelle Lösung der Differentialgleichung (3) für den Fall kleinen Widerstandes die Form erhält:

$$(7) \qquad V = e^{-\frac{w}{2L}t}\left(B_1 \cos\frac{t}{\sqrt{LC}} + B_2 \sin\frac{t}{\sqrt{LC}}\right).$$

277. Diskussion der allgemeinen Lösung. Die Gleichung (7) stellt die allgemeine Lösung des Problems dar, weil sie zwei willkürliche Konstanten B_1 und B_2 enthält, welche dazu genügen, die Lösung allen erdenkbaren Anfangsbedingungen anzupassen. V ist, wenn man zunächst vom Faktor vor der Klammer absieht, eine periodische Funktion und zwar eine reine Sinusfunktion; denn man kann sie nach dem Satze in § 213 in der Form schreiben:

$$(8) \quad V = e^{-\frac{w}{2L}t} \cdot \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \varphi\right) = e^{-\frac{w}{2L}t} \cdot A \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \varphi\right),$$

wobei $\operatorname{tang} \varphi = \frac{B_1}{B_2}$.

Auch hierin sind zwei willkürliche Konstanten A und φ enthalten. Die erstere bestimmt die Amplitude der Potentialschwingung, die letztere bestimmt die Phase derselben, ist also festgelegt, sobald man eine zeitliche Verfügung trifft.

Die Periode der Schwingung ist dadurch bestimmt, daß, wenn das Argument des Sinus um 2π zugenommen hat, der Sinus wieder den gleichen Wert hat. Ist die dazu nötige Zeit T, so ist

$$\frac{t+T}{\sqrt{LC}} - \frac{t}{\sqrt{LC}} = \frac{T}{\sqrt{LC}} = 2\pi.$$

Daher folgt die Schwingungsdauer:

$$(9) \quad T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Der Faktor $e^{-\frac{w}{2L}t}$ bewirkt, daß die Schwingungen allmählich abklingen; denn zur Zeit $t = \infty$ ist er und mit ihm V gleich Null. Das Abklingen wird bewirkt durch den Widerstand. Ohne Widerstand wird $(w = 0)$ der Faktor gleich Eins. Je größer die Selbstinduktion, desto kleiner ist dagegen die Dämpfung. Nach der Zeit $\tau = \frac{2L}{w}$ wird der Faktor $= e^{-1} = \frac{1}{e}$, d. h. nach dieser Zeit ist die Amplitude der Schwingung auf den e gleich etwa 2,7^ten Teil gesunken.

Unter dem Dämpfungsfaktor k einer Schwingung versteht man das Verhältnis zweier um eine ganze Schwingung auseinanderliegender Amplituden. Es ist

$$k = \frac{e^{-\frac{w}{2L}t}}{e^{-\frac{w}{2L}(t+T)}} = e^{\frac{w}{2L}T} = e^{\pi w \sqrt{\frac{C}{L}}}. \tag{10}$$

Das logarithmische Dekrement λ der Schwingung ist der natürliche Logarithmus von k, also der Exponent von e:

$$\lambda = \pi w \sqrt{\frac{C}{L}}. \tag{11}$$

Diese Formel zeigt den Einfluß von Widerstand, Kapazität und Selbstinduktion auf die Dämpfung. Die Amplituden nehmen nach einer geometrischen Reihe ab, deren Faktor k ist. Die natürlichen Logarithmen der Amplituden nehmen in arithmetischer Reihe ab, in welcher die Differenz zweier aufeinander folgender Glieder λ ist.

278. Lösung eines bestimmten Spezialfalles. Es werden die Belegungen eines auf das Potential V_0 geladenen Kondensators im Zeitmoment $t = 0$ durch den induktiven kleinen Widerstand geschlossen. Um den zeitlichen Verlauf des Potentials zu berechnen, führt man in die allgemeine Lösung (7) die Anfangsbedingungen ein.

Für $t = 0$ ist $V = V_0 = B_1$.

Ferner ist für $t = 0$; $i = -C\frac{dV}{dt} = 0$. Durch Differentiation von (7) folgt:

$$i = -Ce^{-\frac{w}{2L}t}\left(-\frac{V_0}{\sqrt{LC}}\sin\frac{t}{\sqrt{LC}} + \frac{B_2}{\sqrt{LC}}\cos\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) + \frac{Cw}{2L}e^{-\frac{w}{2L}t}\left(V_0\cos\frac{t}{\sqrt{LC}} + B_2\sin\frac{t}{\sqrt{LC}}\right). \tag{12}$$

Hierin $t = 0$ gesetzt, ergibt:

$$i = -\frac{CB_2}{\sqrt{LC}} + \frac{CwV_0}{2L} = 0,$$

$$B_2 = \frac{wV_0}{2\sqrt{\frac{L}{C}}} = 0. \tag{13}$$

Es ist $B_2 = 0$, weil wir oben die Bedingung eingeführt haben, daß w gegen $2\sqrt{\frac{L}{C}}$ zu vernachlässigen sei.

Die allgemeine Lösung wird daher für den speziellen Fall:

(14) $$V = V_0 e^{-\frac{w}{2L}t} \cos \frac{t}{\sqrt{LC}}.$$

Zu dem gleichen Resultat gelangt man durch Einsetzen der Anfangsbedingungen in die Gleichung (8). Es wird hier $A = V_0$ und $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Ferner erhält man aus Gleichung (12), in welcher der ganze zweite Summand sowie das zweite Glied der ersten Klammer wegen (13) verschwinden, zugleich die Lösung, welche den zeitlichen Verlauf der Stromstärke darstellt:

(15) $$i = \frac{C V_0}{\sqrt{LC}} e^{-\frac{w}{2L}t} \sin \frac{t}{\sqrt{LC}}.$$

279. Diskussion der speziellen Lösung. Sowohl Potential als auch Strom verlaufen sinusförmig, aber mit einer Phasendifferenz von $\frac{\pi}{2}$ gegeneinander. Der Maximalwert des Stromes ist nach (15)

$$i_0 = \frac{C V_0}{\sqrt{LC}} = \frac{2\pi C V_0}{T}$$

in seiner Beziehung zum Maximalpotential gegeben. Wenn man weiß, daß Potential und Strom sinusförmig verlaufen, so kann man diesen Ausdruck für i_0 leicht anders ableiten. Die ganze Ladung des Kondensators beträgt $C V_0$; diese stürzt in der Zeit einer Viertelperiode durch den Querschnitt des Leiters, da nach der Zeit $\frac{T}{4}$ die Potentialdifferenz der Kondensatorbelegungen auf Null gefallen ist. Die mittlere Stromstärke beträgt daher

$$i' = \frac{C V_0}{T/_4},$$

die Maximalstromstärke daher nach § 234:

$$i_0 = \frac{\pi}{2} i' = \frac{2\pi C V_0}{T}.$$

280. Berechnung eines bestimmten Falles. Eine größere Leidener Flasche mit der Kapazität 0,007 Mikrofarad, geladen auf 50000 Volt, entlade sich durch eine Spule von

2 cm Radius, 10 cm Länge mit 32 Windungen, deren Widerstand 1 Ohm betrage.

$C = 0{,}007$ M. F. $= 7 \cdot 10^{-9}$ Farad $= 7 \cdot 10^{-18}$ abs. (§ 103).

$L = \frac{4\pi n^2 q}{l} = \frac{12{,}6 \cdot 100 \cdot 12{,}6}{10} = 1{,}6 \cdot 10^4 = 1{,}6 \cdot 10^{-5}$ Henry (§§ 178, 185).

Schwingungsdauer $T = 2\pi\sqrt{LC} = 2 \cdot 10^{-6}$ sek.

Schwingungszahl $n = \frac{1}{2}$ Million pro sek.

$V_0 = 50\,000$ Volt $= 5 \cdot 10^{12}$ abs. Einh.

Maximalstromstärke $i_0 = \frac{2\pi C V_0}{T} = 108{,}5$ abs. Einh. $= 1085$ Amp.

Ist der Widerstand der Spule gleich 1 Ohm $= 10^9$ abs. Einh., so ist das logarithmische Dekrement

$$\lambda = \pi w \sqrt{\frac{C}{L}} = 0{,}07.$$

Die Zeit τ, nach welcher der Maximalwert der Schwingung auf den $e = 2{,}7^{\text{ten}}$ Teil seines Anfangswertes durch Dämpfung gesunken ist, ist

$$\tau = \frac{2L}{w} = 3{,}2 \cdot 10^{-5} \text{ sek},$$

d. h. nach

$$\frac{\tau}{T} = \frac{3{,}2 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-6}} = 16 \text{ ganzen Schwingungen.}$$

281. Einfluß von Ohmschem Widerstand des Schwingungskreises. Ist der Schwingungskreis frei von Ohmschem Widerstand, so schwingt er, einmal angeregt, bis in die Unendlichkeit weiter, wie ein Pendel, welches ohne jegliche Reibung schwingt. Es findet kein Energieverlust statt, der im Leiterkreis fließende Wechselstrom ist ein wattloser (§ 244). Ist ein sehr kleiner Widerstand vorhanden, so hat derselbe den Einfluß, die Schwingungen zu dämpfen; es tritt vor die Sinusfunktion das Glied $e^{-\frac{w}{2L}t}$. Bei diesen gedämpften Schwingungen ist der Strom aber noch merklich in Phase um 90° gegen die elektromotorische Kraft verschoben (Resultat des § 278). Hat der Widerstand des Schwingungskreises eine solche Größe, daß

nicht mehr die Vernachlässigung von w^2 gegen $4\frac{L}{C}$ stattfinden kann, so ist die Rechnung, solange nur $w^2 < 4\frac{L}{C}$ ist, genau wie bisher durchzuführen. Man darf nur nicht mehr die Konstanten α_1 und α_2 in § 276 in der abgekürzten Form schreiben, sondern muß den ungekürzten Wert $i\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{w^2}{4L^2}}$ dafür beibehalten. Die Schwingungsdauer hat dann nicht den in § 277 abgeleiteten Wert (9), sondern den etwas modifizierten:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{w^2}{4L^2}}} = 2\pi\sqrt{LC} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{w^2 C}{4L}}}.$$

Solange also w^2 nicht klein gegen $4\frac{L}{C}$, wird die Schwingungsdauer durch Ohmschen Widerstand vergrößert. Es ergibt sich ferner auch die Konstante B_2 nicht mehr wie in Gleichung (13) gleich Null, und man erhält für Potential V und Strom i zwei gedämpfte Sinusfunktionen zwar gleicher Periode, aber von $\frac{\pi}{2}$ verschiedener Phasendifferenz. Der Energieverlust ist dem cos dieser Phasendifferenz proportional (§ 243). Weil für $i = 0$, V im Maximum ist, so folgt daraus unmittelbar, daß das Maximum von V nicht zeitlich in der Mitte zwischen zwei Durchgängen des Wertes von V durch Null liegt. Wird endlich der Widerstand so groß, daß $w^2 \geqq 4\frac{L}{C}$, so verlieren die Exponenten α ihre komplexe Form, und es treten keine Schwingungen mehr auf, es wird der aperiodische Zustand erreicht.

282. Schwingungen im Rhumkorffschen Induktor. Demonstration dieser langsamen Schwingungen. Werden die Enden der Sekundärspule eines größeren Induktors mit einer Leidener Flasche verbunden, so regt eine Stromunterbrechung in der Primärspule das sekundäre System zu Schwingungen an, welche wegen der großen Selbstinduktion der Spule sehr langsam und wenig gedämpft sind. In einer Spule nimmt die Selbstinduktion mit dem Quadrat der Windungszahl (§ 185), der Widerstand nur im einfachen Verhältnis zu ihr zu; der die Dämpfung bestimmende Quotient $\frac{w}{2L}$ nimmt daher mit wachsen-

der Windungszahl ab. Die Sekundärspule eines Induktors hat viele Windungen, daher geringe Dämpfung. Schaltet man parallel zur Leidener Flasche eine Funkenstrecke (Fig. 226), so wird der in ihr auftretende Funke bereits in einem ganz langsam rotierenden Spiegel in viele einzelne Bilder aufgelöst. Die Schwingungen in der Sekundärspule laden fortwährend die Flasche abwechselnd positiv und negativ auf. Jeder einzelne der durch diese Aufladungen bedingten Funken ist wieder oszillatorisch, der Selbstinduktion der Leitung zum Funkenmikrometer entsprechend. Zu deren Auflösung würde aber ein äußerst schnell rotierender Spiegel gehören. Betreibt man den Induktor mit einem Unterbrecher oder Wechselstrom der gleichen Frequenz, wie sie die beschriebenen Oszillationen der Sekundärspule haben, so erhält man sehr große Induktionswirkungen. Dies ist das Prinzip des Resonanzinduktors. Bereits die Eigenkapazität der Sekundärspule ermöglicht ihre Schwingungen, so daß ein Anschalten eines Kondensators nicht erforderlich ist.

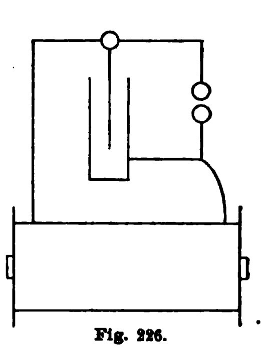


Fig. 226.

283. Experimentelle Ermittelung der Schwingungskurve. Fallpendel. Messung von Dielektrizitätskonstanten. Das Helmholtzsche Fallpendel ist eine Pendelvorrichtung, welche eine sehr kurze, bekannte Zeit hintereinander zwei Kontakte zu öffnen erlaubt. Der eine davon ist mikrometrisch zu verschieben und dadurch die Zeit zwischen den Kontaktöffnungen nach Belieben zu verändern. Wenn man den zeitlichen Verlauf des Potentials an den Kondensatorbelegungen in der Anordnung des vorigen Paragraphen bestimmen will, so schaltet man derartig, daß der erste Kontakt den Primärstrom öffnet. Dadurch werden die Schwingungen des Kondensators mit der Sekundärspule ausgelöst, welche nun ihrerseits in einem beliebigen Zeitmoment durch den zweiten Kontakt unterbrochen werden können, dadurch, daß man durch seine Öffnung den Kondensator von der Sekundärspule trennt. Ein mit dem Kondensator verbundenes Elektrometer zeigt dann das Potential

des Kondensators im Zeitmoment der Trennung an. Auf diese Weise kann man durch einfaches Verschieben des zweiten Kontaktes die zeitliche Potentialkurve aufnehmen und dadurch Schwingungsdauer, Maximalwerte und Dämpfung bestimmen.

Schaltet man dem Kondensator mit der Kapazität C einen zweiten der Kapazität C' parallel, so erhält man eine größere Schwingungsdauer. Die Schwingungsdauern nach und vor dem Zuschalten sind:

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

$$T' = 2\pi\sqrt{L(C + C')}$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$C' = \frac{T'^2 - T^2}{T^2} C.$$

Füllt man den zugeschalteten Kondensator mit einem Medium der Dielektrizitätskonstante ε, so erhält man eine weiter vergrößerte Schwingungsdauer. Die Kapazität ist

$$C'' = \frac{T''^2 - T^2}{T^2} C$$

und

$$\varepsilon = \frac{C''}{C'}.$$

Nach dieser Methode sind von Schiller 1874 Dielektrizitätskonstanten gemessen worden. Wegen der Schnelligkeit der Schwingungen ist man frei von den störenden Wirkungen der Rückstandsbildung und der Leitfähigkeit.

284. Schnelle Schwingungen in Wheatstonescher Brücke. Die beiden Belegungen des schwingenden Kondensators kann man an die Enden der Wheatstoneschen Brückenanordnung in § 225 anlegen. In derselben entstehen dann sehr schnelle Wechselströme, welche wie dort zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten verwendet werden können. Diese Methode ist wie diejenige für langsame Wechselströme von Nernst ausgearbeitet worden. Zur Erkennung, ob der Brückenzweig stromlos ist, kann wegen der Schnelligkeit der Schwingungen das Telephon natürlich nicht Verwendung finden. Statt dessen benutzt man eine kleine Röhre mit verdünntem Gas. Das Aufhören des Leuchtens in ihr ist ein scharfes Kriterium dafür, daß an ihren Elektroden keine Spannungsschwankungen eintreten.

285. Demonstration der Kondensatorschwingungen mit Oszillograph oder Braunscher Röhre. Wird ein größerer Kondensator von einem oder mehreren Mikrofarad auf einige Volt aufgeladen und durch eine größere Selbstinduktion, etwa die Sekundärspule eines kleinen, am besten nicht zu dünndrähtigen Induktors entladen, so kann man den Verlauf der Wechselstromentladung sehr gut mit einem Oszillographen oder einer Braunschen Röhre so wie in § 253 verfolgen. Es zeigt sich bei jedem Entladungsschlag im rotierenden Spiegel eine Folge mehrerer Sinusschwingungen, die umso weniger gedämpft sind, je weniger Widerstand sich im Entladungskreis befindet. Figg. 227 und 228 zeigen zwei verschieden stark gedämpfte Kurven, die durch Photographieren an einer Braunschen Röhre gewonnen wurden. Mit dem Oszillographen



Fig. 227.



Fig. 228.

hat man den Vorteil, die Erscheinung in Projektion einem größeren Zuschauerkreis zugleich zeigen zu können, dagegen den Nachteil störender Eigenschwingungen, wenn nicht die elektrischen Oszillationen langsam gegen diese sind. Durch Entladen einer sehr großen Kapazität (1000 MF, herstellbar aus Kondensatoren der Telephontechnik) durch die Hochspannungsspule eines größeren Transformators oder eine große Drosselspule kann man sehr langsame Schwingungen erzeugen, bei $L = 1000$ Henry von einer Periode 2π Sekunden. Ein eingeschaltetes Ampèremeter zeigt dann mit allmählich abnehmender Amplitude diese langsamen Wechselströme an.

286. Demonstration der Kondensatorschwingungen mit dem Summer. Der Summer ist ein im telephonischen Verkehr benutzter kleiner Apparat, welcher ziemlich rein sinus-

förmige Ströme liefert. Fig. 229 zeigt schematisch seine Anordnung. Das Element E ist geschlossen durch die Primärspule S_1 einer kleinen über einen permanenten Magneten geschobenen Induktionsrolle und durch den Kohlekontakt eines vor dem Magneten montierten Mikrophons mit Eisenmembran. Die Enden der Sekundärspule S_2 der Induktionsrolle werden mit den Belegungen eines Kondensators C verbunden. Schließt man den Primärkreis, so wird der sekundäre zu Schwingungen angeregt. Diese Wechselströme verstärken und schwächen periodisch den Magneten, so daß die Membran sich in demselben Tempo mitbewegt. Dadurch wird die Mikrophonanordnung in Tätigkeit gesetzt, und im Primärkreis werden Stromschwankungen erzeugt, welche den Sekundärkreis weiterhin in Schwingungen erhalten. Die Mikrophonanordnung dient also dazu, die Energiequelle des Elements auszulösen und den Sekundärkreis in elektrischen Schwingungen zu erhalten, welche ohne diese Auslösung gleich abklingen würden. Der Ton der Membran zeigt die Periode der Schwingungen an. Dieselbe hängt ab von der Kapazität des angehängten Kondensators. Der Ton nimmt an Höhe ab, wenn man die Kapazität vergrößert oder in den Schwingungskreis eine Spule mit Selbstinduktion einschaltet.

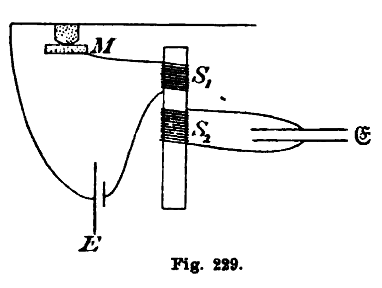


Fig. 229.

287. Demonstration der Kondensatorschwingungen mit dem singenden Lichtbogen. Schließt man einen Kondensator von großer Kapazität (einige Mikrofarad) durch eine kleine Spule und einen elektrischen Lichtbogen (Fig. 230), der von einer Dynamomaschine gespeist wird, so wird der aus Kondensator, Spule und Lichtbogen bestehende Schwingungskreis zu elektrischem Schwingen angeregt. Man hat sich dies Anregen ähnlich zu denken, wie eine Orgelpfeife durch einen Luft-

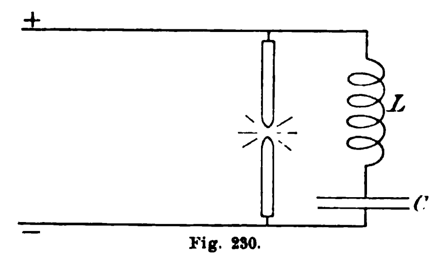


Fig. 230.

strom angeregt wird. Die schnellen Wechselströme der Kondensatorschwingung superponieren sich über den Gleichstrom, welcher den Lichtbogen speist, diesen in schneller Aufeinanderfolge schwächend und stärkend. Durch die damit verbundenen schnellen Temperaturwechsel gerät der Lichtbogen in synchrone Vibrationen und tönt. Die Schwingungszahl des entstehenden Tones ist gleich derjenigen der elektrischen Schwingungen. Bei großer Kapazität des Kondensators kann die Schwingungszahl genügend klein werden, so daß die Schwingung als Ton gehört werden kann. Verkleinerung von Kapazität oder Selbstinduktion erzeugen Erhöhung des Tones. Für den Versuch ist ein ganz kurzer Lichtbogen zwischen nichtimprägnierten Kohlen bei schwachem Strom zu wählen, eine Kapazität von der Größenordnung eines Mikrofarads und eine kleine dickdrähtige Spule. Ein massiver Eisenkern in die Spule gelegt, wird durch Hysteresis und Foucaultströme heiß, und kann auf diese Weise in abgeschlossenem Raum ohne weitere Zuleitung geglüht werden. Im rotierenden Spiegel ist auch das intermittierende Leuchten des Lichtbogens bequem zu beobachten. Am ausgezeichnetsten funktioniert der Lichtbogen für Schwingungen, wenn er kräftig gekühlt wird. Dies geschieht am besten dadurch, daß er zwischen einer Kohle- und einer wassergekühlten massiven Kupferelektrode in einer Leuchtgas- oder Wasserstoffgasatmosphäre erzeugt wird. In dieser Anordnung wurde er von dem dänischen Ingenieur Poulsen für Herstellung kontinuierlicher Schwingungen zu Zwecken der drahtlosen Telegraphie verwendet.

288. Der sprechende Lichtbogen. Selenzelle. Lichttelephonie. Die im letzten Paragraphen besprochene Eigentümlichkeit des Lichtbogens, sich über den Hauptstrom überlagernde, schnell intermittierende Ströme akustisch wiederzugeben, ist dazu benutzt worden, auch die Töne der menschlichen Sprache oder musikalischer Instrumente vom Lichtbogen reproduzieren zu lassen. Die Schaltung zeigt Fig. 231. Der Lichtbogen wird von einer Akkumulatorenbatterie gespeist. Im Stromkreis befindet sich die primäre Wickelung einer Induktionsspule. Die sekundäre Wickelung bildet mit einem Element und einem Mikrophon einen besonderen Stromkreis. Spricht man gegen

die Membran des Mikrophons, so wird entsprechend den Schwingungen derselben der Strom im Mikrophonkreis gestärkt und geschwächt. Die Stromschwankungen teilen sich durch Induktion dem Lichtbogenstromkreis mit. Der Lichtbogen gibt dann die ins Mikrophon gesprochenen oder gesungenen Töne laut wieder. Für gute Effekte ist hierbei ein möglichst langer Lichtbogen zwischen salzimprägnierten Kohlen anzuwenden. Das Mikrophon kann dabei natürlich weit entfernt aufgestellt sein. Wird der Lichtbogen nicht von Akkumulatoren, sondern von einer Dynamomaschine gespeist, so können wegen der starken Abdrosselung durch deren Selbstinduktion die schnell intermittierenden Mikrophonströme nicht zustande kommen. Diese Schwierigkeit behebt man aber leicht durch Parallelschalten eines größeren Kondensators (einige Mikrofarad) zur Maschine, indem man dadurch den schnell schwankenden Strömen einen Weg schafft. Die schnellen Stromschwankungen im Lichtbogen sind von ebensolchen Helligkeitsschwankungen begleitet. Man kann diese Schwankungen der Lichtintensität registrieren mit Hilfe einer sog. Selenzelle. Das metallische Selen besitzt die Eigentümlichkeit, bei Belichtung seinen Widerstand bedeutend zu verkleinern, und zwar um so mehr, je größer die Intensität des auffallenden Lichtes ist. Diese Widerstandsänderungen gehen schnell vor sich und vermögen z. B. den schnellen Lichtschwankungen des tönenden Lichtbogens zu folgen. Läßt man daher die Strahlen desselben auf eine Selenzelle fallen, die in einen Stromkreis geschaltet ist, welcher ein galvanisches Element und ein Telephon enthält, so hört man die Stromschwankungen im Telephon als den gleichen Ton, welchen der Lichtbogen aussendet. Mittels eines Scheinwerfers kann man auf eine solche Weise auf leidlich große Entfernungen „ohne Draht telephonieren“. Man spricht in ein Mikrophon, erregt dadurch einen Scheinwerferlichtbogen zum Mitsprechen, und dadurch zugleich

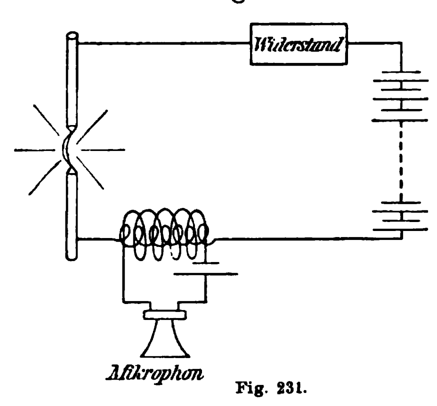
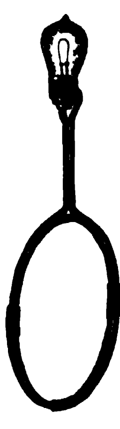


Fig. 231.

vermittelst der Selenzelle das entfernte Telephon der Empfangsstation.

B) Übertragung elektrischer Schwingungen auf gekoppelte Systeme.

289. Große Induktionswirkungen der Kondensatorentladungen. In § 280 ist gezeigt, daß bei den Entladungen Leydener Flaschen die Stromstärke erhebliche Werte besitzen kann. Wird in dem dort berechneten Fall der Schließungsdraht kürzer gewählt, so kann man die Selbstinduktion leicht hundert und mehr mal kleiner machen. Die Schwingungsdauer nimmt dann mit der Quadratwurzel aus der Selbstinduktion ab, die maximale Stromstärke in demselben Verhältnis zu. Es können so leicht Ströme von 10 000 Ampère und mehr maximaler Stromstärke erreicht werden. In der sehr kurzen Zeit einer halben Schwingungsdauer schwankt dieser Wert von seinem positiven zum negativen Maximum. Die Größe $\frac{di}{dt}$, welche für die Induktionswirkung nach außen in Betracht kommt, ist mithin sehr groß, unvergleichlich viel größer, als sie mit starken Wechselströmen von Maschinen erreicht werden kann. In geschlossenen Drahtkreisen, die dem Einfluß eines von Kondensatorentladungen durchflossenen Leiters unterworfen sind, werden darum kräftige Wechselströme induziert, welche eine eingeschaltete Glühlampe leicht zu hellem Leuchten bringen. (Fig. 232.) Ist der Lampenwiderstand nicht zu groß, so genügt im allgemeinen eine einzige Windung des induzierten Kreises.


c. $\frac{1}{8}$ n. Gr.
Fig. 232.

290. Induktion auf einen gekoppelten Schwingungskreis. Resonanz. Ein Kondensator, dessen Belegungen durch eine Selbstinduktionsspule verbunden sind, stellt ein schwingungsfähiges System dar. Wir wollen (Fig. 233) einen solchen Schwingungskreis II, den wir als sekundären bezeichnen, in die Nähe eines anderen primären, aus Kapazität und Selbstinduktion bestehenden, schwingenden Entladungskreises I bringen, und zwar

in eine solche Lage, daß er von magnetischen Induktionslinien desselben getroffen wird. Dies kann z. B. dadurch geschehen, daß einige Windungen *s* der Selbstinduktionsspulen beider Kreise einander überlagern. Wir haben damit den Sekundärkreis, wie man

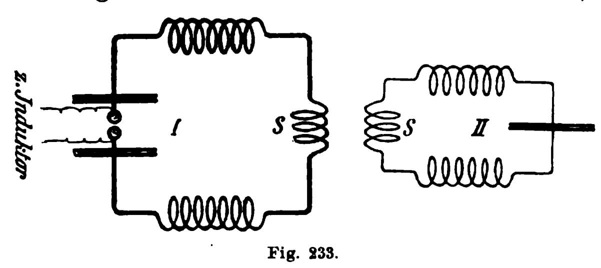
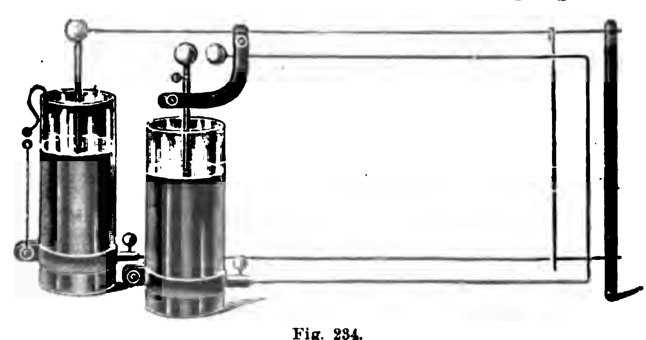


Fig. 233.

sagt, elektromagnetisch oder induktiv mit dem Primärkreis gekoppelt. Die Folge der Koppelung ist, daß die Schwingungen des Primärkreises auch den sekundären Kreis zu Schwingungen zwingen werden, und in Analogie mit bekannten Fällen der Akustik kann man vorher sagen, daß diese Schwingungen besonders


Fig. 234.

intensiv sein werden, wenn die Schwingungsdauer des sekundären Systems übereinstimmt mit der Periodendauer der erzwingenden Schwingung im primären System. Diese Bedingung kann man auch so formulieren: Primäres und sekundäres System müssen mit einander in elektrischer Resonanz sein. Dies zeigt ein bekannter Versuch von O. Lodge. Eine Leydener Flasche, aufgeladen durch Induktionsstöße eines Induktors, entladet sich durch ein Drahtrechteck und eine Funkenstrecke. (Fig. 234.) Die Belegungen einer zweiten gleichen Leydener Flasche sind durch ein gleiches Drahtrechteck mit einander verbunden, dessen

Länge durch Verschieben eines Drahtbügels verändert werden kann. Stellt man beide Schwingungskreise mit parallelen Leiterebenen in einigem Abstand von einander auf, so wird bei kontinuierlicher Längenänderung des zweiten Drahtrechtecks die zugehörige Leydener Flasche bei einer ganz bestimmten, sehr scharf definierten Länge desselben zu lebhaftem Schwingen angeregt, das am Sprühen derselben oder am Auftreten eines intensiven Funkenspiels in einer parallelgeschalteten Funkenstrecke erkannt wird. Da die Schwingungsdauer jedes Systems

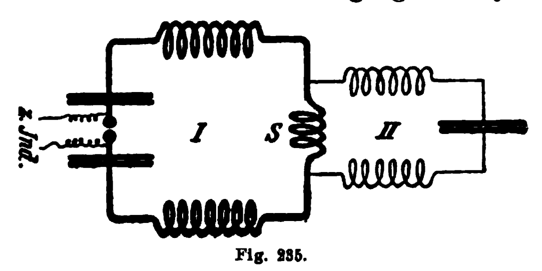


Fig. 235.

durch das Produkt aus Kapazität C und Selbstinduktion L bestimmt ist $(T = 2\pi\sqrt{CL})$, so ist die Resonanzbedingung die, daß dieses Produkt für beide Kreise gleichen Wert hat:

$$C_1 L_1 = C_2 L_2.$$

Bei gleich großen Flaschen müssen also die Drahtbügel auch gleich sein.

Anstatt die zwei Schwingungskreise durch elektromagnetische Induktion aufeinander wirken zu lassen, kann man sie, wie Fig. 235 es zeigt, auch so schalten, daß ein Teil des Schließungsdrahtes ihnen gemeinsam ist. Der sekundäre Schwingungskreis ist dann mit dem primären durch die sog. direkte oder galvanische Koppelung verbunden.

291. Der Teslatransformator. Auch eine Spule ohne angehängten Kondensator, deren Enden also frei auslaufen, ist ein Gebilde, das Kapazität und Selbstinduktion besitzt und daher elektrischer Eigenschwingungen fähig ist. Sie kann daher durch die Einwirkung der elektrischen Schwingungen eines Kondensatorkreises auch zum Schwingen erregt werden, und auch bei ihr wird die Schwingungsintensität im Falle der Resonanz von

hervorragender Stärke sein. Besteht die Spule aus sehr vielen Windungen eines feinen Drahtes, so können, wie schon beim gewöhnlichen Wechselstromtransformator, die Potentialschwankungen ihrer freien Enden außerordentlich hohe Werte erreichen. Ein Teslatransformator (Fig. 236) ist ein eisenfreier Transformator, dessen Primärspule aus wenigen Windungen eines dicken Kupferdrahtes oder besser eines dünnen Kupferblechstreifens, und dessen Sekundärspule aus einer großen Zahl von Windungen dünnen Kupferdrahtes besteht. Den zu erzielenden hohen Spannungen entsprechend muß die Isolation eine vortreffliche sein; größere Transformatoren stellt man daher in Öl. Durch die Primärspule werden die Entladungen eines aus Leydener Flaschen gebildeten Kondensators gesandt. (Fig. 237.) Ein ganz hervorragendes Optimum der Wirkung auf die Sekundärspule erhält man für eine ganz bestimmte Kapazität des primären Kondensators. Es muß also der Primärkreis auf den sekundären „abgestimmt“ werden.



Fig. 236.

292. Teslaversuche. Mit Hilfe des Teslatransformators kann man eine Reihe sehr gefälliger Versuche anstellen, welche ihre Eigenheiten der hohen Spannung und den rapiden Wechseln verdanken. Große Funkenlängen, welche man dadurch, daß man die Funken an Holz oder Glastafeln mit Magnesiumpulver gleiten läßt, noch vergrößern und glänzender machen kann. Leitet man die Enden der Sekundärspule zu dünnen, parallel ausgespannten Drähten, so leuchten diese infolge der Büschelentladungen in ihrer ganzen Länge.

Elektrodenlose Röhren mit verdünntem Gase leuchten noch in größerer Entfernung des Transformators.

Leitet man einen Pol zur Erde (für maximale Wirkung ist jetzt die etwa vierfache Kondensatorkapazität im Primärkreis

erforderlich siehe § 304), stellt sich isoliert mit dem einen Kontakt einer Glühlampe in der Hand auf und berührt mit dem anderen Kontakt der Glühlampe den freien Pol des Transformators, so leuchtet die Glühlampe. Ihr Faden kommt ins Glühen infolge der Ladungsströme, welche durch ihn in die Kapazität des menschlichen Körpers fließen. Durch eine Kette von vielen Personen hindurch gelingt der gleiche Versuch noch,

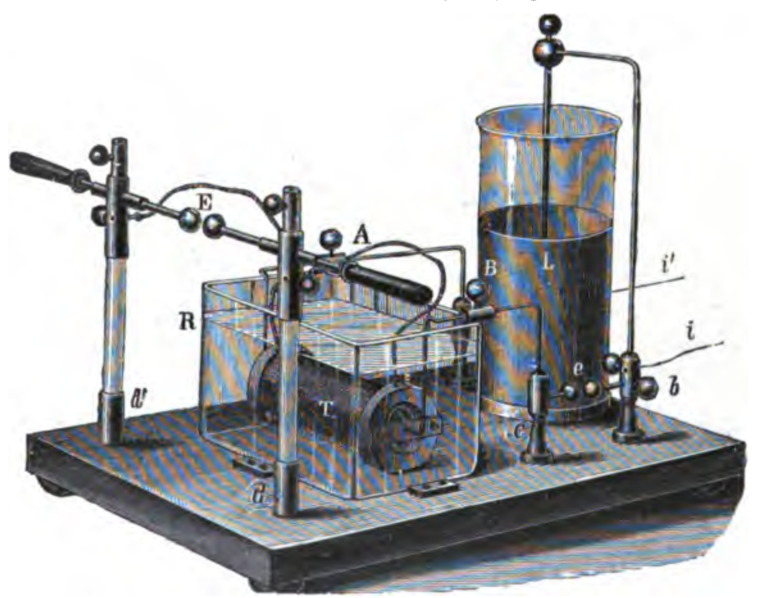
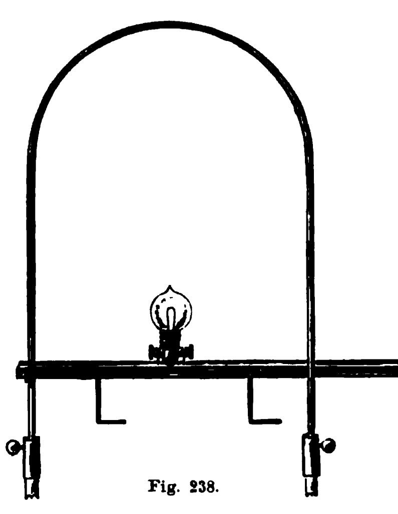


Fig. 237.

wenn man anstatt der Glühlampe eine Geißlersche Röhre, welche elektrodenlos sein kann, nimmt. Man kann die Versuche mit gewöhnlichem Unterbrecher anstellen. Glänzende Form erhalten sie aber erst durch Verwendung des Turbinenunterbrechers (nicht so gut hierfür der Wehnelt-Unterbrecher) oder besonders bei Betrieb des Induktors mit einer Wechselstrommaschine. Der Entladungsfunke muß durch leichtes Anblasen oder mittels eines Magneten daran gehindert werden, Lichtbogenbildung zu zeigen, welche das Erreichen hoher Entladungspotentiale unmöglich macht.

293. Impedanzversuch. Für die schnellen Wechselströme der oszillierenden Flaschenentladung überwiegt in Drähten

der induktive Widerstand bei weitem den Ohmschen. Schickt man durch den dicken Kupferbügel (Fig. 238) Gleich- oder gewöhnlichen Wechselstrom, so kommt eine quer über den Bügel als Nebenschluß gelegte Kohlenfadenglühlampe natürlich nicht zum Leuchten, weil der bei weitem überwiegende Teil des Stromes durch das massive gutleitende Kupfer geht. Sendet man dagegen eine kräftige oszillatorische Entladung einer Leidener Flasche durch die Anordnung, so leuchtet die Glühlampe hell auf. Der induktive Widerstand des längeren Kupferbügels überwiegt den hohen Widerstand des kürzeren Weges durch die Lampe.


Fig. 238.

Technisch benutzt wird die selbst bei kurzen dicken Kupferleitungen sehr große Impedanz schnellen Stromänderungen gegenüber zur Konstruktion von Blitzsicherungen für Starkstromanlagen. Die Hörnerblitzableiter sind zwei aufrecht nach oben divergierende Drähte, deren einer mit dem zu sichernden Kabel und deren anderer mit der Erde verbunden ist. Der Blitz bevorzugt die kleine Luftstrecke zwischen beiden dem Weg durch das Kupferkabel. Ein ausgelöster Lichtbogen reißt sich durch seine Hitze nach oben, wo der Drahtabstand so groß wird, daß er erlischt.

294. Die Schwingungen verlaufen nur an der Oberfläche der Leiter. Ein Gleichstrom durchfließt einen gerade ausgespannten Draht, den man sich aus vielen gespannten Fäden bestehend denken kann, in seiner ganzen Dicke gleichmäßig, mit gleichförmiger Stromdichte. Ist aber die Stromstärke Schwankungen unterworfen, so wirken alle einem Faden benachbarten Fäden auf diesen induzierend, nach dem Lenzschen Gesetz (§ 168) derart, daß die Stromschwankungen vermindert werden. Die innersten Fäden sind allseitig, die an der Ober-

fläche befindlichen nur teilweise von benachbarten Fäden umgeben. Im Inneren des Drahtes werden daher die Stromschwankungen mehr durch Induktion heruntergedrückt, als an seiner Oberfläche, und zwar in um so höherem Maße, als die Stromwechsel schnellere sind. Dies hat zur Folge, daß sehr schnelle Wechselströme schließlich nur noch auf der Oberfläche verlaufen. Als Ohmscher Widerstand kommt dann für deren Leitung auch nur derjenige der dünnen Schicht, in welcher die Leitung stattfindet, in Betracht. Die schnellen Schwingungen der Teslaströme kann man teils aus diesem, hauptsächlich aber wohl aus einem anderen Grunde gefahrlos und ohne Schmerzempfindung durch den menschlichen Körper leiten. Die Schädigungen des Organismus sowie die Auslösung des Schmerzgefühls durch elektrische Ströme haben elektrolytische Substanzveränderungen zur Ursache. Die äußerst schnellen Wechsel in der Stromrichtung lassen solche aber nicht aufkommen.

295. Quasistationäre und nichtquasistationäre Ströme. Die Resonanzbedingung für zwei aus Kondensator und Spule bestehende Schwingungskreise hatten wir in § 290 dahin ausgesprochen, daß das Produkt aus Kapazität und Selbstinduktion für beide Systeme gleich sein muß. Beim Teslatransformator ist ein neuer Punkt zu berücksichtigen. Es lassen sich nämlich für seine Sekundärspule weder die Kapazität noch die Selbstinduktion in der gewöhnlichen Art berechnen. Es war für die bisherigen Schwingungsprobleme stets vorausgesetzt worden, daß Ladungen nur auf den Kondensatorbelegungen auftreten, nicht dagegen auf der Spulenoberfläche. Ladungen auf dem Draht sollten gegen die Kondensatorladung ganz zu vernachlässigen sein. Die Folge hiervon war, daß man die Stärke des den Spulendraht durchfließenden Stromes an jedem Querschnitt desselben als gleich ansehen konnte. Wenn man nun auch für den primären Kreis des Teslatransformators diese Bedingung als erfüllt ansehen kann, so kann man dies doch nicht mehr bei der Sekundärspule desselben, an deren Enden ja keine Kapazität angehängt ist. Die Kapazität der Spule ist eine über ihre ganze Länge verteilte. Nur in der Umgebung ihrer Mitte treten keine Ladungen auf, auf der gesamten

übrigen Drahtlänge finden lebhafte Ladungsschwankungen statt. Deshalb ist auch die Stärke des in der Spule fließenden Stromes überall in ihr verschieden und variiert von seinem Maximalwert in der Spulenmitte bis herab zu Null an den freien Enden. Der Strom in der Sekundärspule ist, wie man sagt, kein quasistationärer, und es ist daher auch zur Berechnung der Selbstinduktion nicht eine Formel verwendbar, welche eine über die ganze Länge des Drahtes wie im stationären Zustande gleichmäßige Stromverteilung voraussetzt, sondern es sind kompliziertere Betrachtungen nötig, welche der ungleichartigen Strom- und Ladungsverteilung Rechnung tragen müssen.

Entladungen größerer Kondensatoren durch Spulen kann man indessen wie die Wechselströme von Maschinen als quasistationäre ansehen, d. h. als solche, deren Intensität an jeder Stelle des Schließungsdrahtes die gleiche ist, und bei deren Fließen auf dem Schließungsdraht demnach keine freien Ladungen auftreten, welche nicht gegen die Kondensatorladungen zu vernachlässigen wären.

In den folgenden Paragraphen soll die Theorie der Resonanzerscheinungen unter Voraussetzung quasistationärer Systeme etwas näher besprochen werden. In der nächsten Abteilung *C* dieses Abschnittes werden die Vorgänge erörtert, welche als nichtquasistationäre anzusehen sind.

296. Koppelungskoeffizient. Wir haben bei unseren bisherigen Betrachtungen stets den Umstand außer acht gelassen, daß die Schwingungen des Sekundärsystems auf die des primären rückwirkenden Einfluß haben können. Das muß aber im allgemeinen offenbar der Fall sein; denn wenn ein System *A* auf ein System *B* induzierend wirkt, so muß auch der umgekehrte Einfluß bestehen. Indessen ist ohne weiteres einzusehen, daß die Rückwirkung sehr gering sein muß, wenn *A* auf *B* nur wenig induzierend wirkt, d. h. wenn, wie man sagt, die Koppelung eine lose ist. Stehen z. B. zwei gleiche Stromkreise *A* und *B* einander so gegenüber, daß von allen durch einen Wechselstrom in *A* erzeugten magnetischen Induktionslinien nur der dreißigste Teil die Fläche von *B* durchsetzt, so wird die Induktionswirkung in *B* nur $\frac{1}{30}$ von derjenigen in *A* betragen.

Ist die Induktivität der Stromkreise groß gegen ihren Ohmschen Widerstand, so ist die Amplitude des in B induzierten Wechselstromes damit auch dreißigmal kleiner als die des Primärstroms in A. Der Induktionsstrom in B erzeugt ein Magnetfeld, von dessen Induktionslinien wiederum nur der dreißigste Teil den Leiter A schneidet, so daß in A rückwirkend von B her ein Induktionsstrom erzeugt wird, der nur den 900. Teil der primären Stromstärke besitzt, der also praktisch bereits zu vernachlässigen wäre.

Allgemein ist der primäre Induktionsfluß proportional dem Selbstinduktionskoeffizienten L_1 des Primärkreises (§ 177); der Bruchteil davon, der den sekundären Leiter durchsetzt, ist proportional dem Koeffizienten der gegenseitigen Induktion L_{12}. Es wird also die Amplitude einer Schwingung im Sekundärleiter im Verhältnis zu der im Primärleiter um so größer, je größer der Quotient $\frac{L_{12}}{L_1}$ ist. Ebenso wird die zurückinduzierte Schwingung im Primärleiter im Verhältnis zu der Schwingung im Sekundärleiter um so stärker, je größer der Quotient $\frac{L_{12}}{L_2}$ aus Koeffizient der wechselseitigen Induktion und Koeffizient der Selbstinduktion des Leiters 2 ist. Die Rückwirkung hängt daher von der Größe des Produkts dieser zwei Quotienten ab, d. h. von dem Ausdruck:

$$\frac{L_{12}^2}{L_1 L_2}.$$

Die Quadratwurzel hiervon

$$K = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

nennt man den Koppelungskoeffizienten der zwei Leitersysteme, vorausgesetzt, daß nur elektromagnetische Koppelung vorliegt.

Ist die wechselseitige Induktion klein im Verhältnis zu den Selbstinduktionen, so ist die Koppelung eine lose. Im anderen Falle spricht man von enger oder fester Koppelung. Auch bei direkt gekoppelten Schwingungskreisen kann man zwischen enger und loser Koppelung unterscheiden je nach der beiden Kreisen gemeinsamen Drahtlänge oder Anzahl von Windungen. Nur bei sehr loser Koppelung ist die Rückwirkung des Sekundärsystems

auf das primäre zu vernachlässigen und gelten unsere bisherigen Betrachtungen über gekoppelte Systeme.

297. Schwingungen eines sehr lose gekoppelten Systems. Resonanztheorie. Partikuläre Lösung. Ein elektromagnetisch schwingungsfähiger, d. h. Kapazität C und Selbstinduktion L enthaltender Sekundärleiter werde in sehr loser Koppelung von einem schwingenden Kondensatorkreis induktiv erregt. Koeffizient der gegenseitigen Induktion sei L_{12}, dann wird infolge der Schwankungen der Stromstärke i im Sekundärleiter die Spannung V in demselben in jedem Augenblick durch die Gleichung (1) in § 276 gegeben sein; dazu kommt aber in jedem Moment noch die vom Primärleiter induktiv erregte elektromotorische Kraft, die durch das Produkt $L_{12}\frac{di_1}{dt}$ gegeben ist. Es ist also

(1) $$V = iw + L\frac{di}{dt} + L_{12}\frac{di_1}{dt},$$

woraus man durch Einsetzen von

$$i = -C\frac{dV}{dt}$$

die Differentialgleichung erhält:

(2) $$\frac{d^2V}{dt^2} + \frac{w}{L}\frac{dV}{dt} + \frac{V}{LC} = \frac{L_{12}}{LC}\frac{di_1}{dt}.$$

Wir wollen nun für unsere Berechnung den Fall annehmen, der Primärleiter schwinge ungedämpft, dann können wir für i_1 eine reine Sinusfunktion ansetzen

$$i_1 = i_0 \sin \omega t.$$

$$\frac{di_1}{dt} = i_0 \omega \cos \omega t.$$

Nun ist

$$e^{\mathrm{i}\omega t} = \cos \omega t + \mathrm{i} \sin \omega t.$$

Wenn wir daher schreiben

$$\frac{di_1}{dt} = i_0 \omega e^{\mathrm{i}\omega t},$$

so heißt dies, wir haben an Stelle der reellen trigonometrischen cos-Funktion eine komplexe Zeitfunktion eingeführt, welche die cos-Funktion als reellen Bestandteil enthält. Die allgemeinen Eigenschaften der Differentialgleichungen von der Form (2) er-

lauben es, die Rechnung mit der Exponentialfunktion durchzuführen und von der dann notwendig auch komplexen Lösung den reellen Bestandteil als Lösung anzusehen[1]). Die Differentialgleichung wird dann:

(3) $$\frac{d^2 V}{dt^2} + \frac{w}{L}\frac{dV}{dt} + \frac{V}{LC} = \frac{L_{12} i_0 \omega}{LC} e^{i\omega t} = A e^{i\omega t}.$$

Sie hat gegen die des § 276 nur den Unterschied, daß die rechte Seite nicht Null ist. Dadurch ist ihr die Homogenität genommen. Es ist die Differentialgleichung der erzwungenen Schwingung. Eine partikuläre Lösung der Gleichung erhalten wir, indem wir setzen

(4) $$V = B e^{i\omega t}.$$

Dies bedeutet, daß die erzwungene Schwingung von V im Sekundärleiter die gleiche Periode wie die primäre erzwingende Schwingung hat.

Setzt man diesen Wert in (3) ein, so wird:

$$-\omega^2 B + \frac{w}{L} i\omega B + \frac{B}{LC} = A.$$

(5) $$B = \frac{A}{\frac{1}{LC} + \frac{i\omega w}{L} - \omega^2},$$

1) Daß man dies darf, ist der ungestörten Superposition der äußeren Einwirkungen zu verdanken, welche durch die Form der Differentialgleichung gewährleistet ist. Hat man für verschiedene von außen auf das Sekundärsystem ausgeübte Wirkungen, d. h. für verschiedene auf der rechten Seite der Differentialgleichung (2) stehende Zeitfunktionen $f_1(t)$, $f_2(t)$ usf. Lösungen derselben gefunden (V_1, V_2 usw.), so ist

$$\frac{d^2 V_1}{dt^2} + \frac{w}{L}\frac{dV_1}{dt} + \frac{V_1}{LC} = f_1(t)$$

und ebenso für die anderen Indizes. Multipliziert man jede Gleichung mit einer Konstanten (A_1, A_2 usw.) und addiert sie, so wird:

$$\frac{d^2(A_1 V_1 + A_2 V_2 + \cdots)}{dt^2} + \frac{w}{L}\frac{d(A_1 V_1 + A_2 V_2 + \cdots)}{dt} + \frac{A_1 V_1 + A_2 V_2 + \cdots}{LC}$$
$$= A_1 f_1(t) + A_2 f_2(t) + \cdots$$

Man sieht daraus, daß eine Übereinanderlagerung der äußeren Einwirkung eine in derselben Weise erfolgende Superposition der Lösungen zur Folge hat, weil die Differentialgleichung für die superponierten Werte dieselbe Form beibehält. Ist nun z. B. $f_1(t) = \cos\omega t$, $f_2(t) = \sin\omega t$, und sind V_1, V_2 die zugehörigen Lösungen, so ist für $\cos\omega t + i\sin\omega t = e^{i\omega t}$ die zugehörige Lösung $V = V_1 + iV_2$. Ihr reeller Teil die Lösung für $\cos\omega t$.

d. h. (4) ist eine Lösung von (3), wenn B den Wert (5) hat. B ist also, wie ersichtlich, keine willkürliche Integrationskonstante, sondern hat einen völlig bestimmten komplexen Wert.

Nach § 276 ist aber die Dauer einer Eigenschwingung des Sekundärsystems

$$T = 2\pi \sqrt{LC},$$

d. h.

$$\frac{1}{LC} = \frac{4\pi^2}{T^2} = \omega_0^2,$$

wenn ω_0 gleich der Anzahl der Eigenschwingungen in 2π Sekunden ist. Es ist daher:

$$(6) \qquad B = \frac{A}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\frac{\omega w}{L}}.$$

Die Amplitude B der erzwungenen Schwingung ist also proportional der Amplitude A der primären. Sie ist aber ferner komplex. Dies bedeutet nichts anderes, als daß die Sekundärschwingung eine Phasenverschiebung gegen die primäre hat. Um dies zu sehen, setzen wir

$$(7) \qquad \begin{aligned} \omega_0^2 - \omega^2 &= \varrho \cos \psi \\ \frac{\omega w}{L} &= \varrho \sin \psi, \end{aligned}$$

dann ist B in der Form zu schreiben:

$$(8) \qquad B = \frac{A}{\varrho e^{i\psi}} = \frac{A}{\varrho} e^{-i\psi}$$

und die Lösung der Differentialgleichung gemäß (4):

$$(9) \qquad V = B e^{i\omega t} = \frac{A}{\varrho} e^{i(\omega t - \psi)}.$$

Die Lösung für V ist der reelle Teil hiervon, also:

$$(10) \qquad V = \frac{A}{\varrho} \cos(\omega t - \psi).$$

Hierin ist nach (3):

$$(11) \qquad A = \frac{L_{12} i_0 \omega}{LC}$$

und nach (7):

$$(12) \qquad \varrho = \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + \frac{\omega^2 w^2}{L^2}}.$$

$$(13) \qquad \operatorname{tang} \psi = \frac{\omega w}{L(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

In Worten ausgesprochen ist das Ergebnis unserer theoretischen Betrachtung das folgende: Eine sinusförmige Schwingung im Primärkreis wirkt auf den Sekundärleiter mit einer induzierenden Kraft, welche der zeitlichen Änderung der Stromstärke $\frac{d i_1}{d t}$ proportional ist. Die erzwungenen Spannungsschwankungen im Sekundärleiter verlaufen auch schwingungsförmig mit der Periode der Primärschwingungen, aber gegen die induzierende Kraft verzögert um einen Winkel ψ, der nach (13) gegeben ist. Im Falle vollständiger Resonanz ($\omega = \omega_0$) ist tang $\psi = \infty$, also $\psi = 90^0$. Die Amplitude der Schwingungen im Sekundärleiter ist nach (10) gleich $\frac{A}{\varrho}$, wo A und ϱ durch (11) und (12) gegeben sind. Hat der Sekundärleiter einen sehr kleinen Widerstand, so ist im Falle der Resonanz ($\omega = \omega_0$) die Amplitude der erzwungenen Schwingung sehr groß. Die Eigenschwingungen des Sekundärsystems sind in diesem Fall sehr schwach gedämpft. Je größer der Widerstand des Sekundärleiters und damit dessen Dämpfung, desto geringer wird die Intensität der in ihm erregten Schwingungen.

An den Betrachtungen dieses Paragraphen ändert sich nichts wesentliches, wenn die induzierenden Schwingungen im Primärkreise gedämpft sind. Die erzwungenen Schwingungen im Sekundärsystem sind dann auch gedämpfte.

298. Resonanztheorie bei sehr loser Koppelung, allgemeine Lösung. Die partikuläre Lösung der Differentialgleichung gibt die eintretende Schwingungserscheinung im Sekundärkreis noch nicht vollständig wieder. Die Theorie der Differentialgleichungen lehrt, daß man die vollständige Lösung der Differentialgleichung aber sehr leicht erhalten kann, sobald man eine partikuläre Lösung gefunden hat. Man braucht nämlich zu dieser nur die allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung hinzuzuaddieren, die man aus der ursprünglichen dadurch erhält, daß man das die Homogenität störende (sogenannte „zweite“) Glied gleich Null setzt.[1]) Dadurch

1) Hat man zwei Lösungen V_1 und V_2 der Differentialgleichung (3) gefunden, setzt jeden Wert in dieselbe ein und subtrahiert die gewonnenen

wird aber unsere Differentialgleichung identisch mit der in § 276 behandelten; sie wird zu der Gleichung der Eigenschwingung des Sekundärsystems. Wir erhalten also die allgemeine Lösung unserer Differentialgleichung (2), indem wir zu der partikulären Lösung (10) hinzufügen die dortige allgemeine Lösung der homogenen Gleichung. Es wird demnach die allgemeine Lösung:

$$(14) \qquad V = \frac{A}{\varrho}\cos(\omega t - \psi) + e^{-\frac{w}{2L}t}(B_1 \cos \omega_0 t + B_2 \sin \omega_0 t).$$

Dies bedeutet, daß der Sekundärkreis außer der erzwungenen Schwingung von der Periode der erregenden Schwingung auch noch Eigenschwingungen ausführt. In welcher Weise, das hängt auch von den verfügbaren Konstanten B_1 und B_2 ab, die durch die Anfangsbedingungen des Sekundärsystems bestimmt sind. Da den letzteren durch geeignete Wahl der Konstanten B_1 und B_2 völlig genügeleistet werden kann, so ist die Lösung (14) wirklich die vollständige Lösung. Nimmt man an, daß in dem Moment, wo die Primärschwingung einzuwirken beginnt, das Sekundärsystem in elektrischem Ruhezustand ist, so muß für $t = 0$ sowohl $V = 0$, als auch $\frac{dV}{dt} = 0$ sein. Daraus erhält man, indem man in (14) $t = 0$ setzt, die Bedingungsgleichungen:

$$0 = \frac{A}{\varrho}\cos\psi + B_1$$

$$0 = \frac{\omega A}{\varrho}\sin\psi + B_2\omega_0 - \frac{wB_1}{2L}$$

oder:

$$(15) \qquad \begin{aligned} B_1 &= -\frac{A}{\varrho}\cos\psi \\ B_2 &= -\frac{A}{\varrho}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\sin\psi + \frac{w}{2L\omega_0}\cos\psi\right). \end{aligned}$$

---

beiden Gleichungen, so erhält man:

$$\frac{d^2(V_1 - V_2)}{dt^2} + \frac{w}{L}\frac{d(V_1 - V_2)}{dt} + \frac{V_1 - V_2}{LC} = 0.$$

Die Differenz zweier Lösungen muß mithin eine Lösung der entsprechenden homogenen Differentialgleichung sein. Fügt man daher zu einer partikulären Lösung Lösungen der homogenen Differentialgleichung, so erhält man neue Lösungen. Die Lösung ist die vollständige, wenn genügend disponible Integrationskonstanten vorhanden sind, um die Anfangsbedingungen erfüllen zu können.

Die Lösung wird besonders einfach, wenn wir für den Sekundärkreis einen kleinen Widerstand vorschreiben und das Verhalten nahe am Resonanzpunkt (ω fast $= \omega_0$) betrachten. Dann wird $\psi = 90^0$ und die Glieder mit w als Faktor sind fortzulassen. Es wird:

$$B_1 = 0$$

$$B_2 = -\frac{A}{\varrho}$$

und daher die Lösung (14) zu:

$$(16) \qquad V = \frac{A}{\varrho}\left(\sin \omega t - e^{-\frac{w}{2L}t} \sin \omega_0 t\right).$$

Dies bedeutet: Der Sekundärkreis führt unter dem Einfluß plötzlich erregter Primärschwingungen der Frequenz ω erzwungene Schwingungen derselben Frequenz aus; gleichzeitig aber lagern sich Eigenschwingungen darüber, welche indessen bald abklingen, und zwar um so stärker gedämpft sind, je größer der Widerstand des Sekundärsystems ist. Da ω nahe gleich ω_0 angenommen war, so wird die Übereinanderlagerung der beiden Schwingungen Schwebungen erzeugen. Die Schwebungen hören mit Absterben der Eigenschwingung auf. Dann führt das Sekundärsystem nur mehr die ihm aufgezwungenen Schwingungen der fremden Periode aus. Es sind dies Erscheinungen, die an mechanischen und akustischen Schwingungen leicht zu beobachten sind und z. B. leicht demonstriert werden können, dadurch daß man einen kleinen mit Wechselstrom betriebenen Elektromagneten eine Stimmgabel von nahezu gleicher und in engen Grenzen variabler Periodenzahl erregen läßt.

299. Der Frequenzmesser. Resonanzkurve und Dämpfung. Der Frequenzmesser ist ein Apparat, welcher die Schwingungszahl eines beliebigen Schwingungskreises innerhalb gewisser Grenzen zu bestimmen erlaubt. Er ist (Fig. 239) ein aus einem Kondensator variabler Kapazität und einer Selbstinduktionsspule bestehender geschlossener Schwingungskreis, dessen Eigenschwingungen schwach gedämpft sind und durch Kondensatorverstellung kontinuierlich und berechenbar in ihrer Periodenzahl geändert werden können. Die Selbstinduktionsspule ist durch Stöpselkontakt herausnehmbar und kann durch

andere ersetzt werden, um dem Instrument andere Meßbereiche zu geben. Sie wird in sehr loser Koppelung dem Einfluß des zu untersuchenden schwingenden Primärkreises ausgesetzt und der Kondensator auf maximales Ansprechen eingestellt. Dazu dient eine Leuchtröhre mit Heliumfüllung oder ein eingeschalteter Hitzdraht, dessen Temperatur durch Widerstandsmessung oder wie in Figur durch ein Luftthermometer bestimmt wird. Trägt man die Stärke des Ansprechens graphisch als Funktion der



Fig. 239.

Kondensatoreinstellung auf, so erhält man eine sog. Resonanzkurve. Aus den Formeln für die Amplitude des Ansprechens folgt, daß die Resonanzkurve bei einwirkender ungedämpfter Schwingung um so flacher verläuft, je größer der Ohmsche Widerstand des Wellenmesserkreises und mit ihm die Dämpfung der Eigenschwingungen desselben ist. Es ist ohne weiteres verständlich, daß dasselbe der Fall ist, wenn die Eigenschwingungen des Wellenmessers ganz oder nahezu ungedämpft sind, dagegen die auf ihn einwirkende Schwingung eine mehr oder weniger gedämpfte ist. Sind beide Schwingungen sehr schwach gedämpft, so ist bei der Einstellung auf volle Resonanz ($\omega = \omega_0$) die Stärke des Ansprechens groß und scharf be-

grenzt, die Resonanzkurve verläuft in diesem Falle sehr steil. Man kann aus der Form der Resonanzkurve also auf die Dämpfung der Schwingungen schließen, dieselbe sogar, wie hier nicht näher ausgeführt werden soll, genau berechnen. Die Berechnung ergibt die Summe der Dämpfungen im Primär- und Sekundärkreis. Die Dämpfung des Frequenzmesserkreises ist, weil er völlig geschlossen ist, aus seiner Kapazität, Selbstinduktion und Widerstand zu berechnen, daher aus der Aufnahme der Resonanzkurve die Dämpfung der erregenden Schwingung zu ermitteln. Fig. 240 zeigt einen gesonderten Drehkondensator mit 24 beweglichen Platten der Firma Dr. E. F. Huth, vorm. Kunsch & Jaeger, Berlin. Seine Maximalkapazität beträgt, wenn er mit Öl gefüllt ist, ca. 400 cm. Anstatt mit variabler Kapazität kann der Frequenzmesser auch mit festen Kondensatoren und dafür veränderlicher Selbstinduktion (Fig. 241) konstruiert werden. In Fig. 242 ist ein Frequenzmesserkreis II variabler Selbstinduktion schematisch dargestellt, der in loser Koppelung einem primären Schwingungskreis ausgesetzt ist. In F befindet sich der Indikator, der die Resonanzschwingungen anzeigt (Funkenstrecke, Leuchtröhre, Hitzdraht). Der Trog T um den Kondensator soll andeuten, daß eine solche Anordnung auch ein bequemes Mittel zur Bestimmung von Dielektrizitätskonstanten bietet, wie wohl ohne weiteren Kommentar verständlich.

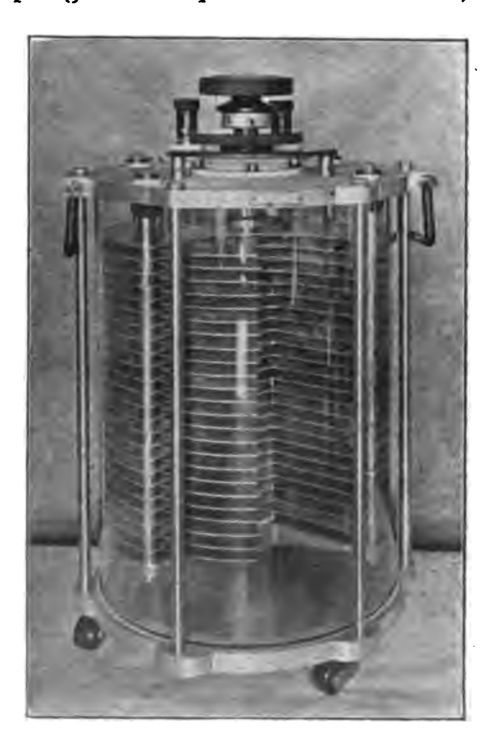


Fig. 240.

Mit dem Wellenmesser kann man in einfacher Weise das

Resultat der bisherigen Resonanztheorie demonstrieren, daß in einem sekundären Schwingungskreis, der sehr lose an einen



Fig. 241.

primären Kreis gekoppelt ist, beim Ansprechen des letzteren zwei Schwingungen, nämlich solche von der Periode der

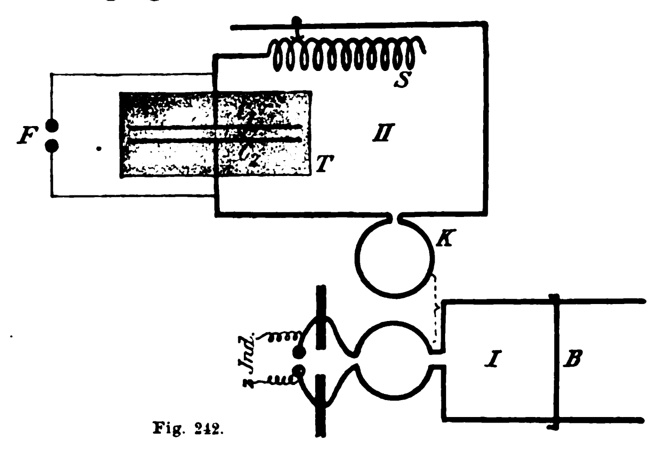


Fig. 242.

primären und solche von der Periode der Eigenschwingungen des Sekundärkreises, entstehen. Man hat den Wellenmesser

dazu nur lose gekoppelt dem Einfluß des Sekundärkreises auszusetzen und den Primärkreis intermittierend (mit Induktor und Funkenstrecke) zu betreiben. Man findet dann in der aufgenommenen Resonanzkurve zwei scharfe Maxima an den Stellen, an denen der Wellenmesser bei selbständigem Schwingen jedes einzelnen der beiden Schwingungskreise maximales Ansprechen zeigt.

300. Feste Koppelung von Primär- und Sekundärkreis. Stoßerregung schwach gedämpfter Schwingungen nach M. Wien. Die bisherigen Betrachtungen gelten nur für sehr schwache Koppelung zwischen erregendem und erregtem Schwingungskreis. Koppelt man zwei Schwingungskreise gleicher Eigenperiodenzahl fest miteinander, so werden die Verhältnisse komplizierter. Statt einer einzigen Eigenschwingung führt dann jeder der Kreise deren zwei aus, eine mit größerer und eine mit kleinerer Periodenzahl. Die Differenz der Periodenzahlen der beiden Schwingungen ist um so größer, je fester die Koppelung ist. Das Vorhandensein der zwei Schwingungen in jedem der beiden Schwingungskreise, welches sich mit dem Wellenmesser direkt nachweisen läßt, gibt zu Schwebungen Veranlassung, welche umso schneller aufeinander folgen, je größer der Koppelungsgrad ist. Die Amplitude der Schwingungen schwankt also in jedem der gekoppelten Kreise zwischen einem Maximum und einem Minimum, und zwar in der Weise, daß, wie es das Energieprinzip verlangen muß, im einen Schwingungskreis die Amplitude gerade ihr Maximum hat, wenn sie im anderen Kreise gerade Null ist. Wird der eine Kondensatorkreis durch einen Funken angeregt, so ist nach Verlauf einiger Schwingungen die Amplitude fast auf Null gesunken, und die gesamte Energie der Schwingungen auf den fest gekoppelten Sekundärkreis übergegangen. Von diesem Moment an wiederholt sich der Vorgang im umgekehrten Sinne infolge der Rückwirkung des sekundären auf den primären Kreis, und dies nimmt solange mit abklingender Amplitude seinen Fortgang, bis die Schwingungsenergie durch Ausstrahlung oder Wärmeerzeugung dem System entzogen und die Schwingungsamplitude beider Kreise durch Dämpfung auf Null herabgesunken ist. Dies

Verhalten ist in der oberen Hälfte der Fig. 243 graphisch dargestellt.

Daß das primäre System, obgleich die Schwingungen in ihm durch die Energieabgabe an den Sekundärkreis einmal erstorben sind, trotzdem durch die Rückwirkung des Sekundärkreises wieder angeregt wird, hat seine Ursache in einer besonderen Eigentümlichkeit des Entladungsfunkens. Obwohl der Strom und damit der Funke erloschen ist, behält infolge der Erhitzung die Funkenstrecke ihr Leitungsvermögen noch bei, und es ist der Primärkreis darum noch eine Weile als ein geschlossener anzusehen. Wäre dies nicht der Fall, sondern verschwände die Leitung in der Funkenstrecke momentan, so würde

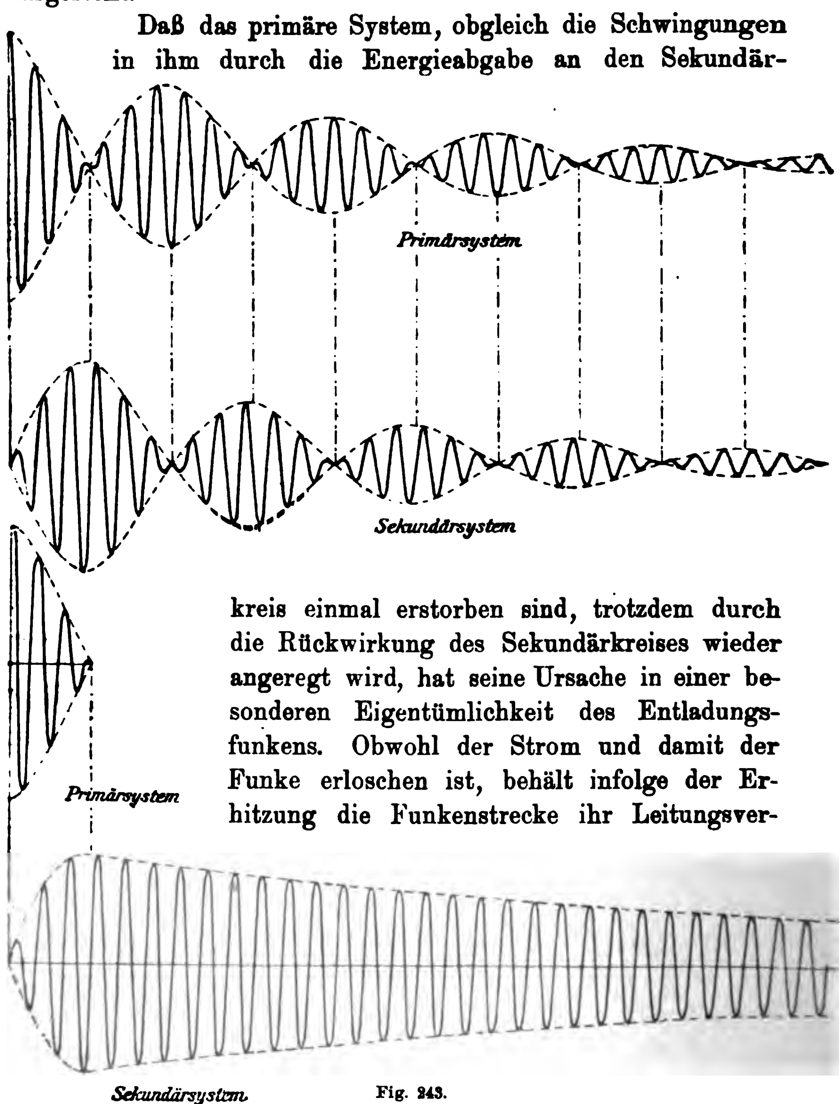


Fig. 243.

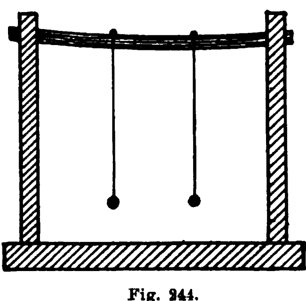
der Sekundärkreis nicht mehr auf den primären induzierend rückwirken können, weil der Primärkreis nicht mehr geschlossen ist, und der Vorgang würde dann sich so abspielen, wie es die untere Hälfte der Fig. 243 darstellt. Nach einigen wenigen Schwingungen, nach umso weniger, je stärker gekoppelt ist, ist die Energie ganz auf das Sekundärsystem übergegangen, und dieses, so durch Stoß angeregt, muß, da jede Koppelung mit dem Primärsystem wegen der fehlenden leitenden Überbrückung der Funkenstrecke desselben aufgehört hat, von jetzt ab in seiner Eigenperiode ausklingen. Ist der Sekundärkreis hierbei ein geschlossener Kondensatorkreis von geringem Ohmschem Widerstand, so führt er Schwingungen von außerordentlich geringer Dämpfung aus. Diese überaus interessante Methode der Stoßerregung sehr schwach gedämpfter Schwingungen in sehr starker Koppelung ist von M. Wien angegeben worden. (Ann. d. Phys. **25**, 625, 1908; Jahrb. f. drahtl. Telegr. **1**, 234, 1907). Sie bildet zur Zeit die aussichtsreichste Methode der drahtlosen Telegraphie. (Siehe Graf Arco: Das neue Telefunkensystem. Zwei Abhandlungen in Elektrotechn. Zeitschr. XXX. Jahrg. 1909. Heft 23 und 24, p. 535, 561.)

Um der Funkenstrecke die hierfür nötige Eigenschaft zu geben, ihre Leitfähigkeit sofort bei Erlöschen einer Schwingung zu verlieren, muß man für eine kräftige Kühlung derselben Sorge tragen. Dies geschieht dadurch, daß man den Elektrodenabstand sehr klein wählt, und als Elektroden Platten aus gut wärmeleitendem Material (Kupfer) in gut wärmeleitendem Gas (Wasserstoff) nimmt. Statt eines Funkens benutzt man zweckmäßig deren mehrere in Serie, d. h. eine unterteilte Funkenstrecke. In jedem Teilfunken tritt dann nur ein Bruchteil der Energie des Gesamtfunkens und damit eine geringere Erwärmung auf. Den Funken nennt man wegen seiner besonderen Eigenschaft Lösch- oder auch Abreißfunken.

Zu bemerken ist noch, daß die Wiensche Erregung nicht eigentlich eine Stoßerregung ist, indem der Funke in praxi nicht gleich nach einer Schwingung erlischt, sondern der Primärkreis z. B. bei einem Koppelungskoeffizienten $K = 0{,}16$ (Koppelung 16 Prozent) noch etwa 6 Halbschwingungen vor dem Abreißen des Funkens ausführt. Es ist also die Erregung

immer noch das Resultat mehrerer Schwingungen, und daher auch noch Resonanzwirkung zu beobachten und gute Abstimmung der beiden stark gekoppelten Kreise erforderlich. Mit einer Bogenlampe an Stelle der Löschfunkenstrecke soll nach Angabe von Graf Arco bei großem Primärkondensator das Abreißen bereits nach zwei Halbschwingungen erzwungen werden können.

Der große Vorzug des Löschfunkens beruht nach obigen Auseinandersetzungen in Folgendem: Will man im Sekundärsystem eine bestimmte Schwingung erzeugen, so muß man bei gewöhnlicher Funkenstrecke im Primärsystem sehr lose koppeln. Dann wird aber nur ein sehr geringer Teil der Energie des Primärkreises für das Sekundärsystem ausgenutzt. Koppelt man, um mehr Energie in das letztere zu treiben, stark, so erhält man keine einfache Schwingung, sondern in jedem System deren zwei. Beide sind, da die Energie fortwährend zwischen Primär- und Sekundärkreis ausgetauscht wird, wegen des Funkenwiderstandes im ersteren, relativ stark gedämpft. Wird ein Löschfunke verwandt, so kann man außerordentlich stark koppeln, so daß fast die gesamte Primärenergie im Laufe weniger Schwingungen in den Sekundärkreis strömt. Sobald dies geschehen, koppelt sich der Primärkreis wegen der Kühlung der erloschenen Funkenstrecke automatisch los, und der Sekundärkreis vollführt nur noch seine wegen Abwesenheit jeden Funkens sehr wenig gedämpften Eigenschwingungen mit der ganzen ihm zugeführten Energie.


Fig. 244.

Zur Demonstration der Erscheinungen bei fester Koppelung zweier Schwingungssysteme durch ein mechanisches Analogon dienen die Oberbeckschen Pendel, zwei Fadenpendel gleicher Schwingungsdauer, welche beide an einem quergespannten Gummischlauch aufgehängt sind (Fig. 244). Letzterer bildet die Koppelung. Läßt man das eine Pendel schwingen, so kommt es bald zur Ruhe, indem fast seine ganze Schwingungsenergie auf das andere Pendel übergeht. Dann aber spielt sich der Vorgang rückwärts weiter ab, das erste Pendel erhält seine

ursprüngliche Amplitude fast völlig wieder, während das zweite zur Ruhe kommt. So geht es fort, die Pendel führen sich gegenseitig abwechselnd Energie zu und entziehen sie sich wieder, bis sie durch Energieverlust nach außen allmählich beide zur Ruhe gelangen. Hält man von dem Moment an, wo das erste Pendel zum ersten Male zur Ruhe gekommen ist, dasselbe fest, so schwingt das zweite Pendel ungestört in seiner schwach gedämpften Eigenschwingung weiter. Dies wäre das Analogon zur Wienschen Stoßerregung.

C) Wellenförmige Ausbreitung der elektrischen Schwingungen längs Drähten.

301. Fortpflanzung der elektrischen Schwingungen längs Drähten. Denken wir uns (Fig. 245) an den schwingenden Entladungskreis I eines Kondensators, etwa an die Belegungen

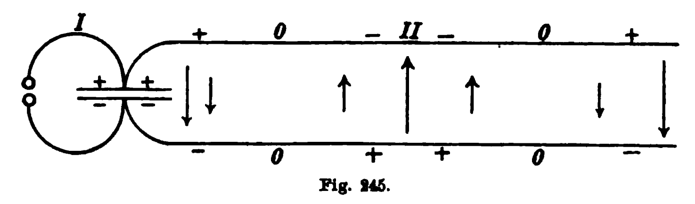


Fig. 245.

desselben, in einem gegebenen Moment ein sekundäres System II aus zwei parallel zueinander ausgespannten Drähten angelegt, die bis ins Unendliche reichen mögen, so werden infolge der Leitung in den Drähten dieselben die elektrischen Schwingungen mit ausführen. Würde die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektrischen Störung längs der Drähte unendlich groß sein, so würden die Drähte in ihrer ganzen Länge die Schwingungen momentan mitmachen, und es würde das elektrische Feld in jedem Augenblick überall im Zwischenraum zwischen den Drähten gleiche Richtung und Größe haben. Braucht die Störung dagegen zu ihrer Fortpflanzung Zeit, so wird das elektrische Feld zwar an jeder Stelle zwischen den Drähten auch dieselben Schwingungen ausführen, aber überall mit einer gewissen Verspätung, mit einer Phasenverschiebung, welche um so größer ist, je weiter die betreffende Stelle vom Kondensator entfernt ist. Greifen wir aus der Schwingung z. B. einen Zeit-

moment heraus, wo der Kondensator gerade die maximale Potentialdifferenz bei positiver oberer Platte besitzt, so wird zwischen den Drähten in unmittelbarer Nachbarschaft desselben auch das Feld von oben nach unten gerichtet sein und gerade den maximalen Betrag haben. An einer Stelle OO wird zwischen den Drähten das elektrische Feld gerade die Stärke haben, die es am Drahtanfang eine viertel Periode vorher hatte, d. h. es wird gerade Null sein, und die Drähte werden dort ungeladen erscheinen. Um eine gleiche Strecke weiter wird gerade der Zustand herrschen, der am Drahtanfang eine halbe Periode vorher war. Dort wird also das Feld gerade seinen entgegengesetzt maximalen Wert haben, z. B. von unten nach oben gerichtet sein, und es wird an dieser Stelle der obere Draht negativ, der untere positiv geladen erscheinen u. s. f. Wir kommen bei weiterem Fortschreiten zwischen den Drähten abwechselnd an Stellen, in welchen — im gleichen Zeitmoment betrachtet — das elektrische Feld entgegengesetzte Richtung hat. Zeichnet man längs der Drähte eine Kurve, welche an jeder Stelle die Intensität des elektrischen Feldes angibt, so ist diese Kurve eine Sinuskurve, wenn die Schwingung des Kondensators zeitlich einen rein sinusförmigen Verlauf hat. Ein Bild von der wellenförmigen Fortpflanzung der Schwingung erhält man, wenn man diese Kurve in der Fortpflanzungsrichtung längs der Drähte entlang gleiten läßt.

302. Wellenlänge. Bezeichnet man mit v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle im Draht, so heißt dies, daß in einer Sekunde die Welle sich um v cm weiterbewegt hat. In dieser Zeit hat die Schwingung die n Perioden ausgeführt, welche durch ihre Schwingungszahl n gegeben sind. Die Wellenlänge λ der Schwingung ist die Wegstrecke, um welche sie sich in der Zeit einer Schwingung ausgebreitet hat. Sie ist gleich dem Abstand zweier aufeinanderfolgender positiver oder negativer Maxima des Potentials auf dem Drahte. Die Größen v, n, λ sind durch die Beziehung verbunden:

$$v = n\lambda.$$

303. Analogie mit elastischen Wellen. Die Ausbreitung der elektrischen Welle längs der Drähte kann man in

weitgehender Weise mit Beispielen aus der Mechanik vergleichen. Wird an einer Stimmgabel, welche Schwingungen einer bestimmten Frequenz ausführt, ein ausgespannter sehr langer Faden befestigt, so haben wir ein mechanisches Analogon zu dem im vorletzten Paragraphen behandelten Fall. Es werden sukzessive immer entferntere Punkte des Fadens von der Schwingung ergriffen, und es bildet sich daher auf ihm ein fortlaufender Wellenzug aus, der sich mit einer gewissen Geschwindigkeit von der Stimmgabel fort ausbreitet, und den man deutlich verfolgen kann, noch deutlicher, wenn man den Versuch im größeren Maßstab mit einem langen Seil anstellt, dessen Ende man in weiter ausholende schwingende Bewegung bringt. Die Analogie läßt sich aber noch wesentlich weiter verfolgen. Macht man die Drähte im elektrischen, das Seil im mechanischen Versuch nicht unendlich lang, sondern nur von begrenzter Länge, so daß die Wellen am anderen Ende noch anlangen und sich nicht vorher verlaufen haben, so tritt in beiden Versuchen eine Reflexion der Wellen am Ende ein, und man hat in beiden Versuchen zwei Fälle zu unterscheiden. Entweder Seil und Drähte endigen frei, oder das Seil ist an einer Wand befestigt, welchem Fall im elektrischen Versuch die Anordnung entsprechen würde, daß die Enden der beiden Drähte je an einer sehr großen, unendlich gut leitenden Metallplatte befestigt werden. Sehen wir zunächst, welches die Vorgänge im mechanischen Fall sind. Ist das Seilende festgebunden, so sucht die ankommende Welle dasselbe in schwingende Bewegung zu versetzen. Weil es aber fest ist, so bleibt es dauernd in Ruhe, und man kann dies als davon herrührend ansehen, daß die feste Wand dem Endpunkte des Seils eine Schwingung aufzwingt, die der ankommenden an Periode und Stärke gleich ist, aber gegen sie eine zeitliche Verzögerung um eine halbe Periode hat. Diese Schwingung, die die ankommende im festen Ende dauernd vernichtet, sendet die Wand in das Seil als Welle zurück, es erfolgt an dem festen Ende demnach eine Reflexion der Welle, die so von statten geht, daß die transversale Welle gewissermaßen herumgeworfen, ein Wellenberg als Wellental reflektiert wird und umgekehrt. In ähnlicher Weise kann man sich klar machen, daß auch ein nichtbefestigtes Seilende den Wellenzug zurück-

wirft. Da hier das Ende aber frei beweglich, findet nicht der Umschlag statt, es wird am freien Ende vielmehr ein Wellenberg als Wellenberg und ein Wellental als Wellental zurückgeworfen. In gleicher Weise findet auch eine Reflexion der elektrischen Welle am Drahtende statt und zwar mit oder ohne Zeichenumkehr des elektrischen Feldes, je nachdem der Draht in einer leitenden Platte (fest) endigt oder frei.

Nachdem die Welle das Seil bzw. den Draht rückwärts durchlaufen hat, gelangt sie an den anderen Endpunkt. Dieser ist in beiden Fällen als fest anzusehen; denn das Seil wird gehalten bzw. der Faden ist an der Stimmgabel befestigt, und die Drähte endigen an den Belegungen des Kondensators. Die Welle wird hier also mit Zeichenumkehr reflektiert. Im allgemeinen werden nun bei beliebiger Länge von Faden bzw. Draht die mehrfach reflektierten Wellen und die vom Oszillator (Stimmgabel, Kondensator) dauernd weiter neu hinzukommenden Wellen einander stören. Nur in einer Reihe von besonderen Fällen werden sie nicht nur nicht sich stören, sondern miteinander wirkend sich gegenseitig verstärken. Dies wird immer dann der Fall sein, wenn alle reflektierten und die neu vom Oszillator hinzukommenden Wellenzüge gleichgerichtete Elongationen in jedem Augenblick erzeugen, d. h. in Phase sind. Dazu sind gewisse Längen des Wellenleiters erforderlich, die natürlich davon abhängen, ob er fest oder frei endigt.

304. Bildung stehender Wellen. Resonanz. Nehmen wir den ersten Fall und besprechen wieder zuerst den mechanischen. Der Oszillator, d. i. die Stimmgabel sende einen Impuls, einen Wellenberg aus. Dieser pflanzt sich durch den Faden bis ans Ende fort, erleidet dort Umwerfung, kehrt darauf als Tal an den Anfang zurück, um nach einer erneuten Umwerfung als Berg wieder zu enteilen. Sendet jetzt in diesem Moment, also nachdem der Impuls die Fadenlänge zweimal durchlaufen hat, die Stimmgabel auch wieder einen Wellenberg aus, so müssen sich beide Berge gemeinsam fortpflanzen und sich überall in ihrer Wirkung addieren. Dies wird eintreffen, wenn nach zweimaliger Durchlaufung des Fadens der Oszillator die nächste Schwingung beginnt, d. h. also, wenn die Schwingungs-

dauer des Oszillators gerade die Zeit ist, welche die Welle zu zweimaliger Durchlaufung des Fadens benötigt. Der Fall der Phasengleichheit der direkten und zweimal reflektierten Wellen tritt aber, wie leicht ersichtlich, auch jedesmal dann ein, wenn nach zweimaliger Durchlaufung des Fadens seitens der Welle der Oszillator nicht eine, sondern zwei, drei, vier u. s. f. ganze Schwingungen ausgeführt hat. In allen diesen Fällen muß gegenseitige Verstärkung der direkten und reflektierten Wellen eintreten, und der Faden darum in kräftige Schwingungen geraten. Die Fig. 246 zeigt den Schwingungszustand des beiderseits festen Fadens in den einzelnen Fällen. Der Faden führt die

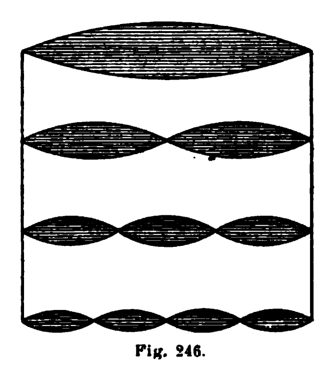


Fig. 246.

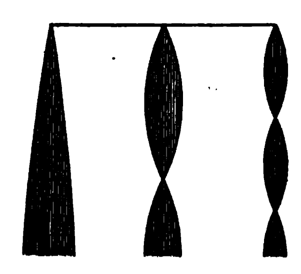


Fig. 247.

unter dem Namen „stehende Schwingungen" bekannten Oszillationen aus, die sich dadurch auszeichnen, daß es Stellen gibt, die sog. Knoten, die dauernd in Ruhe bleiben. Im ersten Fall sind nur die Endpunkte des Fadens Knoten der Schwingung, die Welle braucht die Zeit einer Periode, um den Faden einmal hin und her zu durchlaufen, der Faden ist halbe Wellenlänge. Im zweiten Fall befindet sich noch ein Knoten in der Mitte, der Faden ist ganze Wellenlänge usf.

Ist das Ende des Fadens frei (zur Demonstration kann hier ein Faden kaum mehr dienen, sondern man kann nur ein Seil oder besser noch eine dünne biegsame Gerte aus spanischem Rohr nehmen), so erleidet die Welle an ihm keine Umwerfung, und es muß daher ein hineingesandter Wellenberg viermal die Länge durchlaufen, ehe er wieder als Wellenberg neu ausgeht. Die Bedingung für Verstärkung der direkten und reflektierten Wellen wird dadurch etwas modifiziert. Fig. 247

zeigt die stehenden Schwingungen bei einerseits freiem Ende, das Seil schwingt als $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$ usf. Wellenlänge und hat am freien Ende einen sog. Bauch der Schwingung, am festen Ende einen Knoten.

Wir sehen somit, daß der Faden nur in besonderen Fällen in lebhaftes Mitschwingen gerät. Man sagt dann, er sei in Resonanz zu der erregenden Schwingung. Befinden sich auf ihm keine weiteren Knoten als die am jeweils befestigten Ende, so sagt man, er sei in Grundschwingung begriffen. Sind ein, zwei usf. Knoten außerdem vorhanden, so ist die Schwingung die sog. erste, zweite usf. Oberschwingung. Der beiderseits befestigte Faden schwingt in Grundschwingung als halbe, der einerseits feste als viertel Wellenlänge. Diese Betrachtungen, die wir hier nur in gedrängter Kürze anstellen konnten und bezüglich derer auf Lehrbücher der Akustik verwiesen werden muß, sind ohne weiteres auf unseren elektrischen Fall zu übertragen. Längs der an den schwingenden Kondensatorkreis angeschlossenen Drähte werden nur in besonderen Fällen intensive stehende elektrische Schwingungen auftreten können, nämlich dann, wenn die Länge der Drähte gerade so ist, daß Resonanz eintritt. Endigen die Drähte frei, so ist am Ende ein Bauch der elektrischen Schwingung, das elektrische Feld zwischen den Drähten weist dort maximale Schwankungen auf. Endigen die Drähte in sehr großen Metallplatten, werden sie z. B. mit den Belegungen eines Kondensators von sehr großer Kapazität verbunden, so ist an diesem (festen) Ende jede Feldschwankung unterdrückt, es ist also dort ein Knoten der elektrischen Schwingung. Das Drahtsystem kann in Grundschwingung oder erster, zweiter usf. Oberschwingung auf die erzwingende Schwingung des Kondensatorkreises resonieren. In letzteren Fällen treten Knoten auch zwischen den Drahtenden auf. Figg. 246 und 247 geben auch für diese Schwingungen das zutreffende Bild.

Wir haben hiermit das angeschlossene Drahtsystem als ein Gebilde kennen gelernt, welches Eigenschwingungen besitzt, denn sonst könnte von einer Resonanz keine Rede sein, und haben gleichzeitig die innere Ursache dieser Eigenschwingungen in der Ausbreitung der elektrischen Strömung und ihrer Re-

flexion erkannt. In der Tat ist ja auch das Drahtsystem ein Leiter, der Kapazität und Selbstinduktion besitzt, daher ein schwingungsfähiges Gebilde, dessen Eigenperiode sich durch eine der Thomsonschen Theorie der Kondensatorschwingungen analoge theoretische Betrachtung berechnen lassen muß. Die Theorie ergibt in der Tat auch hier unter gewissen Vereinfachungen für die Periode der Schwingung des Drahtsystems die Thomsonsche Formel

$$T = 2\pi \sqrt{LC}.$$

Indessen sind hier L und C für den Draht nicht so einfach zu berechnen, wie früher, indem man hier, wie schon bei der Sekundärspule des Teslatransformators in § 295, nicht mehr mit sog. quasistationären Strömen zu tun hat, bei welchen die Stromstärke an jeder Stelle des Drahtes die gleiche ist, vielmehr treten hier auf der ganzen Länge des Drahtes von Stelle zu Stelle zeitlich veränderliche Ladungen auf, und die Stromstärke variiert daher mit. Die Kapazität liegt auch nicht an einer bestimmten Stelle, sondern ist über die ganze Länge des Drahtes verteilt.

305. Messung der Wellenlänge und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Fährt man mit einer Leuchtröhre an dem in stehender elektrischer Schwingung befindlichen Draht entlang, so findet man abwechselnd Leuchten derselben (in den Bäuchen) und Erlöschen (in den Knoten). Auf diese Weise kann man den Abstand zweier benachbarter Knoten als $\frac{\lambda}{2}$ bestimmen. Um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu ermitteln, muß man noch die Schwingungszahl n kennen. J. Trowbridge und W. Duane[1]) haben mit einem äußerst schnell rotierenden Spiegel den Entladungsfunken eines kleinen Kondensators nach Art von Feddersen auflösen und noch Schwingungsdauern von einem Zwanzigmilliontel einer Sekunde messen können. Der zu einer Schwingungsdauer von zwei Zehnmilliontel Sekunde gehörige Abstand zweier Knoten war rund $28\frac{1}{2}$ m, also die Wellenlänge 57 m.

1) Phil. Mag. **40**, 211, 1895.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ergibt sich daraus:

$$v = n\lambda = 5 \cdot 10^6 \cdot 5700 \frac{\text{cm}}{\text{sek}} = \text{rund } 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sek}}.$$

Sie hat also die gleiche Größe, wie sie das Verhältnis der elektromagnetischen zur elektrostatischen Stromeinheit besitzt, die Größe der Lichtgeschwindigkeit.

306. Andere Erregungsart des Drahtsystems. Koppelung. Die Verbindung des sekundären Drahtsystems mit dem primären Kondensatorkreis war in den bisherigen Versuchen eine direkte und hatte den Nachteil, daß sich auf die Drähte außer den Schwingungsvorgängen auch die langsamen Ladungsprozesse übermitteln, welche man zum Zwecke der Kondensatorladung vornimmt. Es werden solche Versuche meist so angestellt, daß man die Kondensatorbelegungen an die Pole eines Funkeninduktors legt. Damit würden dann gleichzeitig die Drähte die langsamen Ladungsstöße des Induktors empfangen, und abgesehen davon, daß man aus den Drähten empfindliche Schläge bekommen kann, hat dies eben den Nachteil, daß sich stets diese gewissermaßen statischen Erscheinungen über die eigentlichen Schwingungserscheinungen lagern und diese letzteren ganz verdecken können. Man wird hiervon frei, wenn man statt eines Kondensators deren zwei, z. B. Leidener Flaschen, in Serienschaltung nimmt und die Verbindung mit Induktor und sekundärem Drahtsystem in der durch Fig. 248

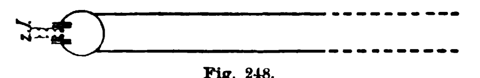


Fig. 248.

gekennzeichneten Weise vornimmt. Man kann jetzt an den Stellen, wo die elektrische Schwingung auf den Drähten Knoten hat, ruhig die beiden Drähte mit Metallbügeln überbrücken, ohne die elektrischen Erscheinungen zu stören. Bei der vorherigen Anordnung würde man dadurch die Ladung des Kondensators durch den Induktor verhindert haben, weil er ja durch die Brücke für die langsamen Ladungsvorgänge kurzgeschlossen ist. Ferner kann man, um am Ende der Drähte einen Knoten zu erzwingen, dieselben dort überbrücken. Leitende Überbrückung hat den gleichen Einfluß wie die Verbindung

der Enden mit einem unendlich großen Kondensator, es wird das elektrische Feld, die Spannungsdifferenz der Drähte dadurch auf Null herabgedrückt. Diese Schaltung ist für schnellere Schwingungen von Lecher angegeben worden. Die Verbindung, oder wie man auch zu sagen pflegt, Koppelung zwischen Primär- und Sekundärsystem ist noch die direkte. Fig 249 zeigt ein ganz ähnliches Arrangement, nur ist die direkte Berührung der zwei Systeme fortgefallen, und statt dessen eine Schwingungsübertragung durch elektromagnetische Induktion getreten.

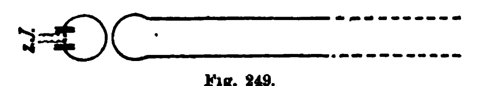


Fig. 249.

Die Ströme der Schwingungen im Primärsystem durchfließen eine Spule, welche auf eine nahe befindliche, in den Sekundärdrähten auslaufende induzierend wirkt. Je nach der Größe der gegenseitigen Induktion der Spulen ist die Koppelung eine starke oder schwache. Die Erscheinungen, welche bei starker Koppelung sich zeigen, sind kompliziert durch die Rückwirkung der sekundären auf die primären Schwingungen und die Veränderungen, welche die letzteren dadurch erleiden. Wir werden daher, wo nichts anderes bemerkt ist, stets eine schwache oder lose Koppelung voraussetzen. Auch die direkte Koppelung kann natürlich je nach der Wahl der Anlegestellen der Sekundärdrähte fest oder lose sein.

307. Sehr schnelle elektrische Schwingungen. Die ersten Versuche von H. Hertz. Die Wellen, welche durch die Fortpflanzung der Schwingungen von Leidener Flaschen längs Drähten auf diesen zu erzeugen sind, haben eine Länge, welche für Laboratoriumsmessungen unbequem groß ist. Nachdem v. Bezold Beobachtungen gemacht hatte, welche für die Existenz schnellerer Schwingungen in kurzen Leitern sprachen, hat H. Hertz eine Reihe denkwürdiger Untersuchungen angestellt, durch welche äußerst rapide elektrische Schwankungen erzeugt, und deren schwingungsartiger Verlauf bewiesen wurde. Diese Untersuchungen von Hertz bildeten die Grundlage zu seinen epochemachenden Entdeckungen, welche ihnen bald darauf folgten. Um die Schwingungen schneller zu machen, hat man

Kapazität und Selbstinduktion des Systems zu verkleinern. Dementsprechend nahm Hertz als schwingendes System nicht mehr einen Kondensator, sondern nur Metallkugeln oder quadratische Metallbleche, welche je mit einem dicken geraden Draht verbunden wurden. Zwischen den mit Kugeln versehenen Enden dieser Drähte sprang der die Schwingungen auslösende Funke eines Induktoriums über.

Die Schwingungen dieses Hertzschen Erregers sind wesentlich schnellere, als die mit Leidener Flaschen zu erzeugenden, sie haben natürlich eine umso größere Frequenz, je kleiner man die sich entladenden Konduktoren wählt. Gleichzeitig büßen aber die Schwingungen sehr an Intensität ein, weil die auf den Erregerhälften aufgespeicherten elektrischen Ladungen immer geringere werden. Der Widerstand des Funkens nimmt auch um so mehr zu, je weniger Elektrizität durch ihn entladen wird, und deshalb werden die Schwingungen immer mehr und mehr gedämpft. Ein offener Drahtkreis, sog. Resonator, dem Einfluß des Hertzerregers ausgesetzt (Fig. 250) gerät in Resonanzschwingungen, wenn seine Länge gleich der halben Wellenlänge der erzwingenden Schwingung ist. Der Resonator schwingt dann stehend als $\frac{\lambda}{2}$, wie ein in der Mitte eingeklemmter Stab. An seinen Enden befindet sich der Bauch der Potentialschwankungen, in seiner Mitte ein Knoten. Zum Nachweis seiner Schwingungen dienen Fünkchen oder eine an seine Enden gelegte kleine Leuchtröhre, am besten eine solche mit Heliumfüllung und Alkalimetallelektrode.

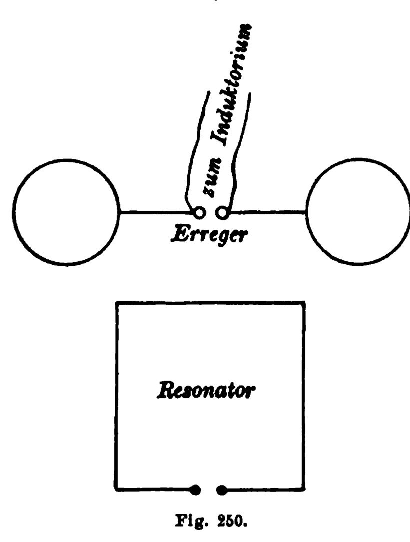


Fig. 250.

308. Elektrische und magnetische Kraft um den Hertzschen Erreger nahe demselben. Die Schwingungen im Resonator waren in den bisherigen Versuchen als elektro-

magnetisch induziert betrachtet, indem den ringförmig um den Erregerdraht verlaufenden magnetischen Induktionslinien Gelegenheit gegeben wurde, das Drahtrechteck zu schneiden. Außer den magnetischen Induktionslinien verlaufen vom Erreger aus aber auch elektrische in die Umgebung, und zwar verlaufen diese im Bogen von einer Kugel bzw. Platte zur anderen. Diese Streuung elektrischer Kraftlinien findet beim Kondensator nicht statt und bildet ein wesentliches unterscheidendes Merkmal des offenen Hertzschen Erregers im Gegensatz zu dem geschlossenen Kondensatorkreis.

Auch die gestreute elektrische Kraft ist nicht ohne Wirkung auf den Resonator. Zwischen zwei Punkten, die der gleichen elektrischen Induktionslinie angehören, besteht eine elektrische Potentialdifferenz. Hält man einen gestreckten Leiter mit seiner Längsrichtung in die elektrische Induktionslinie, so sucht sich die Potentialdifferenz auszugleichen, und ist der Leiter durch eine kleine Funkenstrecke unterbrochen, so gibt sich dieser Ausgleich durch einen Funken kund. Da durch die Primärschwingungen die Potentialdifferenz fortwährend neu erregt wird, so wird in einem in die Richtung des elektrischen Feldes gehaltenen, unterbrochenen Leiter ein kontinuierlicher Funkenstrom auftreten. Die im Resonator in den besprochenen Versuchen auftretenden Fünkchen werden ihre Entstehung daher im allgemeinen magnetischer Induktion und elektrischer Influenz verdanken. Beide Ursachen sind bei verschiedenenen Lagen des Resonators in verschiedenem Grade vorhanden und können sich verstärken und schwächen. Die drei ausgezeichneten Lagen des Resonators sind folgende:

1. Steht der Resonator mit seiner vertikal gehaltenen Ebene senkrecht auf den Drähten des horizontalen Erregers, so findet keinerlei Erregung, weder magnetische noch elektrische statt.
2. Ist der Resonator mit seiner Ebene parallel den Erregerplatten und mit dem Mittelpunkt seiner Fläche in einer Horizontalebene mit den Erregerdrähten, so wird er von keinen magnetischen Induktionslinien geschnitten, sondern nur elektrisch erregt. Bei einer ganzen Drehung des Resonators in seiner eigenen (vertikalen) Ebene ver-

schwindet das Funkenspiel zweimal. Die Verbindungslinie der dabei stattfindenden Lagen der Funkenstrecke ist horizontal, parallel zur Richtung der Erregerdrähte.

3. Die letzte unter den drei ausgezeichneten Lagen des Resonators bildet die Lage in Fig. 250. Der horizontale Resonator senkrecht zu den Erregerplatten. Hier findet elektrische und magnetische Erregung statt.

Die magnetischen Induktionslinien bilden vertikale Kreise um den horizontalen Draht des Erregers. Sie schneiden die Fläche des Sekundärleiters in gleicher Weise, wie er auch in seiner Ebene gedreht sein mag. Daher ist die von ihnen induzierte e. m. K. auch die gleiche. Die elektrischen Induktionslinien gehen in horizontalem Bogen von einer Platte des Erregers zur anderen und wirken erregend nur auf die dem Erreger parallelen Seiten des Resonators, in der einen gleich-, in der anderen entgegengerichtet der magnetischen Erregung. Befindet sich die Funkenstrecke in einer der senkrecht zum Erreger stehenden Seiten, so findet darum ein Funkenspiel in ihr nur unter dem alleinigen Einfluß der elektromagnetischen Erregung statt.

Die gegebene Darstellung bezieht sich nur auf kleine Entfernungen des Resonators vom Erreger, nämlich nur für Stellen, wo die direkte elektrische Einwirkung durch die vom Erreger ausgehenden elektrischen Induktionslinien von beträchtlicher Größe ist. (Siehe § 316).

309. Abhängigkeit der elektrischen und magnetischen Kraft von der Entfernung vom Erreger. Der Hertzsche Erreger im geladenen Zustand verhält sich in Bezug auf die Fernwirkung auf Punkte seiner Symmetrielinie wie ein horizontal liegender Magnetstab in II. Hauptlage (§ 83). In Entfernungen, welche groß gegen seine eigenen Dimensionen sind, ist die Intensität des elektrischen Feldes daher gegeben als

$$\mathfrak{E} = \frac{2M}{r^3},$$

wo M das elektrische Moment ist, d. h. das Produkt aus Ladung einer Platte multipliziert mit dem Abstand der Punkte, in welchen die Ladungen konzentriert gedacht werden können. Diese Punkte

sind bei Verwendung von Kugeln statt Platten deren Mittelpunkte.

Die elektrische Feldintensität nimmt also mit der dritten Potenz der Entfernung ab.

Die magnetische Feldintensität ist, wie in § 164 für einen stromführenden Draht gezeigt wurde, der Entfernung selbst umgekehrt proportional.

Das elektrische Feld verschwindet demnach sehr viel schneller bei Entfernung vom Erreger als das magnetische.

310. Das Lechersche Drahtsystem. Wird einem Hertzschen Erreger, wie es Fig. 251 skizziert, ein gleiches Plattenpaar gegenübergestellt, an das letztere ein sekundäres

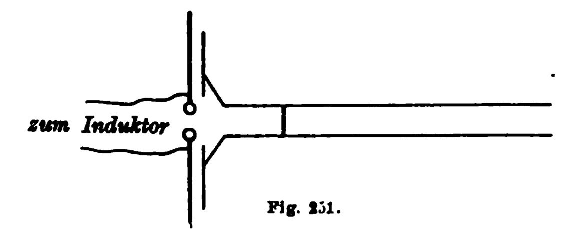
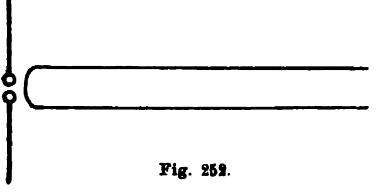


Fig. 251.

System parallelgespannter Drähte befestigt, das an einer Stelle leitend überbrückt wird, so haben wir damit das von E. Lecher für Erzeugung intensiver Drahtwellen vorgeschlagene System gewonnen. Es ist die gleiche wie die in Fig. 248 bereits gezeichnete Anordnung. Das Primärsystem besteht aus den beiden durch die Metallplattenpaare gebildeten Luftkondensatoren, aus der Funkenstrecke und den Sekundärdrähten bis zur Brücke, diese miteingeschlossen. Diese Teile werden von der primären Kondensatorentladung durchflossen und sind mit den von den Enden der Brücke aus weitergehenden Paralleldrähten direkt gekoppelt. Wie stark, das hängt von der Lage und der Länge der Brücke (Abstand der Paralleldrähte) ab; offenbar um so loser, je weiter die Brücke vom Kondensator entfernt, und je kürzer sie ist; denn dann wird die Länge, an deren Enden gekoppelt ist, prozentisch immer kleiner im Verhältnis zur Länge des primären Entladungskreises. Die Schwingung des geschlossenen primären Kreises ist, solange die Brücke nicht weit vom Kondensator entfernt ist (siehe nächsten Paragraph), homogen d. h. von einer

bestimmten Periode T wie die einer Kondensatorschwingung, und deshalb kann auch das Paralleldrahtsystem hinter der Brücke nur in homogener Schwingung der Periode T erregt werden; je nach seiner Länge wird es seine Grund- oder Oberschwingungen ausführen, und zwar je nachdem es am Ende überbrückt ist oder nicht, als $\frac{\lambda}{2}, \frac{2\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}$, usf. oder als $\frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}$ usf. schwingen können.

Wie man hieraus sieht, wird jedenfalls der Hertzsche Erreger als solcher durch die Gegenüberstellung der Platten völlig verändert. Nicht so, wenn man diese Platten sehr klein macht und in größerer Entfernung dem Erreger gegenüberstellt. Ziemlich rein durch den Hertzschen Erreger als solchen kann man das Paralleldrahtsystem erregen, indem man es, wie Fig. 252 andeutet, induktiv in sehr schwache Koppelung mit ihm bringt. Nähert man das sekundäre Drahtsystem einem schwingenden Kondensatorkreis so wie in Fig. 249 in § 306, so hat man einen der Lecheranordnung (Fig. 251) sehr ähnlichen Fall. Wenn man in der letzteren die Brücke, die dem Primär- und Sekundärsystem angehört, durch zwei unmittelbar benachbarte ersetzt und zwischen beiden die Paralleldrähte durchschneidet, so sind beide Anordnungen die gleichen. Das Lechersystem wird in seiner Wirkung dadurch kaum gestört, nur wegen des Fehlens der direkten Koppelung der Sekundärkreis etwas schwächer erregt.


Fig. 252.

Endigen die Drähte des Lechersystems frei, so ist an den Enden ein Bauch der stehenden elektrischen Schwingung. Eine über die Drahtenden gelegte Entladungsröhre leuchtet, wenn das Sekundärsystem in Resonanz ist, und je nach der Art der Resonanzschwingung werden mehr oder weniger Knoten der elektrischen Schwingung sich längs der Drähte zeigen, die an diesen Stellen mit Drahtstücken überbrückt werden können, ohne daß die Schwingung gestört wird. Eine Vakuumröhre, welche man längs der Drähte entlangführt, erlischt an den Knotenstellen und leuchtet hell an den Bäuchen der Schwingung. Berechnet man aus den Dimensionen des Erregers dessen Peri-

odenzahl n, so findet man das Produkt aus n und der Wellenlänge (doppeltem Knotenabstand) gleich der Lichtgeschwindigkeit. Die Drahtwellen pflanzen sich also mit Lichtgeschwindigkeit längs der Drähte fort. Diese Berechnung ist zuerst von H. Hertz ausgeführt worden.

311. Oberschwingungen elektrisch schwingender Systeme. Ein größerer Kondensator, der durch eine Spule oder einen ausgespannten Draht entladen wird, schwingt in homogener Schwingung, deren Periode durch die in § 276 behandelte Thomsonsche Theorie gegeben ist zu $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Ist dagegen die Kapazität des Kondensators nicht groß im Verhältnis zu der Länge des Schließungskreises, so gilt diese Formel nicht mehr, weil die Strömung nicht mehr eine quasistationäre ist, sondern freie Ladungen auf dem Schließungsdraht auftreten. Die Theorie für diesen Fall hat Kirchhoff gegeben (Ges. Abhandl. p. 131 ff., siehe auch Drude, Physik des Äthers p. 374 ff.). Es zeigt sich, daß jetzt die Schwingung des Systems nicht mehr eine einfache sinusförmige ist, sondern sich zusammensetzt aus einer Grundschwingung und einer Reihe von Oberschwingungen. Diese letztere ist im allgemeinen nicht harmonisch. Sie wird dagegen zur harmonischen Reihe mit ungeraden Gliedern, wenn die Kapazität des Erregers klein in bezug auf seine Länge wird. Diese Bedingung erfüllt der Erreger, wenn er ein sog. gestreckter ist, d. h. nur aus einem gestreckten Draht besteht, der in der Mitte durch eine Funkenstrecke unterbrochen ist. Ein Erreger dieser Form sendet außer der Grundschwingung die ganze Reihe aller ungeraden harmonischen Oberschwingungen aus. Er hat in der Mitte am Funken immer einen Knoten, an den freien Enden Bäuche der Schwingung und ist in seinen Schwingungsmöglichkeiten einem in der Mitte eingeklemmten dünnen Stabe zu vergleichen. Werden aber an seinen Enden Kapazitäten, etwa Bleche oder Kugeln, angehängt, so daß er die Form des ursprünglichen Hertzerregers annimmt, so werden die Oberschwingungen zu unharmonischen, wie sie auch der eingeklemmte dünne Stab zeigt, wenn seine Enden belastet werden. In Bezug auf theoretische und experimentelle Untersuchungen hierüber sei insbesondere auf die Arbeiten von M. Abraham, P. Drude,

M. Lamotte, F. Kiebitz (Ann. d. Phys. **5**, 872, 1901, dort auch die anderen Literaturangaben) verwiesen.

Ein an einen Hertzschen Erreger gekoppeltes sekundäres Drahtsystem ist also im allgemeinen auf dessen Grund- und Oberschwingungen in Resonanz zu bringen, und umgekehrt kann eine bestimmte erregende Schwingung ein aus Kapazität und Drahtlänge bestehendes Resonanzsystem je nach den vorliegenden Bedingungen in der Grund- oder einer Oberschwingung ansprechen lassen. Ist der Resonator ein einfacher gestreckter Draht, so kann er außer in seiner Grundschwingung $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ auch in allen ungeradzahligen Oberschwingungen $\left(3\frac{\lambda}{2}, 5\frac{\lambda}{2}\text{ usf.}\right)$ erregt werden.

312. Multiple Resonanz. Ein geradliniger Hertzscher Erreger führt nach dem Vorigen außer seiner Grundschwingung auch die ungeraden Oberschwingungen aus. Auf jede derselben resoniert ein Drahtkreis von bestimmter Länge, so daß man also mit einer größeren Anzahl verschiedener Sekundärleiter die Resonanzerscheinung wahrnehmen kann. Es ist auf diese Weise gelungen, eine recht große Anzahl von Oberschwingungen, mit Sicherheit deren acht (Kiebitz), nachzuweisen. Die Folge davon ist, daß wenn man in sehr loser Koppelung ein aus zwei langen parallelen Drähten bestehendes Sekundärsystem dem Einfluß eines Hertzschen Erregers aussendet, dasselbe in einen komplizierten Schwingungszustand geraten wird, indem sich auf ihm eine größere Reihe stehender Wellensysteme ausbildet, deren Knoten im allgemeinen an verschiedenen Stellen liegen. Dies geschieht in analoger Weise, wie etwa von einem langen zylindrischen Luftrohr oder einer gespannten Saite aus einem zusammengesetzten Klang durch Resonanz eine größere Reihe von Schwingungen herausgesucht werden, nämlich alle diejenigen, die Eigenschwingungen des Resonators sind. Wie bei der Saite durch leises Berühren derselben an einem Punkte alle die Schwingungen vernichtet werden, die an dieser Stelle keinen Knoten haben, und man auf diese Weise einfachere Töne (beim Anstreichen Flageolettöne) erzielen kann, so kann man auch am elektrisch schwingenden Drahtsystem durch Auflegen einer Brücke über die Parallel-

drähte alle Schwingungen abtöten, welche dort keinen Knoten haben.

Alle Schwingungen eines geradlinigen Hertzschen Erregers sind durch den großen Funkenwiderstand sowie durch Strahlung (§ 322, 328) kräftig gedämpft. Die Resonanz im Sekundärsystem ist deshalb keine sehr bestimmte, und es sind daher die Knoten keine sehr scharfen. Die Resonanzkurve erscheint abgeflacht, d. h. ein Resonator spricht auch noch in mit seiner Maximalamplitude vergleichbarer Stärke an, wenn man seine Länge und damit seine Eigenperiode etwas ändert.

Nach den Erörterungen in diesem Paragraphen erklärt sich leicht die folgende, zuerst von Sarasin und De la Rive angestellte Beobachtung. Untersucht man mit Hilfe eines geschlossenen Hertzschen Resonatorkreises den Schwingungszustand eines dem Hertzerreger lose gekoppelten Paralleldrahtsystems, indem man den Resonator darüber entlang führt, so findet man abwechselnd Knoten und Bäuche einer stehenden Schwingung. Die Lage derselben wird durch Veränderung der Erregerdimensionen nicht beeinflußt, nur die Stärke der Resonanzerscheinung verändert sich. Die Lage der Knoten und Bäuche hängt dagegen ab von der Länge des Resonatorkreises, und man kann durch sehr verschiedene Resonatoren eine fast beliebige Anzahl verschiedener Knoten auf dem Drahtsystem feststellen. Es ist dies ein Beweis, daß das Paralleldrahtsystem eine große Zahl stehender Schwingungen ausführt, unter welchen der Resonator auf diejenige anspricht, deren Periode mit seiner wohldefinierten Eigenperiode übereinstimmt. Man hat dieser Erscheinung den Namen multiple Resonanz gegeben.

313. Die elektrische und die magnetische Kraft um stehende Drahtwellen. Betrachten wir die stehende Grundschwingung eines Hertzschen Resonators. An den an der Funkenstrecke befindlichen Enden desselben finden die größten Potentialschwankungen statt, d. h. die Schwingung der elektrischen Kraft hat dort ihren Maximalwert. Der Funkenstrecke gegenüber, in der Mitte des Resonators, finden gar keine Potentialschwankungen statt. Die stehende elektrische Schwingung hat dort den Knoten der elektrischen Kraft. Durch den Knoten-

punkt hindurch geschieht aber der Ausgleich der Ladungen; die Stromstärke hat dort die größten Schwankungen ihres Wertes, während dieselbe an den offenen Enden Null ist. Mit der Stromstärke verbunden ist das durch den Strom erzeugte magnetische Feld. Dasselbe hat also am Knotenpunkt der elektrischen Schwingung seine stärksten Schwankungen. Knotenpunkt der elektrischen Schwingung fällt zusammen mit einem Bauch der magnetischen Schwingung. Dasselbe gilt, wie man leicht einsehen kann, auch wenn ein Drahtsystem mehrere Wellenlängen in stehender Schwingung enthält, wie das Lechersche Drahtsystem. Man kann das Lechersystem mit oder ohne Brücken ja einfach ansehen als eine Aneinanderreihung mehrerer Hertzscher Resonatoren, welche sämtlich als halbe Wellenlänge schwingen. Die magnetischen Felder der beiden Drähte verstärken sich in deren Zwischenraum. Das resultierende Feld steht senkrecht auf der durch beide Drähte gebildeten Ebene. Man kann die Existenz des magnetischen Feldes mit einem parallel der Ebene der Drähte gehaltenen Resonator nachweisen. Da das elektrische Feld in der Ebene der Drähte senkrecht zu denselben gerichtet ist, stehen elektrisches und magnetisches Feld senkrecht aufeinander. Wenn das eine Null ist, ist das andere gerade im Maximum, sie schwingen also mit einer Phasendifferenz $\frac{\pi}{2}$.

Der Schwingungszustand des am Ende offenen Lecherschen Systems ist in vieler Hinsicht ähnlich dem einer gedackten Pfeife. Die Potentialschwankungen entsprechen den Druckschwankungen, die Stromschwankungen den Luftströmungen. In der stehend schwingenden Luftsäule der Pfeife fallen die maximalen Druckschwankungen mit den Knoten der Bewegung zusammen, wie im Lechersystem die Bäuche der Potentialschwingungen mit den Knoten der Stromschwingungen zusammenfallen.

314. Aronssche Röhre. Eine anschauliche Form, die elektrischen Vorgänge im Lechersystem zu demonstrieren, bietet die Aronssche Röhre: ein langes bis zu einigen mm Druck ausgepumptes Rohr, in welchem die beiden Drähte ausgespannt sind. Finden elektrische Schwingungen statt, so gehen an Stellen, wo sich Bäuche der elektrischen Kraft befinden, leuchtende Gasentladungen

zwischen den Drähten über, während die Knotenstellen dunkel bleiben. Nach einem Vorschlag von Coolidge kann man die Drähte auch in der freien Atmosphäre zum Leuchten bringen, wenn man sie äußerst fein wählt.

315. Dynamobolometer von Paalzow-Rubens. In mehr quantitativer Weise erlaubt das Dynamobolometer, die Schwingungen im Lecherschen Drahtsystem zu verfolgen. Man schiebt auf die freien Enden des Drahtsystems bzw. auf Stellen, wo sich ein Bauch der elektrischen Kraft befindet, zwei kleine Glasröhrchen f, f, um welche eine kleine Drahtschleife außen gewickelt ist (Rubenssche Fläschchen). Diese Röhrchen wirken als kleine Leidener Flaschen. Auf den Drahtschleifen werden durch die Schwingungen Ladungen influenziert. Diese Ladungen werden durch eine Leitung nach dem Bolometerdraht, einem ausgespannten sehr feinen Eisendraht geführt, durch welchen hindurch sie sich ausgleichen, ihn dabei erwärmend. Der Bolometerdraht befindet sich in einer empfindlichen Wheatstoneschen Brückenanordnung, deren Gleichgewicht durch die Erwärmung gestört wird. Um von Störungen durch äußere Temperaturschwankungen frei zu sein, ist der Vergleichswiderstand im symmetrischen Zweige der Brückenanordnung ein genau gleicher Eisendraht. Damit ferner die schnellen Wechselströme der Schwingungen nicht in den übrigen Apparat gelangen, sondern nur den Eisendraht durchfließen, ist letzterer wieder in Form einer

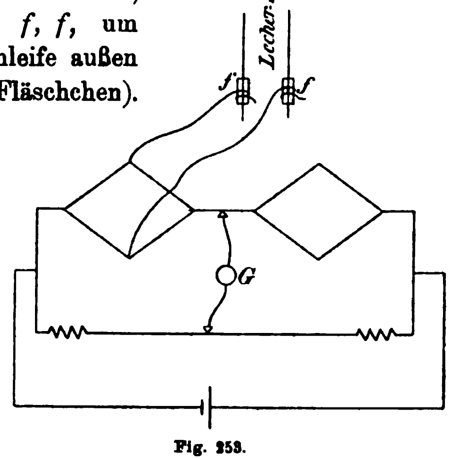


Fig. 253.

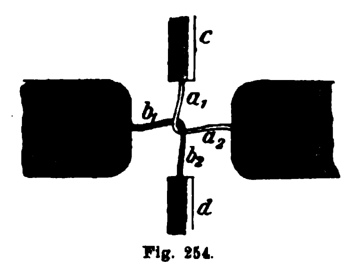


Fig. 254.

Wheatstoneschen Brücke angeordnet. Die Leitung zu den Rubensschen Fläschchen wird an äquipotentiellen Punkten angelegt (Fig. 253).

An Stelle des Dynamobolometers kann auch ein aus zwei feinen Drähten (Eisen und Konstantan) hergestelltes Thermoelement in der Form von Fig. 254 zum Wellennachweis und quantitativen Messungen benutzt werden. Die Wellen bei *A* und *B* in das Element geleitet, erhitzen dasselbe. An *c* und *d* wird ein empfindliches Galvanometer angelegt.

D) Wellenförmige Ausbreitung der elektrischen Schwingungen im freien Raum.

316. Das elektromagnetische Feld um einen Hertzschen Erreger. Unsere bisherigen Betrachtungen über die Kräfte in der Nähe eines Hertzschen Erregers sind nicht ausreichend, sondern bedürfen der Erweiterung. Wir hatten in § 308 die elektrische und die magnetische Kraft nahe dem Erreger untersucht und sie als allein und unmittelbar von der direkten Wirkung der Ladungen und Ströme im Erreger herrührend angesehen, so als ob sie in jedem Augenblick durch den jeweiligen Zustand des Erregers bestimmt wären. Dies trifft in der Nähe des Erregers auch ungefähr zu, wenn derselbe von großen Dimensionen ist und daher langsame Schwingungen ausführt. Dann nimmt, so wie in § 309 gesagt ist, die elektrische Feldintensität mit der dritten, die magnetische mit der ersten Potenz der Entfernung ab, und beide berechnen sich aus dem Coulombschen bzw. Biot-Savartschen Gesetz für jeden Moment aus den in diesem Moment vorhandenen Ladungen bzw. aus dem gerade fließenden Strom des Erregers. Dies ist aber nicht mehr richtig, sobald der Erreger gegen die betrachteten Entfernungen klein dimensioniert ist und sehr schnelle Schwingungen ausführt. Dann erreichen die Verschiebungsströme im Isolator namhafte Werte und dürfen in ihrer elektrischen und magnetischen Wirkung nicht mehr wie bisher vernachlässigt werden. Sehr nahe dem Erreger werden die direkten Wirkungen allerdings vorwiegen, die der Verschiebungsströme weniger ins Gewicht fallen. Darum haben die bisherigen Betrachtungen für die unmittelbare Umgebung noch

angenähert Gültigkeit. In größerer Entfernung aber ist das elektrische Feld des Erregers, da es mit der dritten Potenz abnimmt, äußerst klein, und es bleiben nur noch die mit der ersten Potenz der Entfernung abnehmenden magnetischen Feldschwankungen von bemerkbarer Größe. Die magnetischen Verschiebungsströme bleiben aber elektrisch nicht ohne Einfluß. Wie in § 167 auseinandergesetzt, erzeugen sie um sich herum durch Induktion ringförmige elektrische Kraftlinien, und da dieses ringförmig geschlossene elektrische Feld fortdauernd in der Periode der Oszillatorschwingungen seine Stärke ändert, so induzieren die so entstehenden elektrischen Verschiebungsströme wieder ringförmig geschlossene magnetische Kraftlinien usf. Diese periodischen Kraftoszillationen müssen sich nun mit einer endlichen Geschwindigkeit vom Erreger fort in den Raum ausbreiten, und da ihre Existenz offenbar jedem von ihnen erfüllten Raum einen Energiegehalt gibt, so ist daraus zu schließen, daß ein Hertzscher Erreger dauernd Energie in den Raum hinein ausstrahlt. Aus den Maxwellschen Grundgleichungen des elektromagnetischen Feldes ist theoretisch zu folgern, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit der periodischen Impulse elektrischer und magnetischer Kraft denselben Zahlenwert hat, wie der Geschwindigkeitsfaktor, welcher im Verhältnis des elektromagnetischen zum elektrostatischen Maßsystem eine so große Rolle hat, d. h. also den Wert der Lichtgeschwindigkeit. Die in den folgenden Paragraphen zu besprechenden Versuche beweisen die Richtigkeit dieser Folgerung und damit der Annahmen, aus welchen sie hervorgegangen ist.

317. Das elektromagnetische Feld nahe dem Hertzschen Erreger. Das Verhalten der elektrischen und magnetischen Kraft um einen linearen Erreger unter Berücksichtigung der im vorigen Paragraphen besprochenen Dinge hat Hertz selbst unter der Annahme eines linearen, ungedämpft schwingenden Oszillators theoretisch untersucht. Es sei hier nur kurz das Hauptergebnis an einigen von Hertz herrührenden Zeichnungen erörtert. Die ersten drei Figuren (Fig. 255 bis Fig. 257) zeigen, wie der Erreger vom Nullzustand der Ladung ausgehend, im Laufe einer viertel Periode die maximale Ladung erhält, und

wie dabei die elektrischen Kraftlinien in dem ihn umgebenden Raum verlaufen. In Fig. 258 und 259 verliert er im Laufe eines weiteren Periodenviertels seine Ladung wieder; aber anstatt daß

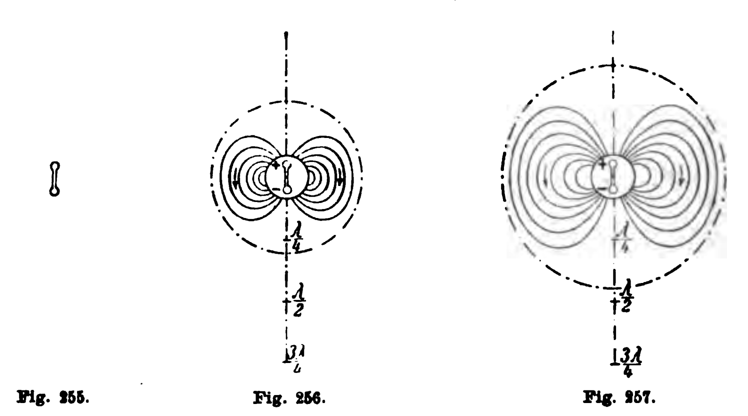


Fig. 255. Fig. 256. Fig. 257.

die Kraftlinien in der Umgebung wieder verschwinden, fängt in Fig. 258 bereits eine Einschnürung an, die in Fig. 259 bereits zu einer vollständigen Abschnürung geworden ist, so daß hier bereits sich ein ringförmig geschlossenes elektrisches Kraftliniensystem

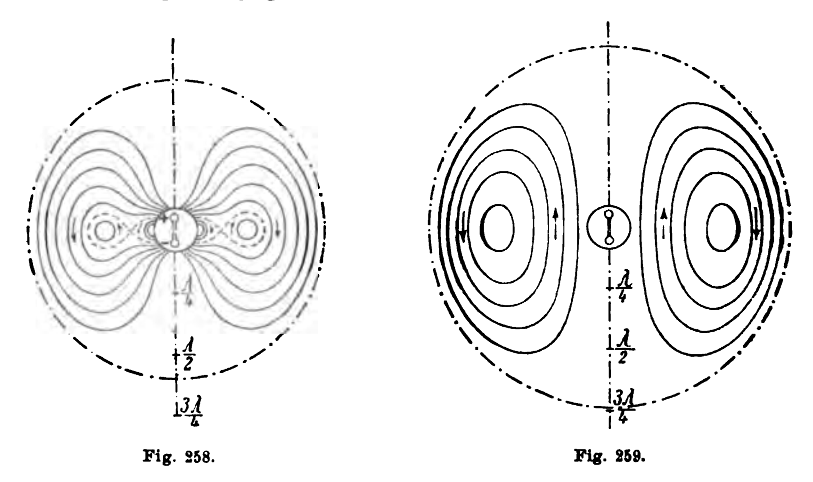


Fig. 258. Fig. 259.

abgesondert hat, das im weiteren Verlaufe vom Erreger fort in den Raum ausstrahlt und dort allein die elektromagnetischen Kräfte bedingt. Der Energieinhalt dieses Kraftwirbels geht dem Hertzschen Erreger als Strahlungsenergie verloren.

318. Die elektromagnetischen Wellen in größerer Entfernung vom Erreger. Während das Feld in der Nähe des Erregers nach dem Vorigen rechte Kompliziertheit aufweist, ist das Verhalten in größerer Entfernung wesentlich leichter zu verfolgen. Die direkte elektrische Wirkung des Erregers ist fortgefallen, und wir haben nur mehr rein elektromagnetische Wechselwirkungen im Isolator vor uns. Diese Wechselwirkungen haben wir uns etwa folgendermaßen vorzustellen: Wir mögen uns in der äquatorialen Zone eines linearen Erregers in großer Entfernung von demselben befinden. Die abgeschnürten geschlossenen Kraftlinienschleifen wandern durch unsern Standort mit Lichtgeschwindigkeit hindurch. Die Kraftlinien des elektrischen Feldes seien senkrecht zur Ebene der Zeichnung. In vom Erreger gleich weit entfernten Punkten, welche also bei großer Erregerentfernung innerhalb eines kleinen Bereiches auf einer Geraden liegen werden, hat die elektrische Strömung im Dielektrikum in jedem Augenblick den gleichen Wert. Die Welle ist in großer Entfernung vom Erreger eine sog. ebene Welle. In den sieben Punkten der Fig. 260 mögen solche

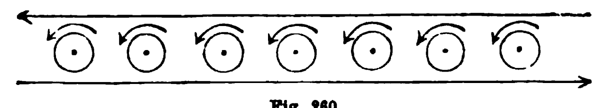


Fig. 260.

Strömungslinien die Zeichnungsebene durchsetzen, und im betrachteten Moment sei die elektrische Strömung gerade von hinten nach vorn gerichtet. Der Strom längs jeder Linie erzeugt kreisförmig um sich magnetische Verschiebungen, welche sich zwischen den Strömen aufheben und oberhalb und unterhalb zu einer senkrecht zu den Strömen gerichteten Resultierenden zusammensetzen. Oberhalb und unterhalb der Schicht elektrischer Ströme liegt daher je eine Schicht magnetischer Induktionslinien. Ein plötzliches Entstehen der Ströme erzeugt daher oberhalb und unterhalb magnetische Verschiebungen. Die Entstehung dieser magnetischen Verschiebungen erzeugt ihrerseits wieder durch Induktion im Dielektrikum eine elektrische Verschiebung, welche unterhalb am Ort der Ströme denselben entgegengesetzt ist, sie also vernichtet, dafür aber oberhalb dieselbe Richtung hat wie die ersten Ströme. Dieser Vorgang hat den Effekt, daß die

elektrische Strömung am ursprünglichen Ort verschwunden, dafür aber weiter nach oben gelangt ist, sich also im Raume fortgepflanzt hat. Es ist hieraus ersichtlich, daß die Fortpflanzung ein elektromagnetischer Vorgang ist, bei welchem das elektrische Feld senkrecht zum magnetischen Feld und beide Felder senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung sind.

Wenn nun eine elektrische Störung Zeit braucht, um sich durch den Raum fortzupflanzen, so muß ein periodischer elektromagnetischer Vorgang, wie der eines Hertzschen Erregers, eine wellenförmige Ausbreitung zeigen. Den Beweis hierfür erbrachte Hertz in seinen zu klassischer Berühmtheit gelangten Versuchen, indem es ihm glückte, durch Reflexion des Wellenzuges an einer ihm senkrecht in den Weg gestellten Metallwand die Bildung stehender elektromagnetischer Wellen im freien Raume zu bewirken (§ 323, 327). Ein Resonator in den Raum zwischen Erreger und Metallwand gebracht, zeigt je nach dem Abstand von der letzteren Maxima oder Minima des Ansprechens.

319. Elektrische und magnetische Kraft um eine stehende elektrische Schwingung im freien Raum. Wie bei einer stehenden Schwingung auf Drähten fallen auch hier

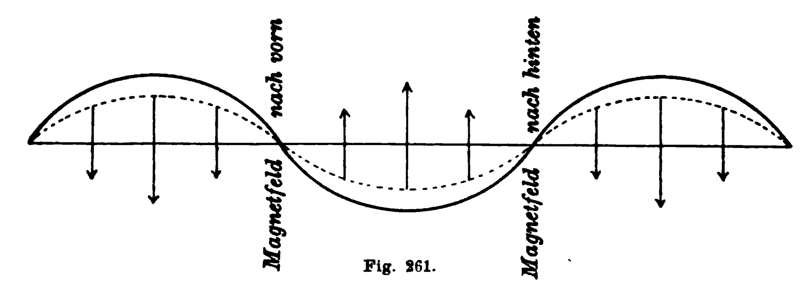


Fig. 261.

Knoten der elektrischen Kraft mit Schwingungsbäuchen der magnetischen Kraft zusammen und umgekehrt. Dies zeigt direkt folgende Überlegung. Die ausgezogene Kurve in Fig. 261 stelle die elektrische Kraft als Funktion des Orts in einem herausgegriffenen Augenblick dar. Der elektrischen Kraft in jedem Augenblick an jeder Stelle proportional ist die elektrische Verschiebung. Stellt die gestrichelte Kurve die Verteilung der elektrischen Kraft und damit der Stärke der Verschiebung einen

kleinen Augenblick später dar, so ist ersichtlich, daß der absolute Betrag der Verschiebung überall abgenommen hat. Dies entspricht an jeder Stelle einem Verschiebungsstrom, welcher in Richtung der Pfeile fließt. Man sieht, daß dabei die Knoten der elektrischen Kraft von Verschiebungsströmen umkreist werden, und zwar immer zwei benachbarte Knoten in entgegengesetztem Sinn, der eine in Uhrzeigerrichtung, der nächste in entgegengesetzter. In dem in Uhrzeigerrichtung umkreisten Knoten der elektrischen Kraft befindet sich ein Maximum der magnetischen Kraft, welche von vorn nach hinten gerichtet ist, im benachbarten Knoten hat die magnetische Kraft ihr nach vorn gerichtetes Maximum. Stellen, wo die elektrische Kraft ihre Maximalschwankungen hat, die Bäuche der elektrischen Schwingung, sind zu beiden Seiten von gleich starken, gleichgerichteten Verschiebungsströmen umgeben, welche sich in ihrer magnetischen Wirkung aufheben. Die magnetische Kraft ist an diesen Stellen dauernd Null, d. h. Bäuche der elektrischen Kraft fallen mit Knoten der magnetischen Kraft zusammen und umgekehrt. Die elektrischen Verschiebungsströme und damit die magnetische Kraft haben zeitlich ihr Maximum, wenn die elektrische Kraft gerade überall Null ist, weil in diesem Moment die Änderung der letzteren am größten ist. Die magnetische Kraft und die elektrische Kraft sind daher bei einer stehenden Welle in ihren Schwingungen um $\frac{1}{4}$ Periode gegeneinander verschoben.

Eine ähnliche Betrachtung zeigt, daß dem nicht so ist bei einer fortschreitenden Schwingung.

320. Elektrische und magnetische Kraft um eine fortschreitende Schwingung im freien Raum. Die Betrachtung ist eine ganz analoge. Stelle wieder die ausgezogene Kurve die elektrische Welle in einem gewissen Augenblick, die gestrichelte Kurve dieselbe um einen kleinen Moment später der, innerhalb dessen sie sich um ein kleines Stück in der Pfeilrichtung fortgepflanzt hat. Wie aus Fig. 262 ersichtlich, hat hier der absolute Wert der elektrischen Kraft und damit die Verschiebung nicht überall ab- oder zugenommen, sondern an einigen Stellen hat Abnahme, an anderen Stellen Zunahme

stattgefunden. Die Verschiebungsströme, welche durch diese Änderungen der Verschiebung bedingt werden, haben an jeder Stelle die durch die gezeichneten Pfeile angegebene Richtung. Man sieht aus der Figur, daß die Verschiebungsströme zwar

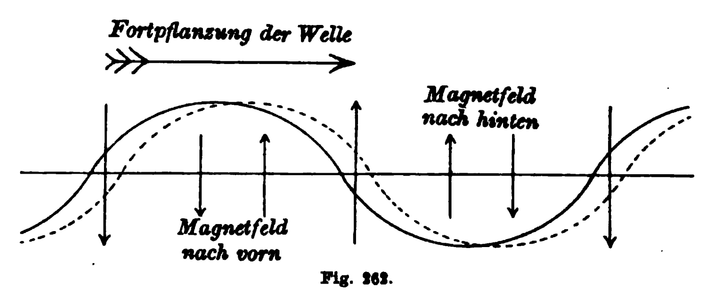
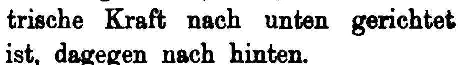
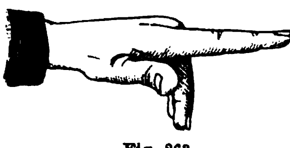


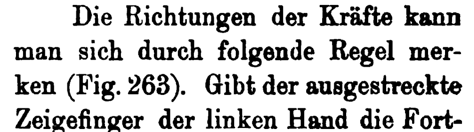
Fig. 262.

an den Stellen, wo die elektrische Kraft gerade durch Null geht, ihre Maximalwerte haben, daß sie aber an diesen Stellen keine magnetische Wirkung ausüben können. Die magnetische Wirkung kann nur an den Stellen sich äußern, welche umkreist werden, und dies sind hauptsächlich gerade die Stellen größter elektrischer Elongation. Also:

Das Maximum der magnetischen Kraft fällt mit dem Maximum der elektrischen Kraft bei einer fortschreitenden Welle zusammen.

Schreitet die Welle von links nach rechts fort, so ist an einer Stelle, wo die elektrische Kraft nach oben gerichtet ist, die magnetische Kraft nach vorn gerichtet, dort, wo die elektrische Kraft nach unten gerichtet

ist, dagegen nach hinten.


Fig. 263.


Die Richtungen der Kräfte kann man sich durch folgende Regel merken (Fig. 263). Gibt der ausgestreckte Zeigefinger der linken Hand die Fortpflanzungsrichtung der Welle, der abgespreizte Daumen die Richtung der elektrischen Kraft an, so weist der angezogene Mittelfinger in die Richtung der magnetischen Kraft.

An einer Stelle im freien Raum, welche von einer fortschreitenden elektrischen Welle durchflogen wird, fallen also Maxima elektrischer und magnetischer Kraft zeitlich zusammen. Dies gilt aber nur für eine reine elektromagnetische Schwingung.

Wir haben früher gesehen, daß in einem Hertzschen Erreger und nahe bei demselben die elektrische Kraft im Maximum ist, wenn die magnetische Kraft Null ist, und umgekehrt, daß also elektrische und magnetische Kraft in Phase um $\frac{\pi}{2}$ verschieden sind. Dies ergibt für die nähere Umgebung des Erregers die komplizierten Verhältnisse, welche dort beschrieben sind.

321. Die Energievorgänge in einer stehenden elektromagnetischen Welle. Greifen wir aus der stehenden Welle ein flaches Volumenelement von 1 ccm Inhalt heraus, das seine Lage in einem Knoten der elektrischen Kraft hat, so ist dort die elektrische Kraft dauernd Null, während die magnetische Kraft einem periodischen Wechsel unterliegt. Ein solches Volumenelement besitzt daher nur magnetische Energie, welche zwischen Null und einem Maximalwert schwankt. Ist $\overleftrightarrow{\mathfrak{H}}_0$ die maximale magnetische Feldstärke in der stehenden Welle, so hat dieser Maximalwert der Energie den Wert $\frac{\mu \overleftrightarrow{\mathfrak{H}}_0^2}{8\pi}$, wenn die Welle in einem Medium der Magnetisierungskonstante μ verläuft. Eine ähnliche Überlegung, wie wir sie bei der Besprechung des Mittelwerts von Wechselströmen in § 235 ausgeführt haben, zeigt, daß das Volumenelement einen gewissen mittleren Betrag magnetischer Energie besitzt, der den Wert $\frac{1}{2}\frac{\mu \overleftrightarrow{\mathfrak{H}}_0^2}{8\pi}$ hat; denn die Energie ist in jedem Moment dem Quadrat der momentanen Feldstärke, im Mittel also dem Mittel aus den Quadraten der Feldstärke proportional. Dieses letztere ist aber dem halben Quadrat der maximalen Feldstärke gleich.

An den Knotenstellen der magnetischen Kraft ist die magnetische Energie dauernd Null, dafür weisen elektrische Feldstärke und Energie ihre maximalen Schwankungen auf. Eine hier gelegene Volumeneinheit besitzt einen mittleren Betrag elektrischer Energie, dessen Größe den Wert $\frac{1}{2}\frac{\varepsilon \overleftrightarrow{\mathfrak{E}}_0^2}{8\pi}$ hat, wenn $\overleftrightarrow{\mathfrak{E}}_0$ die größte elektrische Feldstärke der stehenden Welle ist. An zwischenliegenden Stellen weist der Raum fortwährend einen wechselnden Gehalt an magnetischer und elektrischer Energie auf. Im Knoten

der magnetischen Kraft hat die elektrische Energie gerade ihren Maximalwert, wenn im Knoten der elektrischen Kraft die magnetische Energie Null ist. Der Vorgang in der stehenden Welle ist also der, daß fortwährend an einer Stelle eine Energieart verschwindet oder entsteht, während an den benachbarten, um $\frac{\lambda}{4}$ entfernten Stellen dafür die andere Energieart auftaucht oder geringer wird. Es fließt also in einer stehenden Welle fortwährend Energie zwischen den Knotenstellen hin und her, dabei von der Form elektrischer in die Form magnetischer Energie, bzw. umgekehrt, sich verwandelnd. Die Knoten und Bäuche der stehenden Welle sind Ansammlungsstellen von Energie, und zwischen ihnen findet ein Hin- und Herfließen der Energie statt. Die mittlere Gesamtenergie, die sich an jeder Stelle aus der mittleren elektrischen und der mittleren magnetischen Energie zusammensetzt, ist an jeder Stelle der Welle die gleiche. Es folgt aus der Betrachtung, daß der Maximalbetrag elektrischer Energie im magnetischen Knoten gleich dem Maximalbetrag magnetischer Energie im elektrischen Knoten sein muß, daß also in einer ebenen elektromagnetischen Welle die Beziehung gilt:

$$\frac{\varepsilon}{8\pi}\overleftrightarrow{\mathfrak{E}_0}^2 = \frac{\mu}{8\pi}\overleftrightarrow{\mathfrak{H}_0}^2$$

oder

$$\overleftrightarrow{\mathfrak{H}_0} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,\overleftrightarrow{\mathfrak{E}_0}.$$

Sind $\overleftrightarrow{\mathfrak{E}_0}$ und $\overleftrightarrow{\mathfrak{H}_0}$ die maximalen Feldstärken in den betreffenden Knotenstellen der stehenden Welle, d. h. also die doppelten maximalen Feldstärken $\mathfrak{E}_0$ und $\mathfrak{H}_0$ der ankommenden Welle, aus deren Reflexion die stehende Welle entsteht, so ist die mittlere Energie der Volumeneinheit an jeder Stelle

$$U = \frac{\varepsilon}{8\pi}\cdot\frac{\overleftrightarrow{\mathfrak{E}_0}^2}{2} = \frac{\mu}{8\pi}\,\frac{\overleftrightarrow{\mathfrak{H}_0}^2}{2} = \frac{\varepsilon}{8\pi}\cdot 2\,\mathfrak{E}_0^2 = \frac{\mu}{8\pi}\cdot 2\,\mathfrak{H}_0^2.$$

322. Energievorgänge in einer fortschreitenden elektromagnetischen Welle. Poyntingscher Satz. In einer fortschreitenden ebenen Welle laufen elektrische und magnetische Kraft nach § 320 in Phase miteinander. Die elektromagnetische Gesamtenergie schwankt in einem von der Welle

durchlaufenen Einheitsvolumen zwischen Null und ihrem Maximalwert

$$U_0 = \frac{\varepsilon}{8\pi}\mathfrak{E}_0^2 + \frac{\mu}{8\pi}\mathfrak{H}_0^2 = \frac{\varepsilon}{4\pi}\mathfrak{E}_0^2 = \frac{\mu}{4\pi}\mathfrak{H}_0^2,$$

wenn $\mathfrak{E}_0$ und $\mathfrak{H}_0$ die maximalen Feldstärken in der fortschreitenden Welle sind. Die mittlere Energie jeder Volumeneinheit ist

$$U = \frac{\varepsilon}{8\pi}\mathfrak{E}_0^2 = \frac{\mu}{8\pi}\mathfrak{H}_0^2,$$

sie ist also dem Quadrat der Amplitude jeder der Feldstärken proportional. Der Zustand der Energie pflanzt sich in der Richtung der Welle mit deren Geschwindigkeit fort. Während in der stehenden Welle nur lokale Energieströmungen innerhalb des Wellenlängenbereichs und mit periodischen Richtungsänderungen vor sich gehen, findet in der fortschreitenden Welle ein Energiefluß in der Richtung der Welle statt.

Die Größe des Energieflusses schwankt periodisch mit der Frequenz der Welle. Sie ist leicht für jeden Moment zu berechnen. Wir wollen die Frage beantworten: Wie groß ist der Energiefluß durch die Flächeneinheit an einem Ort der elektromagnetischen Welle, wo elektrische und magnetische Kraft gerade die Werte $\mathfrak{E}_0$ und $\mathfrak{H}_0$ haben? An dieser Stelle ist im Einheitsvolumen die Energie

$$U_0 = \frac{\varepsilon}{4\pi}\mathfrak{E}_0^2 = \frac{\mu}{4\pi}\mathfrak{H}_0^2 = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{4\pi}\mathfrak{E}_0\mathfrak{H}_0.$$

Wenn c die Geschwindigkeit der Welle im leeren Raum (Lichtgeschwindigkeit) ist, so geschieht die Fortpflanzung in dem Medium (ε, μ) mit der Schnelligkeit $\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$. Dies wird in § 339 gezeigt werden; wir wollen aber, um unsere Betrachtung gleich allgemein für ein beliebiges Medium durchführen zu können, dies schon jetzt als bekannt ansehen. Es bewegt sich also in dem herausgegriffenen Zeitmoment die obige Energiemenge mit der Geschwindigkeit $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ durch die Querschnittseinheit der Welle hindurch. Dies entspricht aber einem sekundlichen Energiestrom f durch die Querschnittseinheit von der Stärke

$$f = U_0 v = \frac{c}{4\pi}\mathfrak{E}_0\mathfrak{H}_0.$$

Kennt man auf einer um einen Hertzschen Erreger konstruierten Kugelfläche überall für jeden Moment $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$, so kennt man nach dieser Formel die durch die Kugel vom Erreger pro Zeiteinheit fortströmende Energie, d. i. seine Energiestrahlung. Hertz hat dieselbe für den Fall eines harmonisch schwingenden Erregers, in welchem zwei im Abstand l befindliche entgegengesetzte Ladungen $\pm e_0$ durch eine leitende Verbindung periodisch ihr Vorzeichen austauschen, berechnet. Für die in der Zeit T einer ganzen Periode der Schwingung vom Erreger ausgestrahlte Energie S ergibt sich nach ihm:

$$S = \frac{16}{3} \frac{\pi^4 e_0{}^2 l^2}{\lambda^3}$$

worin $\lambda = cT$ die Wellenlänge der ausgesandten Welle im Vakuum ist.

Befindet sich ein Hertzscher Erreger im Mittelpunkt einer ihn ganz umhüllenden spiegelnden Kugelfläche, so erhält er alle ausgestrahlte Energie zurück. Er wird also nur im ersten Moment Energie ausstrahlen, nämlich soviel als nötig ist, um das Innere der Kugel mit der Energie der direkten und reflektierten Welle zu erfüllen. Sobald dies geschehen ist, würde dem Erreger keine Energie mehr zugeführt werden brauchen, sondern er würde ungedämpft ewig weiterschwingen, und auch der Strahlungszustand innerhalb der Kugel würde dauernd derselbe bleiben, wenn nicht durch Energieverluste infolge von Widerstand im Oszillator und im Spiegel auf Kosten der Schwingung Wärme erzeugt würde. Sind für einen bestimmten Hertzschen Erreger diese Energieverluste sehr gering, so bedarf es nur der Zufuhr sehr geringer äußerer Energiemengen, um ihn und den Raum innerhalb der spiegelnden Kugel zu sehr lebhaften Oszillationen anzuregen. Geschieht die Zufuhr der Energie von außen durch das Auftreffen von elektromagnetischen Wellen, (etwa durch eine Öffnung in der umhüllenden Kugel), so wird der Hertzsche Oszillator zu einem Resonator, der um so stärker zu Resonanzschwingungen erregt wird, je kleiner seine durch Widerstand bedingten Energieverluste sind. Entfernt man aber die ihn umgebende reflektierende Kugelhülle, so verliert er sofort durch Strahlung einen erheblichen nach obiger Formel zu berechnenden Energiebetrag, und die Intensität

seiner Resonanzschwingungen sinkt beträchtlich herab, oder es muß eine größere Energiemenge ihm von außen mitgeteilt werden, um seinen Schwingungszustand aufrecht zu erhalten.

Die oben abgeleitete Formel für den Energiestrom f durch die Querschnittseinheit einer elektromagnetischen Welle ist ein Spezialfall eines allgemeinen, von Poynting aufgestellten Satzes, nach welchem in einem beliebigen elektromagnetischen Feld, in welchem elektrische und magnetische Kraftrichtung einen Winkel α miteinander bilden, der Energiefluß senkrecht zu beiden Kräften gerichtet ist und für die Flächeneinheit den Betrag

$$f = \frac{c}{4\pi} \mathfrak{E} \mathfrak{H} \sin \alpha$$

hat. Im oben besprochenen Fall ist der Winkel $\alpha = 90^0$, der Sinus daher Eins.

323. Reflexion an einer absolut leitenden Wand. Verhalten eines Drahtgitters. Beugung. Trifft eine ebene Welle senkrecht auf eine widerstandslose Metallwand, so können sich die durch die Welle im Dielektrikum erzeugten elektrischen Spannungen im Metall nicht halten. Die frei bewegliche Elektrizität gibt jeder entstehenden Spannung sofort nach. Wird ein Moment herausgegriffen, in welchem die ankommende Welle an jeder Stelle der Metallwand gerade eine von unten nach oben gerichtete elektrische Kraft hervorrufen würde, so folgt in dem widerstandslosen Leiter die Elektrizität derselben sofort, indem + Elektrizität nach oben, — Elektrizität nach unten fließt, bis das durch diese influenzierte Scheidung im Inneren des Metalls hervorgerufene Feld das der Welle kompensiert. Im Leiter ist das Feld beständig Null, es muß sich dort ein Knoten der Potentialschwankung befinden. Dies geschieht also dadurch, daß sich in jedem Punkte des Metalls eine elektrische Schwingung ausbildet, welche in jedem Moment der ankommenden Schwingung entgegengesetzt ist, d. h. von ihr um π in Phase verschieden ist. Auch diese Schwingung breitet sich von jedem Punkt nach allen Seiten aus und veranlaßt zwei ebene Wellen, deren eine nach vorn, deren andere nach rückwärts gerichtet ist. Hinter der Metallwand überlagern sich daher zwei um 180^0 in Phase verschiedene Wellenzüge, welche

einander aufheben. Die Metallwand schirmt daher die Wirkung einer elektromagnetischen Welle vollkommen ab. Vor der Metallwand ergibt die Übereinanderlagerung der direkten mit der von der Wand ausgesandten Welle eine Bildung stehender Wellen.

Wie eine Metallwand verhält sich ein Drahtgitter, dessen Drähte parallel dem Erreger, also parallel der Richtung des elektrischen Feldes verlaufen. Es reflektiert eine auftreffende elektrische Welle vollkommen, während es ohne Wirkung ist und die Welle völlig hindurchläßt, wenn es um 90° gedreht wird, so daß die Drähte senkrecht zum elektrischen Feld gerichtet sind. Fällt die Welle unter einem schiefen Einfallswinkel auf die Metallplatte oder das Drahtgitter, so wird sie mit dem gleichen Ausfallswinkel reflektiert.

Die Wirkung eines geneigten Drahtgitters oder ebenso eines Metallspiegels ist also die gleiche wie für Licht- oder akustische Wellen; es gilt das Reflexionsgesetz. Daraus ist zu folgern, daß auch Hohlspiegel die entsprechende Wirkung haben. Wenn sich also ein Erreger im Brennpunkt eines Hohlspiegels befindet, so wird derselbe von einem parallelen Strahlenbündel verlassen.

Nicht immer bildet sich hinter einem für die Wellenbewegung undurchlässigen Schirm ein scharfer „Schatten“ aus. Es ist dafür erforderlich, daß die Länge der Welle klein ist im Verhältnis zu der Größe des Schirmes. Ein kleiner Schirm kann also einen Punkt nicht vor der Einwirkung langer Wellen schützen. Diese Erscheinung der sog. Beugung ist bei allen wellenförmig sich ausbreitenden Bewegungen zu beobachten, bei den Lichtwellen, wie auch bei den akustischen Wellen. Selbst hinter einem größeren Gebäude kann man die langwelligen, tiefen Töne einer vor demselben erzeugten Musik hören, während die hohen Töne abgeschirmt werden.

324. Der Strahlungsdruck. Fällt eine ebene elektromagnetische Welle senkrecht auf eine Metallplatte, so findet nach dem im vorigen Paragraphen Gesagten eine Reflexion und Bildung stehender Wellen statt. Die Reflexion ist eine vollständige, wenn die Metallplatte ein vollkommener Leiter ist. Ist die Leitung aber nicht eine vollkommene, so dringt die

Welle zum Teil in die Platte ein, und dieser Teil wird bei hinreichender Dicke derselben vollständig absorbiert und in Wärme verwandelt. Wir wollen den Fall nehmen, eine ebene Welle falle im Vakuum auf eine absolut leitende Wand und werde völlig von derselben reflektiert. In der Wand und wegen der Stetigkeit der Tangentialkomponenten unmittelbar vor der Wand ist die elektrische Kraft dauernd Null, was eben durch die Superposition der reflektierten Welle über die ankommende erreicht wird. Sind $\mathfrak{E}_0$ und $\mathfrak{H}_0$ die Maximalwerte der Feldintensitäten in der ankommenden Welle, so pendelt die magnetische Kraft in der Grenzschicht Metall-Vakuum zwischen Null und dem positiven und negativen Maximalwert $2\,\mathfrak{H}_0$, die elektrische Kraft eine viertel Wellenlänge vor der Wand zwischen Null und $2\,\mathfrak{E}_0$ in beiden Richtungen. Die magnetischen Feldänderungen erzeugen durch Induktion in der leitenden Wand Ströme, welche sie zu verhindern suchen, und ebenso wie in den in § 268 besprochenen Elihu Thomsonschen Versuchen muß daher auf die Wand eine abstoßende Kraft wirken. Eine Welle übt also auf eine ihr in den Weg gestellte Wand einen Druck aus, der aus einfachen elektrodynamischen Betrachtungen zu ermitteln ist.

Ist in Fig. 264 die magnetische Kraft vor der Wand in der Zeichnungsebene gerade von unten nach oben gerichtet, so wird sie in der obersten Wandschicht wegen der Stetigkeit der tangentialen Kraft gleichgerichtet und von gleicher Stärke sein. Im Innern der Wand läuft sich die Welle nach einer gewissen kleinen Eindringungstiefe tot und die magnetischen Kraftschwankungen nehmen auf diesem Wege auch schnell bis Null ab. Sie induzieren im Metall einen Strom, der in dem in der Figur herausgegriffenen Zeitmoment von vorn nach hinten, stets aber so gerichtet ist, daß die magnetische Kraft im Metall die Wand nach rechts, in der Fortpflanzungsrichtung der auftreffenden Welle, treibt. Konstruieren wir über der Flächeneinheit der Wand, einem Quadrat von 1 cm Seitenlänge, ein Parallelepiped

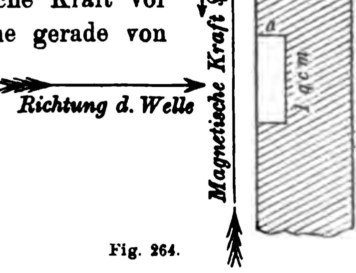


Fig. 264.

von der Höhe der Eindringungstiefe a, so wird dieses von der Seite her durchflossen von einem Strom i periodischer Stromintensität. Das Induktionsgesetz verlangt, daß die magnetomotorische Kraft dieses Stromes, d. i. die Arbeit, die der Magnetpol 1 bei der Umkreisung der Seitenfläche des Parallelepipeds zu leisten hat, in jedem Moment gleich $4\pi i$ ist. Es wird aber nur auf der in der Vorderseite der Wand liegenden Seitenlinie der genannten Fläche Arbeit geleistet, weil auf den anderen Begrenzungslinien derselben die magnetische Kraft Null bzw. senkrecht zur Bewegung gerichtet ist. Ist $\overleftrightarrow{\mathfrak{H}}$ der Momentanwert der magnetischen Kraft an der Wandoberfläche, so hat, da die Seitenlinie 1 cm lang ist, die magnetomotorische Kraft den Wert

$$\overleftrightarrow{\mathfrak{H}} = 4\pi i.$$

Es ist daher

$$i = \frac{\overleftrightarrow{\mathfrak{H}}}{4\pi}$$

der Mittelwert der von der Oberfläche nach dem Innern der Wand bis Null abnehmenden induzierten Stromstärke. Jede Faser des induzierten Stromes befindet sich in einem anderen Magnetfeld, da dieses auch vom Wert $\overleftrightarrow{\mathfrak{H}}$ an der Oberfläche nach dem Wandinnern zu bis Null abnimmt. Jede Faser erleidet also eine andere Kraftwirkung; die Gesamtkraft auf den Gesamtstrom i wird aber dieselbe sein, als ob sich der Gesamtstrom i in einem mittleren Magnetfeld der Stärke $\overleftrightarrow{\mathfrak{H}}/2$ befände. Die Gesamtkraft auf die Längeneinheit des Stromes i ist daher $\frac{1}{2} i \overleftrightarrow{\mathfrak{H}}$ und ist die elektromagnetische Kraft, welche auf die Flächeneinheit der Wand wirkt, d. h. der Druck P der auf die Wand fallenden und von ihr vollkommen reflektierten Strahlung. Es ist daher

$$P = \tfrac{1}{2} i \overleftrightarrow{\mathfrak{H}} \text{ oder}$$

$$P = \frac{\overleftrightarrow{\mathfrak{H}}^2}{8\pi}.$$

$\overleftrightarrow{\mathfrak{H}}$ ist die von der ankommenden und der reflektierten Welle herrührende, momentane magnetische Feldstärke. Setzt man statt dessen die nur von der ankommenden Welle herrührende

Feldstärke $\mathfrak{H} = \overset{\leftrightarrow}{\mathfrak{H}}/_2$ ein, so ist der Druck

$$P = \frac{\mathfrak{H}^2}{2\pi}.$$

Der Strahlungsdruck schwankt also zeitlich zwischen einem Maximum und Null. Der der Messung zugängliche mittlere Strahlungsdruck $\overline{P}$ ist, wenn $\overset{\leftrightarrow}{\mathfrak{H}}_0$ bzw. $\mathfrak{H}_0$ die Maximalwerte der betrf. magnetischen Feldstärke sind,

$$\overline{P} = \frac{\overset{\leftrightarrow}{\mathfrak{H}}_0{}^2}{16\pi} = \frac{\mathfrak{H}_0{}^2}{4\pi}.$$

Den gleichen Wert hat nach § 322 auch die mittlere Energiedichte $\overline{U}$ der Strahlung vor der reflektierenden Wand, so daß also ist

$$\overline{P} = \overline{U}$$

und natürlich auch in jedem Moment

$P = U$ oder in Worten:

Der von einer elektromagnetischen Welle bei senkrechtem Auftreffen auf eine vollkommen spiegelnde Wand pro Flächeneinheit ausgeübte Druck ist gleich der Energiedichte der Welle.

Der Druck der senkrecht auffallenden Welle rührt nur her von dem magnetischen Feld der letzteren, da das elektrische Feld in und unmittelbar vor der Wand verschwindet. Bei schiefer Inzidenz kompliziert sich die Betrachtung etwas dadurch, daß neben der jetzt auch etwas veränderten Wirkung des magnetischen Feldes auch ein Einfluß der elektrischen Kraft der Welle auftritt. Die schief auftreffende Welle besitzt eine Komponente ihres elektrischen Feldes vertikal zur Wandfläche. Die auf die Wand auftreffenden elektrischen Kraftlinien induzieren auf ihr eine Influenzladung, welche nach der Seite der ankommenden Welle gezogen wird. Von dem Druck der magnetischen Kraft zieht sich mithin ein Zug der elektrischen Kraft der Welle ab. Die Rechnung ist unschwer durchzuführen und ergibt, daß in der obigen Gleichung für den Strahlungsdruck nur noch der Faktor $\cos^2\vartheta$ hinzutritt, wo ϑ der Inzidenzwinkel ist.

$$P = U\cos^2\vartheta.$$

Man kann den Strahlungsdruck als herrührend ansehen von dem Bestreben der elektrischen und magnetischen Kraftlinien, sich in ihrer Längsrichtung zu verkürzen und senkrecht dazu zu erweitern Es ist P. Lebedew gelungen, an Lichtstrahlen die Existenz und Größe des Strahlungsdruckes experimentell festzustellen.

325. Kurze Wellen. Will man bei Versuchen über Reflexion, Schattenbildung u. a. m. frei sein von störenden Beugungserscheinungen, ohne durch allzu große Dimensionen Unbequemlichkeiten zu haben, so muß man darauf bedacht sein, möglichst kurze Wellen zu erzeugen. Bereits Hertz gelang es, durch Wahl eines kleinen Erregers (Fig. 265) bis zu einer Wellenlänge von ca. 66 cm herunterzukommen. Nach ihm haben Righi, Lebedew, Lampa äußerst kleine elektrische Erreger konstruiert, welche Wellenlängen in der Größenordnung des Zentimeters aussenden. Die kürzeste beobachtete Wellenlänge beträgt bisher etwa 6 mm.

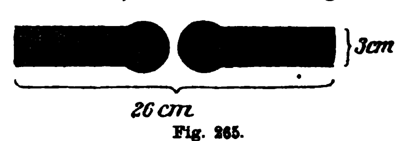
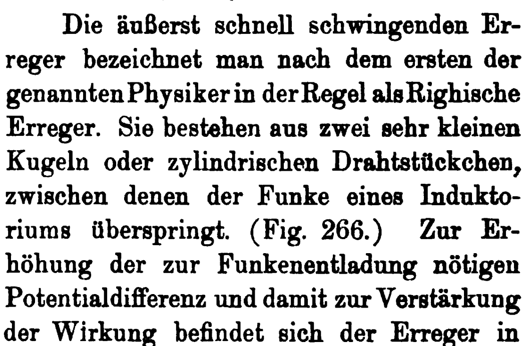


Fig. 265.


Fig. 266.

Die äußerst schnell schwingenden Erreger bezeichnet man nach dem ersten der genannten Physiker in der Regel als Righische Erreger. Sie bestehen aus zwei sehr kleinen Kugeln oder zylindrischen Drahtstückchen, zwischen denen der Funke eines Induktoriums überspringt. (Fig. 266.) Zur Erhöhung der zur Funkenentladung nötigen Potentialdifferenz und damit zur Verstärkung der Wirkung befindet sich der Erreger in Öl (Petroleum). Je kleiner der Erreger ist, desto kleiner sind natürlich die in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmengen und die magnetischen Kräfte. Infolgedessen sind diese Wellen nur mit besonderen Hilfsmitteln wahrzunehmen. Eins der empfindlichsten ist

326. Der Kohärer. Der Kohärer ist eine kleine Röhre, welche mit kleinen Metallstückchen oder Metallpulver gefüllt ist, in welches von beiden Seiten Drähte als Elektroden führen.

Das Metallpulver hat einen sehr großen elektrischen Widerstand, so daß, wenn die Röhre in den Stromkreis eines Elements und eines Galvanoskops eingeschaltet ist (Fig. 267), das letztere keinen oder wenigstens nur einen sehr schwachen Strom anzeigt. Trifft eine elektrische Welle auf die Röhre, so wird der Widerstand plötzlich, wie zuerst Branly gefunden hat, auf einen kleinen Wert herabgedrückt, und das Galvanoskop zeigt Strom an. Die Intensität der elektrischen Welle braucht dabei nur äußerst gering zu sein. Nach Einwirkung der Welle bleibt der Kohärer leitend; eine leise Erschütterung bringt ihn jedoch sofort in den alten Zustand zurück, ihn so zur Anzeige eines neuen Wellenimpulses befähigend. Es ist die von dem elektrischen Feld der Welle zwischen seinen Zuführungsdrähten hervorgerufene Potentialdifferenz, welche ihn leitend macht. Denselben Effekt hat auch das Anlegen einer gewissen, nur einige Volt betragenden Potentialdifferenz einer konstanten Elektrizitätsquelle an seine Enden zur Folge. Sicher arbeitet ein Kohärer nur, wenn die an seinen Enden befindliche, von der benutzten Stromquelle herrührende Spannung klein ist, ca. 1 Volt. Sonst kommt es häufig vor, daß er plötzlich von selbst anspricht. Man benutzt daher als Stromquelle zweckmäßig ein Element mit niedriger Spannung oder braucht nur einen Teil der Elementspannung durch Spannungsteilung, indem man das Element durch einen Widerstand in sich schließt und von einem Bruchteil des letzteren abzweigt. Fig. 268 zeigt eine gebräuchliche Form des Kohärers, wie sie lange Zeit für Zwecke der drahtlosen Telegraphie verwendet wurde.

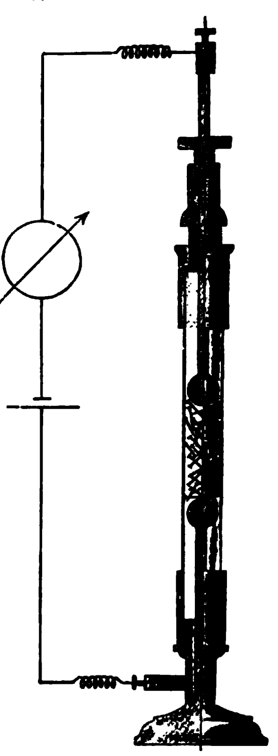


Fig. 267.

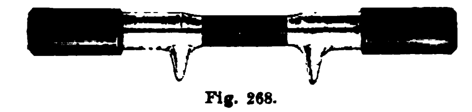


Fig. 268.

327. Die Hertzschen Versuche. H. Hertz gelang es zuerst, die in den vorigen Paragraphen besprochenen Erscheinungen experimentell zu verwirklichen, und außer diesen noch weitere, welche die große Analogie im Verhalten der elektromagnetischen Wellen und der Lichtwellen zeigen. Zur Ausführung der Hertzschen Versuche bedient man sich eines Erregers für kurze Wellen, den man in der Brennlinie eines parabolischen Metallzylinders montiert (Fig. 269). Das den letzteren verlassende Bündel elektromagnetischer Strahlen ist parallel. Der Empfänger ist ein mit dem Erreger gleichdimensionierter Metallkörper, der anstatt durch eine Funkenstrecke

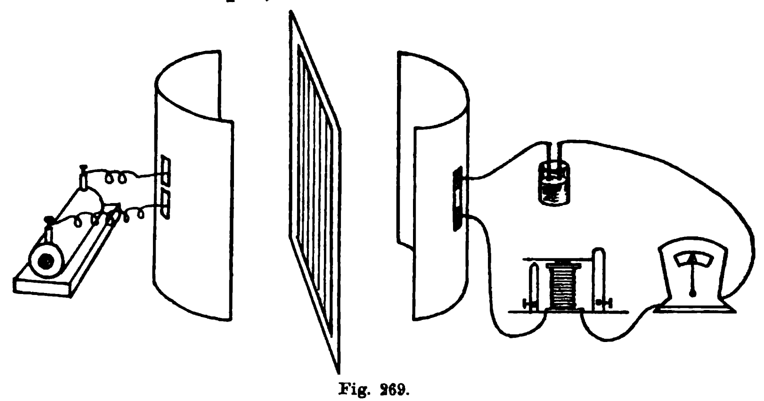


Fig. 269.

durch einen kleinen Kohärer unterbrochen und gleichfalls in der Brennlinie eines Zylinderspiegels angebracht ist. Von Wellen getroffen, läßt der Empfänger ein Galvanoskop oder ein Relais ansprechen, welch letzteres den Stromschluß beispielsweise einer Glühlampe oder Klingel vermittelt.

Eine Metallplatte oder ein Drahtgitter, dessen Drähte dem Erreger und Empfänger parallel liegen, verhindert das Ansprechen. Nicht so ein Gitter, dessen Drähte senkrecht oder schräg zur elektrischen Kraft sind.

Werden Erreger und Empfänger so gestellt, daß sie nicht aufeinander zu gerichtet sind, sondern ihre Achsen einen Winkel miteinander bilden, z. B. 90°, so spricht der Kohärer nicht an. Stellt man aber eine Metallplatte unter 45° dem einfallenden Strahlenbündel in den Weg, so findet Reflexion nach dem Empfänger zu statt, welcher jetzt anspricht. In gleicher Weise

wirkt ein Drahtgitter, welches mit den Drähten parallel der elektrischen Kraft gehalten wird.

Wenn man den Empfängerspiegel um 90° gegen den Erregerspiegel dreht, so daß er nicht aufrecht steht, sondern horizontal liegt, so spricht der Kohärer nicht auf Wellen des Erregers an. Dieser Versuch beweist, wie auch bereits der Gitterversuch, daß die elektromagnetischen Wellen transversale sind, und zwar einseitig ausgebildete, d. h. polarisierte. Der Erreger verhält sich wie eine Lichtquelle mit Nicolschem Prisma oder Turmalinplatte, der Empfänger wie ein ebenfalls mit Nicol bewaffnetes Auge.

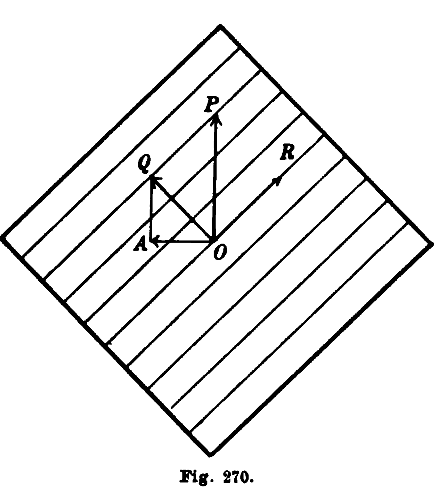


Fig. 270.

Ein weiterer Versuch, welcher ein direktes optisches Analogon hat, ist folgender: Man stellt die Spiegel gekreuzt. Bringt man jetzt das Gitter, mit seinen Drähten unter 45° gegen die Schwingungsrichtungen geneigt, den Strahlen in den Weg, so spricht der Empfänger an. Fig. 270 erläutert dies Verhalten: Die vertikale Amplitude OP der ankommenden Welle kann man nach dem Parallelogrammsatz zerlegen in zwei, deren eine, OQ, senkrecht zur Drahtrichtung, hindurchgelassen wird, deren andere, OR, in der Drahtrichtung schwingend, reflektiert wird. Die hindurchgelassene, welche mit einer unter 45° gegen die Richtung des Sekundärleiters geneigten Schwingungsrichtung auf den Empfänger auftrifft, wirkt auf diesen mit der dem Sekundärleiter parallelen Komponente OA. Optisches Analogon: Zwei gekreuzte Turmalinplatten lassen kein Licht hindurch. Eine dritte Turmalinplatte, mit ihrer Schwingungsrichtung unter 45° gegen diejenigen der beiden anderen Platten geneigt, bewirkt Aufhellung des Gesichtsfeldes.

Weitere Versuche, deren Ähnlichkeit bzw. Identität mit den entsprechenden Versuchen der Optik auf der Hand liegt,

sind die Versuche über die Brechung der elektromagnetischen Strahlen. Richtet man Erreger und Empfänger auf einander zu, so erfolgt kein Ansprechen, sobald ein Prisma aus Paraffin, Pech oder dgl. isolierender Substanz in geeigneter Stellung den Strahlen in den Weg gestellt wird. Um den Empfänger zum Ansprechen zu bringen, muß man ihn in die Richtung des abgelenkten Strahls stellen. Die Erklärung dieses Versuchs ist

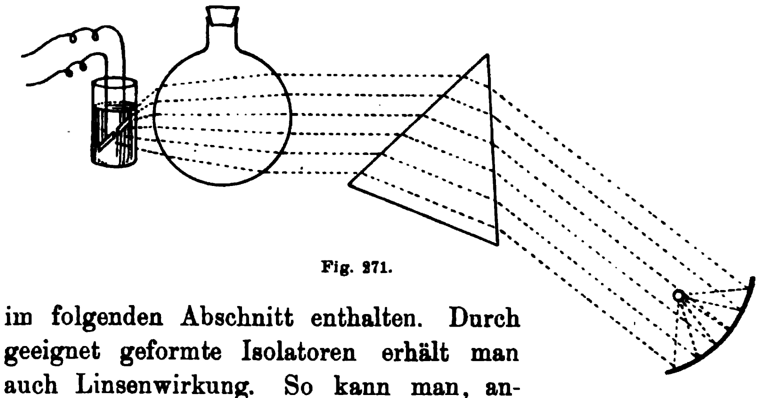


Fig. 271.

im folgenden Abschnitt enthalten. Durch geeignet geformte Isolatoren erhält man auch Linsenwirkung. So kann man, anstatt den Erreger kurzer elektromagnetischer Wellen in die Brennlinie eines Hohlspiegels zu setzen, denselben auch in den Brennpunkt einer 10—15 Liter Petroleum fassenden Glaskugel bringen. (Fig. 271). Stellt man als Empfänger einen Kohärer ohne Hohlspiegel auf, so spricht derselbe bereits in geringer Entfernung vom Erreger nicht mehr an. Das Ansprechen erfolgt aber sogleich, wenn mit der Petroleumlinse die Wellen auf ihn konzentriert werden.

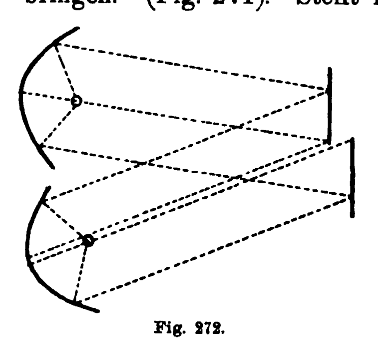


Fig. 272.

Bei diesen Versuchen muß eine der Stationen, am besten die Geberstation, in einem metallisch geschlossenen Kasten stehen, der nur eine kleine Öffnung (ca. 1—2 qdcm) zum Durchlassen der Wellen enthält. Sonst treten Störungen durch die langsamen Induktionsstöße auf.

Die Wellenlänge ist in einfacher Weise durch den Boltzmannschen Interferenzversuch zu messen und zu demonstrieren.

(Fig. 272). Man läßt die Wellen bei nahezu senkrechter Inzidenz von einer kleinen Metallwand in den neben dem Erreger stehenden Empfängerspiegel reflektieren. Die Metallwand ist in der Mitte geteilt, d. h. besteht aus zwei getrennten Hälften. Verschiebt man die eine Hälfte parallel mit sich selbst nach vorn oder hinten um eine Viertel Wellenlänge, so haben die von den beiden Hälften reflektierten Wellenzüge einen Gangunterschied von einer halben Wellenlänge und heben sich daher durch Interferenz in ihrer Wirkung auf, der Empfänger spricht nicht an. Bei weiterem Parallelverschieben um $\frac{\lambda}{4}$ erreicht der Gangunterschied der Wellen eine ganze Wellenlänge, und der Kohärer wird wieder erregt.

E) Drahtlose Telegraphie.

328. Energieverlust eines Hertzschen Erregers durch Strahlung. In § 281 haben wir gesehen, daß die Schwingungen in einem Leiterkreis, bestehend aus einer Kapazität und einer Selbstinduktionsspule ohne Ohmschen Widerstand ungedämpft verlaufen, indem kein Energieverbrauch stattfindet, der Strom ein sog. wattloser ist. Spannung und Strom haben die Phasendifferenz von 90°, mithin ist der Energieverbrauch gleich Null.

Tritt ein innerer Widerstand der Spule hinzu, so ändert sich die Phasendifferenz sofort, indem ein Energieverlust in Form von Joulescher Wärme jetzt stattfindet. Ferner werden die Schwingungen dadurch zu gedämpften. Es muß eine Dämpfung der elektrischen Schwingungen eintreten, sobald dem System überhaupt irgendwie Energie entzogen wird. Dies kann z. B. auch dadurch geschehen, daß man in die Spule Eisen bringt, welches die Erscheinung der Hysteresis zeigt. Auch hier haben die magnetischen Kräfte bei der zyklischen Magnetisierung des Eisens Arbeit zu leisten (§ 197), und das schwingende System ist gezwungen, die dazu nötige Energie herzugeben. Eine weitere wichtige Ursache für die Dämpfung eines schwingenden Systems ist dessen Strahlung. Ein Hertzscher Erreger strahlt fortdauernd Energie in die Unendlichkeit aus in Form elektromagnetischer Wellen. (§ 316 und 322.)

Diese Energieausstrahlung hängt ab von der Form des Erregers. Sie ist groß für lange, gestreckte Oszillatoren, sie ist um so geringer, je mehr der Erreger in seiner Form geschlossen ist. Die Strahlung ist von zu vernachlässigender Größe für einen Kondensator, der sich oszillatorisch durch eine metallische Leitung entladet. Dies aus der Theorie sich ergebende Verhalten eines Erregers bezüglich seines Ausstrahlungsvermögens ist im Zusammenhang mit seiner Streuung von Induktionslinien. Schwingt ein langgestreckter Erreger, so treten an dessen freien Enden große freie Ladungen, verbunden mit großen Schwankungen des elektrischen Feldes auf, dessen Induktionslinien von dem Erreger aus in die Umgebung gestreut werden. In einem System bestehend aus Kondensator und einem Draht, der dessen Belegungen verbindet, treten freie Ladungen nur auf den nahe einander gegenüberstehenden Platten auf. Die Induktionslinien verlaufen zwischen den Platten, und es wird ein um so geringerer Bruchteil von ihnen bis ins Unendliche zerstreut, je näher die Platten sich gegenüberstehen, je mehr das System geschlossen ist. Ein geschlossener Oszillator zeigt weder Streuung von Induktionslinien noch Strahlung elektromagnetischer Energie.

329. Die ersten Versuche von Marconi. Die Möglichkeit, drahtlos zu telegraphieren, ist uns durch die Ausbreitung der elektrischen Wellen in den freien Raum gegeben. In den Hertzschen Versuchen ruht das Grundprinzip der drahtlosen Telegraphie. Man hat nur den Empfänger entsprechend einzurichten. Der Kohärer des Empfängers sendet bei dem Auftreffen von elektrischen Wellen einen Stromimpuls in ein Relais. Dieses letztere betätigt einen Morsetelegraphen, sowie einen Klopfer, welcher den Kohärer sogleich wieder in den nichtleitenden Zustand versetzt und ihn zu neuer Zeichengebung bereit macht. Eine solche Vorrichtung kann mit der Hertzschen Spiegelanordnung durch große Hörsäle leicht zu gutem Funktionieren gebracht werden. Für eine Telegraphie sind indessen weitere Entfernungen zu überbrücken, und dies zuerst getan zu haben, ist das Verdienst Marconis. Er erreichte dies dadurch, daß er den Wellenerreger in großen Dimensionen anfertigte. Derselbe bestand bei den ersten Versuchen einfach aus einem

langen, vertikal ausgespannten Draht, der durch eine Funkenstrecke zu Schwingungen erregt wurde. Es war also ein linearer Hertzscher Erreger, der die Bedingung eines großen Strahlungsvermögens am besten von allen Erregerformen erfüllt. Unter allen möglichen Schwingungen des linearen Senders werden sich nur diejenigen stark ausbilden können, welche an der Funkenstrecke einen Knoten der elektrischen Schwingung haben. Die Funkenstrecke wird daher, damit die Grundschwingung, welche die kräftigste ist, entstehen kann, sich in der Drahtmitte befinden müssen, und da sie naturgemäß ihre Lage am unteren Drahtende hat, so muß ein mit dem Luftdraht etwa gleich langer, die Symmetrie zur Funkenstrecke herstellender Draht an der Erde entlang ausgespannt werden. Man kann diesen Draht aber mit gleichem Erfolg durch eine, wie man sagt, ausbalanzierte Metallplatte ersetzen, welche mit ihrer Zuleitung eine solche Kapazität und Selbstinduktion besitzt, daß die Frequenz ihrer Eigenschwingung die gleiche wie beim Luftdraht ist. Denselben Zweck, an der Funkenstrecke einen Knoten der Grundschwingung zu erzwingen, erfüllt endlich auch eine an derselben angelegte Erdleitung. Der Luftdraht schwingt dann als viertel Wellenlänge und führt außerdem, aber weniger intensiv, noch Oberschwingungen aus, deren Frequenz ein ungerades Vielfaches derjenigen der Grundschwingung ist. Als Empfänger der von diesem Geber ausgesandten Wellen hat ein System zu dienen, welches mit dem Geber in Resonanz steht, also am einfachsten ein gleiches System. Ein gleich langer, in die Luft ragender Draht mit dem einen Ende des Kohärers J verbunden, das andere Ende des Kohärers mit dem symmetrischen Draht bzw. der balanzierenden Platte (Fig 273) verbunden oder (Fig. 274) zur Erde geleitet.

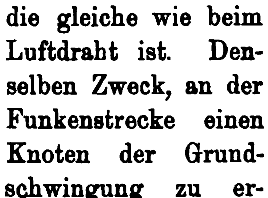


Fig. 273.

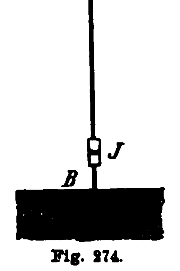


Fig. 274.

Ein Element und ein Relais befinden sich im Nebenschluß zum Kohärer, so daß das Relais anspricht, sobald der Kohärer erregt wird.

330. Der gekoppelte Schwingungskreis von Braun. Marconis ursprüngliche Erreger und Empfänger haben nun mancherlei Nachteile. Zunächst der Erreger. Die Form des Erregers wurde gewählt, um eine große Strahlung desselben zu erreichen. Dabei nimmt man aber die unangenehme Eigenschaft in Kauf, daß die Schwingungen desselben infolge des großen Energieverlustes durch die Strahlung sehr schnell abklingen, sehr stark gedämpft sind. Und dies hat wiederum den Nachteil, daß man nie an eine abgestimmte Telegraphie denken könnte, weil die Resonanzerscheinungen immer schlechter werden, je größer die Dämpfung der erregenden Schwingungen ist. Diesem Übelstand hat Professor Braun in Straßburg abgeholfen durch eine glänzende Verbesserung, welcher die drahtlose Telegraphie ihre weiterhin erfolgten großen Fortschritte ausschließlich zu verdanken hat. Braun koppelte zwei Schwingungskreise miteinander, den stark strahlenden Marconischen mit einem gar nicht strahlenden gleicher Schwingungsdauer, nämlich einem Kreise, welcher aus einer Kondensatorkapazität und einer

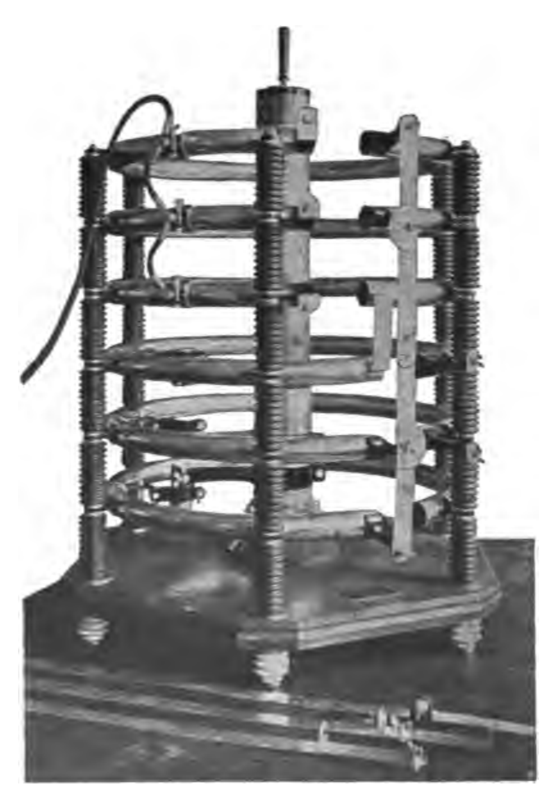


Fig. 275.

Selbstinduktionsspule besteht. Dieser Kreis ist auf die Schwingungsdauer des ausgespannten Drahtes durch Variieren von Kapazität oder Selbstinduktion abzustimmen. Fig. 275 zeigt das Aussehen einer in der Praxis benutzten primären Spule aus einigen Windungen weiten Kupferrohrs. Wegen seiner geschlossenen Form strahlt der Kondensatorkreis gar keine Energie aus, die Schwingungen sind relativ wenig gedämpft. Die vorhandene

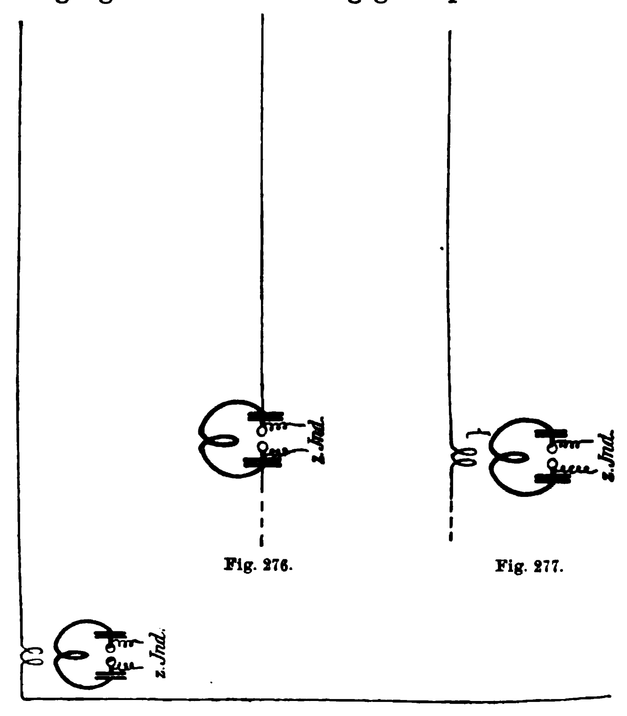


Fig. 276. Fig. 277.

Fig. 278.

Dämpfung rührt von dem Energieverlust her, welcher erstens durch den zwar geringen aber doch immer vorhandenen Ohmschen Widerstand der Induktionsspule veranlaßt ist und in Joulescher Wärme sein Äquivalent findet, und welcher zweitens die im Funken erzeugte Wärme zu bestreiten hat. Der geschlossene Kondensatorkreis hat auch ferner die Eigenschaft, für eine bestimmte Spannungsdifferenz der Funkenstrecke bedeutend größere elektrische Energiequanten in sich aufzunehmen, als der frei ausgespannte Draht. Koppelt man nun beide Kreise miteinander,

so vereinigt man die Vorteile beider. Der ausgespannte Draht strahlt fortdauernd elektromagnetische Energie aus, welche ihm aber stets neu durch den Kondensatorkreis ersetzt wird. Ein so gekoppeltes System vereinigt also starke Strahlung mit geringer Dämpfung. Der Sekundärkreis, d. i. der Sendedraht, kann, wie schon früher auseinandergesetzt, auf mehrfache Weise

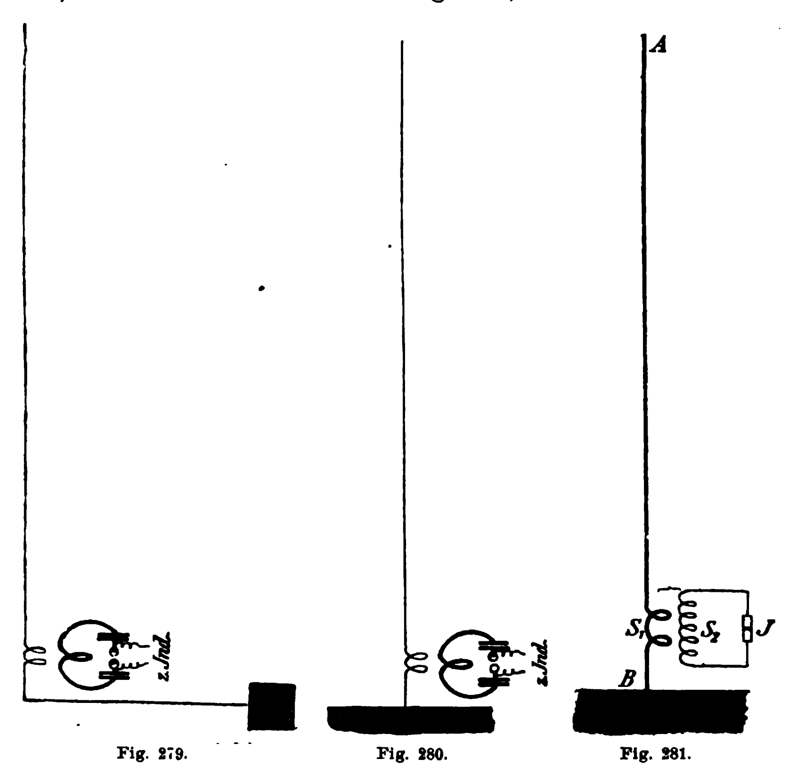


Fig. 279. Fig. 280. Fig. 281.

durch den primären Kondensatorkreis zum Schwingen angeregt werden. Fig. 276 zeigt die von Slaby-Arco benutzte direkte Verbindung beider schwingenden Systeme, diese Koppelungsweise nennt man die galvanische. Braun wandte ausschließlich elektromagnetische Koppelung (Fig. 277) an, bei welcher der Sendedraht induktiv vom Kondensator erregt wird. Die Figg. 278 bis 280 zeigen, wie auch bei dem gekoppelten System am unteren Ende des Luftdrahts durch Ausbalanzierung oder Erdung der Knoten der Schwingung erzwungen wird. Wegen des Einflusses

der Erdung, die symmetrische Hälfte des strahlenden Drahtes zu ersetzen, kann man ihre Wirkung mit der eines Spiegels vergleichen.

Der ursprüngliche Empfänger Marconis (Fig. 274), welcher natürlich auch für die vom Braunschen Geber ausgesandten Wellen dienen kann, hat den Nachteil, daß der Kohärer gerade im Knoten der elektrischen Kraft sich befindet. Dieser Übelstand wurde später dadurch vermindert, daß der Kohärer in einen Nebenkreis an die Enden einer durch die Schwingungen in S_1 induzierten sog. Multiplikatorspule S_2 gelegt wurde (Fig. 281). Am geeignetsten erscheint wohl der dem Braunschen Sender entsprechende, ihm vollkommen symmetrische Empfänger, dessen Wirkungsweise aus Fig. 282 ohne weiteres erhellt, in welcher das Braunsche Gebe- und Empfangssystem schematisch nebeneinander dargestellt sind.

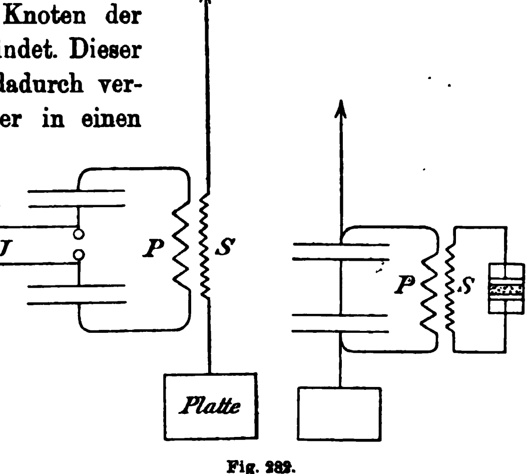


Fig. 282.

331. Versuche von G. Seibt zur Demonstration der drahtlosen Telegraphie. An einen aus größeren Leidener Flaschen, einer dickdrähtigen Induktionsspule variabler Länge und einer Funkenstrecke gebildeten geschlossenen Schwingungskreis werden in der in Figg. 276 oder 277 angedeuteten Weise, also direkt oder induktiv, an Stelle des ausgespannten geraden Sendedrahtes dünndrähtige Spulen verschiedener Länge gekoppelt. Je nach der im Primärkreis eingeschalteten Induktion spricht die eine oder die andere dieser Sekundärspulen an, was sich in einem lebhaften Funkensprühen kundgibt (Fig. 283). Aus langen Spulen mit vielen Windungen sind lange, prächtige Funkengarben zu erhalten. Außer der Grundschwingung, bei welcher die sekundäre Spule als Viertelwelle schwingt, sind auch die

Oberschwingungen sehr schön zu demonstrieren. Hierfür wird ein feiner geerdeter Draht nahe der Spule entlang gespannt. Die zwischen ihm und der Spule auftretenden Glimm- und Büschelentladungen geben ein Bild von der Spannungsverteilung auf der letzteren. Fig. 284 zeigt die Spule in Grundschwingung Fig. 285 in einer Oberschwingung. Das obere freie Ende ist beidemal ein Bauch der Spannungsschwankungen. Wird das



Fig. 283.



Fig. 284.



Fig. 285.

obere Spulenende geerdet, so sind alle diejenigen Resonanzschwingungen der Spule hervorzurufen, welche dort einen Knoten besitzen. In diesem Fall ist das obere Spulenende ohne Lichterscheinung. Eine kleine Stanniolfahne an eine sprühende Spule gehängt, stört wegen der Kapazitätsveränderung sofort die Resonanz. Das Sprühen hört sogleich auf und erscheint erst wieder, wenn man die Periode durch Zuschalten einiger Windungen der

Induktionsspule im Primärkreis vergrößert. Bringt man in die Nähe einer in Grundschwingung erregten Spule eine gleiche, deren eines Ende geerdet ist, so wird auch diese zu kräftigem Schwingen erregt, das am Sprühen oder am Leuchten einer an ihr befestigten kleinen Geißlerschen Röhre erkannt wird.

Ein Teslatransformator unterscheidet sich in nichts von der in diesem Paragraphen besprochenen Anordnung. Seine Sekundärspule schwingt, wenn ihre Enden frei sind, als halbe Welle und hat in der Mitte einen Knoten; wird ihr eines Ende geerdet, so ist dort ein Knoten, am anderen Ende ein Bauch der Schwingung, die Spule schwingt als Viertelwelle mit einer doppelt so großen Periode als vorher. Deshalb muß Kapazität oder Induktion im Primärkreis vergrößert werden, um wieder maximale Wirkung zu erhalten.

332. Ungedämpfte Schwingungen. Es ist von jeher das Bestreben gewesen, für Zwecke der drahtlosen Telegraphie die Schwingungen ungedämpft zu erzeugen. Die Vorteile, welche man davon hätte, liegen auf der Hand. Die Resonanzwirkung auf den Empfängerkreis wäre die denkbar größte, und damit wäre ein doppelter Nutzen verbunden: erstens große Amplitude der Empfängererregung, also große Reichweite der Telegraphie und zweitens die Möglichkeit einer sehr vollkommenen Abstimmung von Erreger und Empfänger und damit große Unabhängigkeit von anderen fremden Stationen. Ein vollkommen geschlossener Kondensatorkreis ohne Funkenstrecke führt relativ schwach gedämpfte Schwingungen aus, während die Dämpfung gleich höhere Werte annimmt, sobald eine Funkenstrecke eingeschaltet ist. In der in § 300 beschriebenen Wienschen Methode der Stoßerregung haben wir nun ein Mittel vor uns, fast die gesamte Energie eines mit Funken versehenen Schwingungskreises sofort auf einen Kondensatorkreis ohne Funken zu übertragen. Durch das sofortige Abreißen des sog. Löschfunkens wird der dauernde Energieverlust im Funken vermieden, und das Resultat ist eine, wenn nicht ganz ungedämpfte, so doch sehr schwach gedämpfte Schwingung. Diese in neuester Zeit von der Telefunkengesellschaft akzeptierte Methode hat bereits enorme Fortschritte für die drahtlose Telegraphie gezeitigt.

Sie scheint im Begriff zu stehen, eine andere von Poulsen ausgearbeitete Methode, die man als Lichtbogenmethode bezeichnet, zu verdrängen. Das Prinzip dieser Methode ist bereits in § 287 erörtert worden. Die Schwingungsenergie des Poulsenlichtbogens wird aus der Speiseleitung desselben aufrecht erhalten. Wie für den Löschfunken, so ist auch für den Lichtbogen, wenn er aktiv sein soll, Kühlung vorteilhaft. Deswegen brennt er in einer Wasserstoff- oder Leuchtgasatmosphäre, welche von kaltem Wasser umflossen wird, und zwischen einer Kohle und einer massiven gekühlten Kupferelektrode bei kleiner

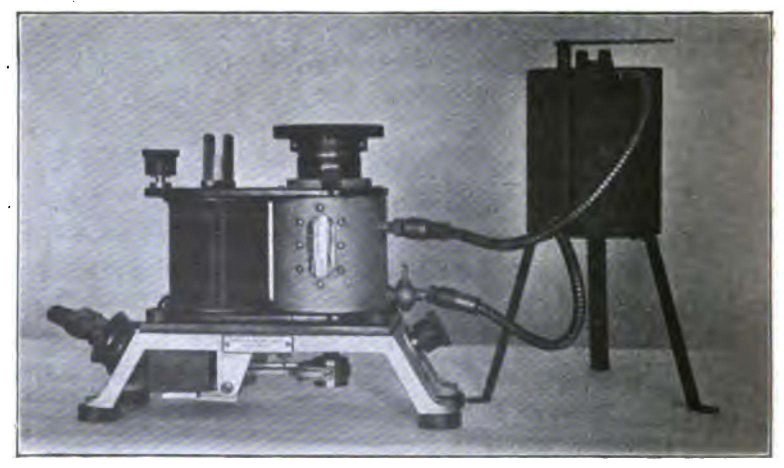


Fig. 286.

Elektrodendistanz. Fig. 286 zeigt das Aussehen einer Poulsenlampe der Firma Dr. Erich F. Huth vorm. Kunsch und Jäger, Berlin, für 300 Watt Schwingungsenergie. Die Zündung des zwischen zwei Kohlen brennenden Bogens geschieht von unten mittels eines Hebels, seine Regulierung durch die obere Schraube. Links neben der Lampe steht ein Elektromagnet, dessen Pole in die Lampe ragen. Er veranlaßt ein Rotieren des Lichtbogens, wodurch die Erhitzung der Kohlen vermindert wird. Rechts der Dreifuß trägt ein Spiritusreservoir, welches die Lampe dauernd mit Alkoholdampf füllt, der das Leuchtgas ersetzt.

333. Der magnetische Detektor. An Stelle des Kohärers wurde von Marconi zum Nachweis der elektrischen

Schwingungen im Empfänger auch ein anderer Apparat, der sog. **magnetische Detektor**, benutzt. Derselbe besteht (Fig. 287) aus einem Eisenkern *E*, der mit einer Spule umwickelt ist. Vor dem Eisenkern rotiert langsam ein permanenter Magnet *M* um die Achse *A*. Dieser Apparat wird mit dem Empfänger so verbunden, daß die in letzterem entstehenden Schwingungen der Spule des Detektors mitgeteilt werden, beispielsweise so, daß das eine Ende der Spule geerdet, das andere Ende mit dem Auffangedraht verbunden wird. Auf dem Eisenkern des Detektors befindet sich endlich noch eine zweite Spule, welche durch ein Telephon *T* geschlossen ist. Die Wirkungsweise des Detektors ist folgende: In dem kontinuierlich veränderlichen Magnetfeld des rotierenden Stahlmagneten beschreibt die Magnetisierung des Eisenkerns eine Hysteresiskurve. Wird der Eisenkern jedoch fortdauernd erschüttert oder magnetischen Wechselfeldern ausgesetzt, so wird die Erscheinung der Hysteresis herabgesetzt. Befindet sich demnach der Stahlmagnet in einer Lage, daß der Eisenkreis fast geschlossen ist, das magnetische Feld und die Induktion im Eisen ihr Maximum haben, und wird nunmehr der Stahlmagnet in eine andere Lage gedreht, so sinkt die Induktion im Eisen bis zu einem gewissen Betrag, der durch den Verlauf der Hysteresiskurve gegeben ist. Wird jetzt der Eisenkern erschüttert oder dem magnetischen Wechselfeld einer Empfängerschwingung ausgesetzt, so sinkt plötzlich sprungweise die Induktion auf den Wert, den sie für die Feldstärke bei der betreffenden Lage des Stahlmagneten angenommen haben würde, wenn der Eisenkern keine oder nur wenig Hysteresis zeigte. Durch diese plötzliche Änderung der magnetischen Induktion entsteht in der Sekundärspule ein Induktionsstoß, welcher sich durch ein Knacken der Telephonmembran kenntlich macht.

Fig. 287.

334. Summierende Detektoren. Der Kohärer sowohl wie der eben besprochene magnetische Detektor sprechen auf

einen Impuls an. Darauf folgende weitere Schwingungen sind einflußlos und würden unnütze Energievergeudung sein. Resonanz zwischen Geber und Empfänger oder eine fortlaufende Erzeugung ungedämpfter Wellen würde bei ihrer Verwendung nur insofern von Nutzen sein, als die Amplitude der Empfängerschwingungen größer wird. Nachdem es gelungen ist, sehr wenig gedämpfte Wellen zu erzeugen, wird es vorteilhaft sein, Wellenanzeiger zu verwenden, welche die Wirkungen aller Einzelschwingungen summieren. Bei ihrer Anwendung wird man ferner zweckmäßig die Wellenzüge möglichst oft in der Sekunde aufeinander folgen lassen. So ist denn auch in der Tat für die moderne drahtlose Telegraphie der Kohärer seines Amtes entsetzt worden, und nachdem früher bei seiner Benutzung eine Funkenfrequenz von etwa 20 pro Sekunde das Optimum war, werden jetzt zur Zeichengebung Hochfrequenzmaschinen von tausend Perioden und mehr benutzt, mit welchen also in der Sekunde 1000 und mehr Züge schwach gedämpfter elektrischer Wellen in den Raum gesandt werden. Da die modernen Detektoren auf ein Telephon arbeiten, so hört man in diesem den Ton, welcher der benutzten Funkenfrequenz entspricht, und man hat deshalb für den Geberfunken die Bezeichnung „tönender Funken" eingeführt.

Unter den mannigfachen summierenden Detektoren seien hier nur zwei Arten erwähnt:

1. Der elektrolytische Detektor oder die Schlömilchzelle. Eine elektrolytische Zelle, bestehend aus einer Elektrode von äußerst kleiner Oberfläche (Wollastondraht, der sehr wenig aus einem Glasrohr herausragt) und einer größeren Elektrode wird unter Zwischenschaltung eines Galvanometers oder Telephons an eine galvanische Batterie geschaltet, die eine solche Spannung besitzt, daß sie gerade die Gegenkraft der Polarisation überwindet und einen schwachen Strom durch die Zelle läßt. Die Zelle wird an den Empfängerkreis geschaltet. Sobald dieser von Wellen getroffen wird, gibt das Galvanometer einen Ausschlag, der nach Aufhören der Schwingungen von selbst zurückgeht. Im Telephon ist ein Knacken oder bei oftmaligem Wellenauftreffen pro Sekunde ein Ton zu hören. Die Wirkung ist wohl durch eine teilweise Depolarisation der feinen Elektrode durch die Schwingungen zu erklären.

2. Der thermische Detektor. Er besteht aus einem möglichst feindrähtigen Thermoelement, welches durch die Empfängerschwingungen erwärmt wird und einen Galvanometerzeiger oder ein Telephon betätigt. Anstatt aus feinen Drähten kann man das Thermoelement auch aus zwei gröberen schlecht Wärme leitenden Substanzen konstruieren, die sich in einem feinen Punkte berühren. Auch eine solche Kontaktstelle wird erfahrungsgemäß

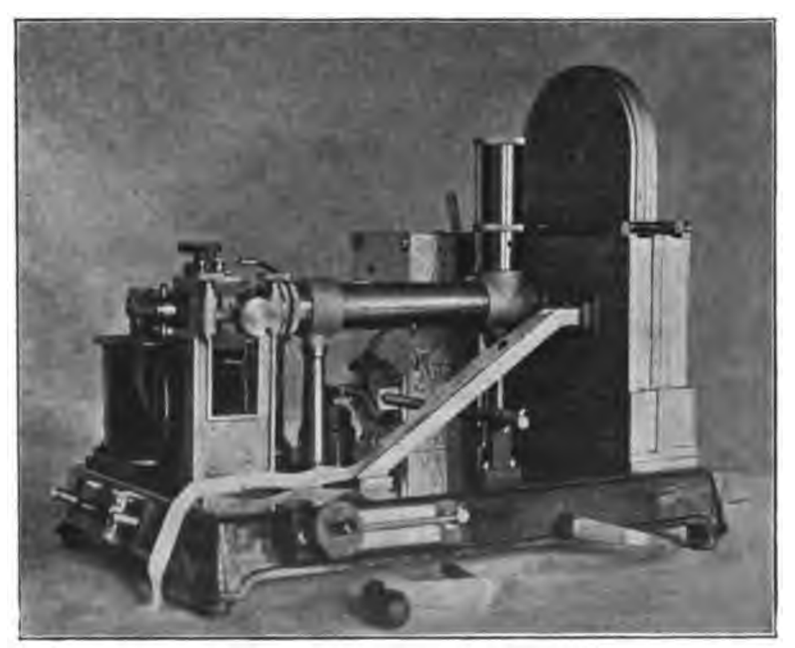


Fig. 288.

genügend erwärmt. Der neuerdings von der Telefunkengesellschaft verwendete Detektor besteht aus einem Bleiglanzplättchen und einem dasselbe lose berührenden fein zugespitzten Graphitstäbchen. Er betätigt ohne jede Hilfsbatterie beim Anruf ein Galvanometer, dessen Zeiger einen Klingelkontakt schließt, beim Telegraphieren ein Telephon. Da der direkte Detektorstrom das Telephon nur sehr schwach erregt, so wird durch den Detektor zunächst ein kleiner Elektromagnet gespeist, der einen auf Resonanz gestimmten kleinen Federanker zum Schwingen bringt. An letzterem ist ein leichter Mikrophonkontakt befestigt, der mit einer Hilfsbatterie das Telephon zu lauteren Tönen anregt. Aus

der Tonhöhe kann man entnehmen, welche Station telegraphiert, wenn für verschiedene Geber verschiedene Frequenzen vorgesehen sind. An Stelle des Telephons kann ein photographisch registrierendes Fadengalvanometer eingeschaltet werden, das die Depeschen dann direkt schreibt. Fig. 288 zeigt ein solches Instrument der Firma Dr. E. F. Huth vorm. Kunsch und Jaeger, Berlin.

Damit der Empfänger auf eine an ihn gerichtete Depesche anspricht, ist also nicht nur erforderlich, daß er mit dem Geber in elektrischer Resonanz ist, sondern es muß außerdem akustische Resonanz zwischen Geber und Empfänger bestehen, d. h. die Aufeinanderfolge der einzelnen stoßerregten Wellenzüge muß von solcher Periode sein, daß sie den kleinen Federanker des Tonverstärkungsapparates in Resonanzschwingungen versetzt. Hierdurch ist eine weitgehende Unabhängigkeit von äußeren Störungen durch Wellen fremder Stationen gewährleistet, und mehrere nebeneinander aufgestellte Empfänger verschiedener akustischer und elektrischer Abstimmung können gleichzeitig ohne Störung die ihnen zugedachten Telegramme aufnehmen.

Folgende Tabelle nach Graf Arco zeigt bis jetzt erreichte Leistungen:

Primärbedarf in Kilowatt	Masthöhe	Kilometer	
1,5	30 m	350	über Land
1,5	35 m	600	über See
8	60 m	2500—3000	Flaches Land oder See.
20	85 m	3500—4500	

Für genauere Information über die Methoden der drahtlosen Telegraphie und alle einschlägigen Erscheinungen: J. Zenneck. Elektromagnetische Schwingungen und drahtlose Telegraphie 1905 und: Leitfaden der drahtlosen Telegraphie 1909. Beide Werke im Verlag von Ferd. Enke, Stuttgart.

335. Drahtlose Telephonie. Die Möglichkeit der Erzeugung eines kontinuierlichen ungedämpften Schwingungszuges nach der Poulsenschen Lichtbogenmethode hat das Mittel an die Hand gegeben, ohne Drahtleitung telephonisch zu verkehren. In der Sendestation ist der Sendedraht durch das Gebemikrophon an den primären Schwingungskreis gekoppelt. Durch die beim

Hineinsprechen wechselnde Güte des Kontakts wird der wegen der Schnelligkeit der Schwingungen unhörbare ungedämpfte Wellenzug im Rhytmus der ins Mikrophon gegebenen Töne gestärkt und geschwächt. Diese Intensitätsschwankungen übertragen sich auf das Ansprechen des thermischen Detektors in der Empfängerstation und bewirken dort eine Wiedergabe der gegebenen Klänge im eingeschalteten Telephon. Fig. 289 zeigt eine kleine Modellstation für drahtlose Telephonie, deren Reichweite mit einer 2,5 m hohen Antenne auf 100 m angegeben wird, aber durch Wahl größerer Sendedrähte etwa verzehnfacht werden kann. (Huth vorm. Kunsch und Jaeger, Berlin).

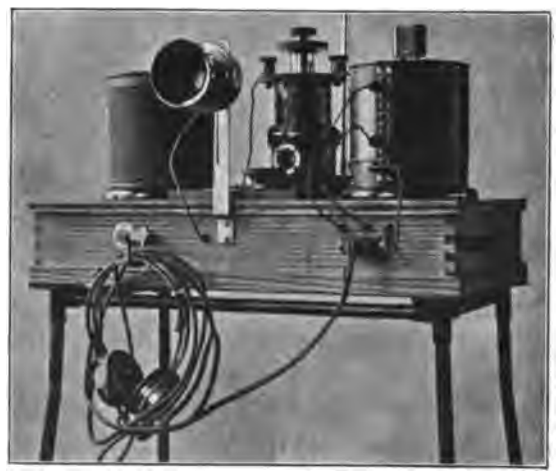


Fig. 289.

F) Einfluß des Dielektrikums auf die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen.

336. Teilweise Reflexion elektromagnetischer Wellen an der Oberfläche eines Dielektrikums. Wir haben uns die Fortpflanzung einer elektromagnetischen Welle im freien Raum vorgestellt als ein durch elektromagnetische Wechselwirkung im Äther bewirktes Fortschreiten magnetischer und elektrischer Polarisationen der Ätherteilchen. Außerdem hatten wir ferner gesehen, daß analog einer fortschreitenden Seilwelle auch eine fortschreitende elektrische Welle nur nach der einen Seite hin verläuft, dagegen keinen Impuls nach rückwärts sendet. Dies hat darin seinen Grund, daß die nach dem Huygensschen Prinzip eigentlich auch nach rückwärts hin zu erwartende Welle zur Kompensation des ankommenden Impulses dient. Bei beiden

Arten von Wellenfortpflanzung, der elastischen wie der elektrischen, trifft dies nicht mehr zu, sobald die Welle an eine inhomogene Stelle kommt. Ist das Seil von einer bestimmten Stelle an z. B. leichter gewunden, so daß die elastische Durchbiegung leichter erfolgen kann, so sendet diese Stelle bei dem Anprall eines Wellenzuges eine Welle nach rückwärts aus, während der größte Teil des Wellenzuges im Seil weiter verläuft. Ähnlich verhält es sich mit einer elektrischen Welle, welche gegen die Oberfläche eines Isolators stößt. Wie in § 45 besprochen wurde, ist der Widerstand jedes Isolators gegen eine Polarisation der Ätherteilchen in ihm, d. h. gegen die elektrische Verschiebung, verschieden, und zwar für alle Isolatoren kleiner als für Luft bzw. für den luftleeren Raum. Dies hat zur Folge, daß auch ein elektrischer Impuls an der Grenzfläche zweier Dielektrika teilweise reflektiert werden muß, und zwar ist der reflektierte Bruchteil um so größer, je größer die Differenz der Widerstände gegen eine elektrische Verschiebung, d. h. je größer der Unterschied in den Dielektrizitätskonstanten der Isolatoren ist. Auch diese Erscheinung läßt sich mit den in § 327 beschriebenen Apparaten für die Hertzschen Versuche nachweisen; man braucht nur an Stelle des reflektierenden Metallblechs im Reflexionsversuch eine massive Schicht eines Isolators zu setzen. Sie findet sich auch bei den Lichtwellen wieder. Bei senkrechter Inzidenz tritt für Lichtwellen in Luft beim Durchgang durch eine gewöhnliche Glasplatte eine Schwächung von ca. 8% ein, indem an jeder Oberfläche etwa 4% reflektiert werden. Diese Zahl ist für verschiedene Glassorten verschieden, sie wächst mit dem Brechungsquotienten.

337. Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Isolatoren. Bei dem Versuch mit dem aus zwei verschieden leicht durchbiegbaren Teilen bestehenden Seil beobachtet man, daß in dem leichter durchbiegbaren Teil die Welle sich langsamer fortpflanzt als im dem anderen. Macht man eine gespannte Saite schwerer transversal deformierbar durch stärkeres Anziehen, so wächst die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer elastischen Deformation, was sich durch ein Höherwerden ihres Transversaltones kundgibt. Dasselbe finden wir im Elektrischen wieder. Elektromagnetische

Wellen pflanzen sich in allen Isolatoren verschiedener Dielektrizitätskonstante, welche sich ja nach der in den §§ 45 ff. entwickelten Anschauung durch ihren Widerstand gegen eine elektrische Verschiebung unterscheiden, mit verschiedener Geschwindigkeit fort, und zwar in allen Medien langsamer als in Luft, bzw. Vakuum, welche die kleinste Dielektrizitätskonstante, nämlich Eins, besitzen.

Die Analogie des Verhaltens elektrischer und elastischer Wellen geht noch weiter, indem sie sich sogar in quantitativer Hinsicht noch zeigt. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elastischer Wellen ist bei gleicher Spannung usw. in Drähten verschiedenen Materials der Quadratwurzel aus dem Torsionsmodul proportional. Dem Torsionsmodul proportional ist aber der Widerstand des Drahtes gegen eine Torsion. Andererseits ist der Widerstand gegen eine elektrische Verschiebung um so kleiner, je größer die Dielektrizitätskonstante ε des Materials ist, er ist ε umgekehrt proportional (§ 45). Ähnlichkeit im Verhalten beider Wellenarten vorausgesetzt, ist zu folgern, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen der Quadratwurzel aus der Dielektrizitätskonstante des Mediums umgekehrt proportional ist. Im nächsten Paragraphen wird gezeigt, daß diese Beziehung in der Tat aus Versuchen über die Brechung elektrischer Wellen experimentell bestätigt worden ist.

Bei diesen Betrachtungen war stillschweigend angenommen, daß die verschiedenen Dielektrika bezüglich der mit den elektrischen Verschiebungen bei elektromagnetischen Wellen stets verbundenen magnetischen Verschiebungen keine Verschiedenheit des Verhaltens zeigen. Dies ist auch angenähert der Fall, indem kein Isolator bekannt ist, welcher einen von Eins wesentlich verschiedenen Wert der Magnetisierungskonstante μ besitzt. Sollte doch einer existieren, welcher mit Durchlässigkeit für elektrische Wellen Werte von K und μ größer als Eins besitzt, so wäre die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in ihm gegeben durch

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}.$$

Für $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$ ist $v = c$, d. h. gleich der Lichtgeschwindigkeit.

338. Brechung elektrischer Wellen. Brechungsquotient = $\sqrt{\text{Dielektrizitätskonstante}}$. Wie für Lichtwellen, so hat auch für die langen elektromagnetischen Wellen die verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit zur Folge, daß an der Grenzfläche zweier Dielektrika eine Strahlenbrechung eintritt.

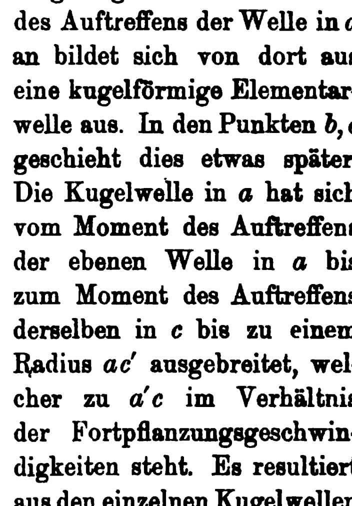


Fig. 290.

Fig. 290 veranschaulicht unter Benutzung des Huygensschen Prinzips das Zustandekommen der Brechung. Die ebene Welle aa' treffe auf die Grenzschicht ac der Dielektrika 1 und 2 um einen Winkel α gegen dieselbe geneigt. Von dem Moment des Auftreffens der Welle in a an bildet sich von dort aus eine kugelförmige Elementarwelle aus. In den Punkten b, c geschieht dies etwas später. Die Kugelwelle in a hat sich vom Moment des Auftreffens der ebenen Welle in a bis zum Moment des Auftreffens derselben in c bis zu einem Radius ac' ausgebreitet, welcher zu $a'c$ im Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten steht. Es resultiert aus den einzelnen Kugelwellen eine ebene Welle, welche sich ins Dielektrikum hinein bewegt, aber mit einem anderen Winkel β gegen die Grenzfläche geneigt. Aus der Figur ist ohne weiteres zu folgern:

$$\sin\alpha = \frac{a'c}{ac}; \quad \sin\beta = \frac{ac'}{ac};$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{a'c}{ac'} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Das Verhältnis der Sinus des Einfalls- und Brechungswinkels ist konstant, und zwar gleich dem Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten. Ist das Medium 1 der luftleere Raum, so ist v_1 gleich der Lichtgeschwindigkeit c, und man nennt das

Verhältnis den Brechungsquotienten n der Substanz 2 bezogen auf den luftleeren Raum. Es ist also

$$n = \frac{c}{v},$$

d. h. der Brechungsquotient eines Isolators für elektrische Wellen ist gleich dem Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten im leeren Raum und im Isolator. Richtigkeit des im vorigen Paragraphen ausgesprochenen Satzes vorausgesetzt, ist aber

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}},$$

daher

$$n = \sqrt{\varepsilon},$$

d. h. der Brechungsquotient eines Isolators für elektrische Wellen gleich der Quadratwurzel aus der Dielektrizitätskonstante desselben. Diese Beziehung ist experimentell bestätigt worden. H. Ellinger fand aus der Ablenkung elektrischer Wellen den elektrischen Brechungsquotienten von Wasser zu 8,9, von Alkohol zu 4,9. Die Werte 80 bzw. 24, welche daraus für die Dielektrizitätskonstanten folgen, stimmen mit den nach anderen Methoden gewonnenen Werten überein.

Auch nach rückwärts breiten sich von den getroffenen Punkten der Grenzschicht die Elementarwellen aus und bilden die reflektierte Welle. Die Elementarkugelwellen sind hier aber mit den der größeren Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Medium 1 entsprechenden Radien, d. h. zum Beispiel die von a ausgehende mit dem Radius $a'c$, zu zeichnen. Diese Konstruktion, die der Übersichtlichkeit halber fortgelassen worden ist, ergibt das Reflexionsgesetz.

339. Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Drahtwellen in verschiedenen Medien. Bestimmung der Dielektrizitätskonstante mit Drahtwellen. Die einzelnen Abteilungen zwischen den Brücken eines in stehender elektrischer Schwingung begriffenen Lecherschen Drahtsystems können genau wie ein alleinstehender Hertzscher Resonator als selbständige

schwingende Systeme angesehen werden, welche einer äußeren Anregung bedürfen, um ihre eigene elektrische Schwingung auszuführen. Die Anregung geschieht durch die Schwingung des Hertzschen Erregers, auf welche sie in Resonanz sind. Die Schwingungsdauer ihrer Eigenschwingung ist proportional der Wurzel aus dem Produkte ihrer Selbstinduktion und Kapazität, wobei deren Werte unter Berücksichtigung des nicht quasistationären Zustandes zu bilden sind (§ 304). Bettet man jetzt einen Teil, z. B. das freie Ende des Lecherschen Drahtsystems von der letzten Brücke an in ein Medium der höheren Dielektrizitätskonstante ε (Fig. 291), indem man es beispielsweise in Petroleum taucht, so vergrößert man die Kapazität dieses Teiles auf das ε-fache, wenn nur dafür gesorgt wird, daß die Einbettung so geschieht, daß die elektrischen Induktionslinien ganz im Dielektrikum

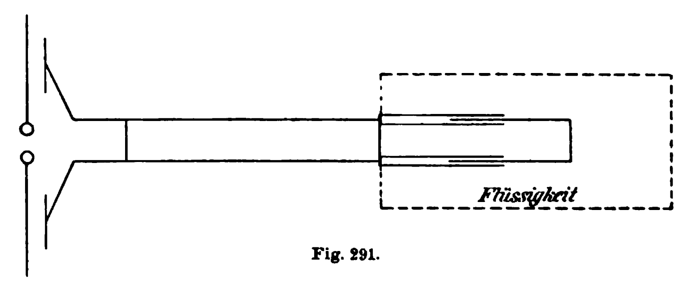


Fig. 291.

verlaufen. Dadurch wird aber die Eigenschwingungsdauer des eingebetteten Teils $\sqrt{\varepsilon}$-mal größer, und die Resonanz desselben wird dadurch gestört. Die durch die Brücken herausgegriffene Schwingung, welche bei der Resonanz vor der Einbettung des Endes in Petroleum am freien Ende einen Bauch hatte, ist, da letzteres nicht mehr der Fall ist, unmöglich, und man muß, um wieder Resonanz zu erhalten, das im Dielektrikum befindliche Drahtstück von der letzten Brücke bis zum Ende verkürzen. Damit verkleinert man Kapazität und Selbstinduktion um gleiche Bruchteile. Verkürzt man den Draht um das $\sqrt{\varepsilon}$-fache, so verkleinert man Kapazität und Selbstinduktion um das je $\sqrt{\varepsilon}$-fache, also auch die Schwingungsdauer, welche $\sqrt{CL}$ proportional ist, um das $\sqrt{\varepsilon}$-fache. Man erhält hierdurch also die durch Hinzufügung des Dielektrikums verloren gegangene Resonanz wieder. Da das Stück von der letzten Brücke bis zum freien Ende gleich

$\frac{\lambda}{4}$ ist, so bedeutet dies nichts anderes, als daß $\frac{\lambda}{4}$, also auch die Wellenlänge λ selbst und damit die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Dielektrikum $\sqrt{\varepsilon}$-mal kleiner sein muß, als in Luft. Es ist dies das gleiche Verhalten, welches die Wellen im freien Raum zeigen. Das Drahtmaterial ist, vorausgesetzt daß es ein guter Leiter ist, vollständig gleichgültig; nur die Umgebung des Drahtes ist von Einfluß.

Um mittels des Lecherschen Drahtsystems Dielektrizitätskonstanten zu messen, hat man also nur die Brückenabstände in Luft und im Dielektrikum zu vergleichen. Das Verhältnis derselben ist die Wurzel aus der Dielektrizitätskonstante. Experimentell ist eine solche Bestimmung folgendermaßen auszuführen: Zuerst wird durch geeignete Brückeneinstellungen das ganze in Luft befindliche Lechersystem zur Resonanz gebracht (kenntlich am Leuchten etwa einer Heliumröhre). Ist das freie Ende überbrückt, so hat die Endabteilung zwischen den beiden letzten Brücken die Länge $\frac{\lambda}{2}$; endigen die Drähte frei, so ist die Länge von der letzten Brücke bis zum freien Ende gleich $\frac{\lambda}{4}$. Wird die Endabteilung nunmehr mit dem Dielektrikum umgeben, so wird die Resonanz derselben gestört. Indem man aber die Endabteilung posaunenartig ausziehbar macht, kann man sie entsprechend verkürzen, bis die Resonanz wieder hergestellt ist. Dann entspricht die Länge der Endabteilung einer halben, bzw. viertel Wellenlänge im Dielektrikum.

Im Grunde genommen die gleiche Methode bleibt es, wenn nicht ein Teil des Drahtsystems in das Dielektrikum eingebettet wird, sondern ein an das Ende desselben befestigter Kondensator. Derselbe wirkt, wie nach den bisherigen Ausführungen leicht ersichtlich ist, wie eine Verlängerung des Drahtsystems, und zwar wie eine um so größere, je größer die Dielektrizitätskonstante des zwischen seinen Platten befindlichen Mediums ist. Ist auf Resonanz eingestellt, während Luft zwischen den Platten sich befindet, und füllt man Petroleum zwischen die Platten, so muß man, um die dadurch verschwundene Resonanz wieder zu erhalten, entweder die Endabteilung des Lechersystems verkürzen oder den Plattenabstand des Kondensators vergrößern. Beides kann

in meßbarer Weise geschehen, und man kann den Meßapparat mit Flüssigkeiten bekannter Dielektrizitätskonstante eichen. Beide Methoden hat für sehr kurze Drahtwellen, die er mit einem Blondlotschen Erreger (Fig. 292) erzeugte, P. Drude zur Bestimmung von Dielektrizitätskonstanten ausgearbeitet. Für den genannten Erreger, dessen Wirkungweise aus der Figur verständlich sein dürfte, gilt als ungefähre Regel, daß die von ihm erzeugte Wellenlänge gleich dem doppelten Umfang seines Kreises ist.

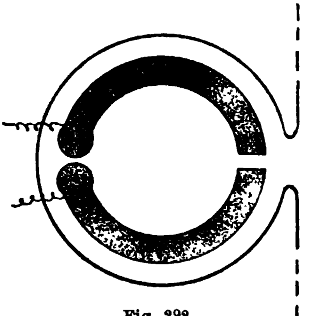


Fig. 292.

340. Einfluß der Einbettung des Erregers in einen Isolator auf die Wellenlänge. Bettet man den Erreger, wie es bei den kleineren immer geschieht, in eine isolierende Flüssigkeit, z. B. Petroleum, der Dielektrizitätskonstante ε ein, so wird die Kapazität ver-ε-facht, daher die Schwingungsdauer um das $\sqrt{\varepsilon}$-fache größer. Die Fortpflanzung geschieht aber in der Flüssigkeit um denselben Betrag langsamer, daher ist die Wellenlänge, die der Erreger aussendet, im Petroleum die gleiche, wie sie in Luft ist, wenn der Erreger sich in Luft befindet. Die Wellenlänge in Luft dagegen, welche der in Petroleum befindliche Erreger aussendet, ist um das $\sqrt{\varepsilon}$-fache länger.

341. Resonatorengitter von Garbasso. Ein Drahtgitter läßt elektrische Wellen nicht hindurchpassieren, wenn die Drähte der elektrischen Kraft parallel sind. Schneidet man die Drähte in ihrer ganzen Länge in viele gleichlange Stückchen, indem man dabei etwa durch Fäden dafür sorgt, daß die Stückchen ihre Richtung und Lage beibehalten, so wird das Gitter im allgemeinen wirkungslos, da keine Schwingungen mehr durch Induktion in ihm zustande kommen können. Nur für eine bestimmte Wellenlänge ist das Gitter wirksam, nämlich für die Schwingung, welche die einzelnen Stückchen in Resonanz erregt, deren Halbwelle also der Länge der Drahtstückchen gleich ist. Stellt man daher solch ein aus Drahtstückchen bestehendes Resonatorengitter einem Righischen Erreger gegenüber, so fehlt

in dem hindurchgelassenen Wellenzug die Wellenlänge, welche der doppelten Drahtstückchenlänge gleich ist. Diese wird vollkommen reflektiert. Ein hinter dem Resonatorengitter befindlicher Resonator von der Länge der Drahtstückchen wird also nicht ansprechen. Senkt man das Gitter in eine isolierende Flüssigkeit, so muß der Resonator jetzt wieder erregt werden, da das Gitter jetzt nur auf eine um das $\sqrt{\varepsilon}$-fache langsamere Schwingung wirken kann. Ein anderes Gitter, dessen Drahtstückchen um das $\sqrt{\varepsilon}$-fache kürzer sind, verhindert dagegen dann das Ansprechen des Resonators. Dies bietet eine Methode, die Dielektrizitätskonstante für äußerst schnelle Schwingungen zu bestimmen.

342. Einfluß von Leitfähigkeit des Mediums. Absorption. Ist das Medium, von welchem sich eine elektromagnetische Welle ausbreitet, nicht ein vollkommener Isolator, sondern besitzt es ein elektrisches Leitungsvermögen, so entstehen außer den Verschiebungsströmen in demselben auch Leitungsströme. Letztere bedingen aber einen Verlust an Energie, indem im Medium Joulesche Wärme erzeugt wird Dies kann aber nur auf Kosten der Energie der Welle geschehen. Daher nimmt die Welle um so mehr an Intensität ab, je tiefer sie in das Medium eindringt, sie erleidet mit anderen Worten eine Absorption, welche um so stärker ist, je größer das Leitungsvermögen der Substanz. Freie elektrische Wellen oder Drahtwellen erleiden also eine Einbuße an Intensität, wenn sie in einem leitenden Medium verlaufen. Ein durchaus analoger Vorgang ist es, daß Kondensatorschwingungen stärker gedämpft werden, wenn das Medium zwischen den Platten des Kondensators leitet. Aus der Größe der Dämpfung kann man die Stärke der Absorption (den Absorptionskoeffizienten) berechnen.

Ist die Absorption kräftig, so ist sie nicht ohne Einfluß auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle und damit auf den Brechungsquotienten und die von ihm abhängige Reflexion der Welle an der Oberfläche des Mediums. Ist das Leitungsvermögen ein sehr großes, so wie es z. B. die Metalle zeigen (für lange elektrische Wellen genügt bereits eine wesentlich geringere Leitfähigkeit), so ist der Reflexionskoeffizient, d. i. der

reflektierte Bruchteil der einfallenden Intensität, nach Maxwell darzustellen durch den Ausdruck

$$r = 1 - \frac{2}{\sqrt{\varkappa T}},$$

worin $\varkappa$ das spezifische Leitungsvermögen der Substanz und T die Schwingungsdauer der Welle ist. Ist das Leitungsvermögen sehr groß oder hat bei geringerem Leitvermögen die Schwingungsdauer einen beträchtlichen Wert, so ist r nahezu gleich Eins, d. h. es wird in solchem Fall fast die gesamte Intensität reflektiert. Deshalb schirmen Metallwände gut gegen die Einwirkung elektrischer Wellen.

Zwölfter Abschnitt.

Elektromagnetische Lichttheorie. Elektronentheorie der Optik.

343. Maxwells elektromagnetische Lichttheorie. Die erste Andeutung einer Beziehung zwischen der Lichtbewegung und elektromagnetischen Vorgängen wurde darin gefunden, daß das Verhältnis der elektromagnetischen zur elektrostatischen Stromeinheit eine Größe von der Dimension einer Geschwindigkeit, und daß der Wert dieser Geschwindigkeit derjenigen der Lichtfortpflanzung gleich ist. Maxwell zeigte durch seine im Geiste Faradays durchgeführte mathematische Theorie der elektromagnetischen Erscheinungen, daß das ebengenannte Verhältnis die Geschwindigkeit darstelle, mit welcher eine elektromagnetische Störung sich im freien Raum ausbreiten müsse. Dies theoretische Resultat bildete den Grund und Boden für seine elektromagnetische Lichttheorie, in welcher das Licht als ein periodischer elektromagnetischer Vorgang angesehen wird. Die Versuche von Hertz, in erster Linie die wirkliche Herstellung schneller elektromagnetischer Schwingungen und der experimentelle Beweis ihrer wellenförmigen Ausbreitung mit einer derjenigen des Lichtes gleichen Geschwindigkeit, fernerhin die weiteren Versuche, welche das in sehr vielen Beziehungen gleiche Verhalten von Licht- und elektromagnetischen Wellen zeigten, haben die Faraday-Maxwellschen theoretischen Resultate so überzeugend bewiesen, daß an ihrer Richtigkeit Zweifel nicht mehr möglich sind.

Auf der Seite der Lichtwellen ist es späterhin gelungen, an langwelligen Strahlen des optischen Spektrums das Verhalten elektromagnetischer Wellen nachzuweisen. So konnten H. Rubens und H. E. I. G. Dubois, als sie Wärmestrahlen sehr großer Wellenlänge (§ 349) ein sehr feines Drahtgitter in den Weg stellten, Unterschiede in der Durchlässigkeit je nach der Stellung desselben wahrnehmen, und ebenso konnte an sehr fein geteilten

Resonatorengittern ein selektives Verhalten der Reflexion bewiesen werden.[1]) Erinnert sei ferner daran, daß von Lebedew durch subtile Messung des Strahlungsdrucks einer Bogenlampe mit dem Radiometer die aus der elektromagnetischen Theorie folgende Größe desselben gefunden wurde.

Ein weiterer, weil auch quantitativer Natur, sehr wichtiger Beitrag für die Richtigkeit der elektromagnetischen Lichttheorie wenigstens für Wärmewellen ist von Hagen und Rubens erbracht worden, welche experimentell die Richtigkeit der im letzten Paragraphen des vorigen Abschnitts erwähnten Maxwellschen Reflexionsformel für Wärmestrahlen bis herab zu einer Wellenlänge von 4μ nachwiesen. Für kürzere Wellen, insbesondere Lichtwellen, versagte indessen die Formel. Doch darf hieraus nicht etwa auf eine Ungültigkeit der Maxwellschen Theorie für Lichtwellen geschlossen werden. Wie in § 350 auseinandergesetzt werden wird, bedarf die ursprüngliche Theorie hier nur einer Erweiterung.

344. Vorteil der elektromagnetischen Lichttheorie vor der elastischen. In der Undulationstheorie des Lichtes wurden die Lichtwellen als durch elastische Schwingungen des Äthers entstanden angesehen. Es entstand für unsere Vorstellungskraft hierbei sofort ein, man kann wohl sagen, unüberwindliches Hindernis. Die Erscheinung der Polarisation des Lichtes zeigte, daß man sich diese elastischen Schwingungen als sicher transversaler Natur vorzustellen hatte. Nun liegt es aber in der Natur aller elastischen Erscheinungen begründet, daß transversale Schwingungen nur in festen Körpern entstehen können. Damit Schwingungen eines Körpers zustande kommen, muß bei Verrückung desselben aus seiner Gleichgewichtslage eine mit der Verrückung größer werdende Kraft wirken, welche ihn in die Gleichgewichtslage zurückzuführen strebt. Das ist aber bei Flüssigkeiten und Gasen nicht der Fall. Diese setzen

1) Während bei längeren Wärmewellen die feinen Gitter sich so verhalten wie die gröberen Drahtgitter gegenüber langen elektrischen Wellen, zeigen sie bei den kurzen Wellen des sichtbaren Lichts die merkwürdige Inversionserscheinung, daß sie größere Durchlässigkeit für Wellen haben, deren elektrische Kraft parallel den Drähten ist.

einer Verrückung ihrer Teilchen gar keinen Widerstand entgegen. Man mußte folglich den Äther als einen festen Körper ansehen, welcher jedoch der Bewegung der Himmelskörper keinen meßbaren Widerstand entgegensetzt. Dieser Widerspruch fand erst durch die Erkenntnis seine Lösung, daß die Lichtwellen gar nicht elastischer, sondern elektromagnetischer Natur sind. Die Beseitigung dieser Schwierigkeit bildet einen der Hauptvorzüge der elektromagnetischen Lichttheorie.

345. Die Schwingungsrichtung des polarisierten Lichts. Wird ein Lichtstrahl unter einem gewissen Winkel an einer spiegelnden, nichtmetallischen Fläche reflektiert, so erweist er sich als polarisiert, indem er nach der Reflexion Einseitigkeit in seinem Verhalten zeigt. Die Einfallsebene ist dabei eine Symmetrieebene seiner Eigenschaften und wird Polarisationsebene genannt. In der Elastizitätstheorie des Lichtes entspann sich ein Streit über die Frage: Geschehen die Schwingungen der Ätherteilchen in der Polarisationsebene (Fr. Neumann) oder senkrecht dazu (Fresnel)? Diese Frage hat in dieser Form in der elektromagnetischen Theorie des Lichtes keinerlei Bedeutung mehr, da wir wissen, daß Schwingungen in beiden Richtungen stattfinden, nämlich in der einen die Schwingungen elektrischer, in der anderen diejenigen magnetischer Kraft. Es fragt sich nur noch: Geschehen die elektrischen oder die magnetischen Schwingungen in der Polarisationsebene? Diese Frage läßt sich experimentell entscheiden durch folgende Versuche (Klemenčič), welche in sehr anschaulicher Weise einen weiteren Beitrag für den Nachweis der vollständigen Analogie zwischen elektromagnetischen Strahlen und den Strahlen des Lichtes liefern. Fällt polarisiertes Licht unter dem Polarisationswinkel auf eine Glasplatte, so wird an jeder ihrer Oberflächen $\frac{1}{7}$ der einfallenden Menge zurückgeworfen, wenn Polarisations- und Einfallsebene zusammenfallen, während gar keine Reflexion eintritt, wenn das Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist. Deshalb eben erweist sich natürliches Licht, das man als ein Gemisch von zu gleichen Teilen parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisiertem Licht ansehen kann, nach der Reflexion unter dem Polarisationswinkel als vollständig polarisiert. Ein Satz aus mehreren Glasplatten an Stelle

der einen Platte wird daher einen in der Einfallsebene polarisierten Lichtstrahl bis auf einen sehr geringen Rest völlig zur Seite zurückwerfen, so daß fast nichts mehr durch den Plattensatz hindurchgeht, während ein senkrecht zur Einfallsebene polarisierter Strahl den Glasplattensatz ohne wesentliche Schwächung durchdringen kann.

Dieser Versuch läßt sich leicht auch mit elektromagnetischen Wellen anstellen. Bringt man zwischen den horizontal stehenden Erreger, welcher also Wellen mit horizontaler elektrischer und vertikaler magnetischer Kraft aussendet, und den Empfänger (beispielsweise die in § 327 beschriebenen Apparate) einen Satz von etwa drei bis fünf dickeren Glasplatten, welche gegen die Fortpflanzungsrichtung unter dem Polarisationswinkel geneigt sind, so zeigt sich, daß, wenn die elektrische Schwingung in der Einfallsebene geschieht, die Platten also hochkant stehen, nichts reflektiert wird, alles hindurchgeht, der Kohärer also weiter anspricht. Wird der Glasplattensatz um 90° gedreht, so daß die elektrische Kraft der Schwingungen nunmehr senkrecht zur Einfallsebene steht, so wird fast alles reflektiert, beinahe gar nichts hindurchgelassen, der Kohärer spricht nicht an.

Die Vergleichung des elektrischen und des optischen Experiments zeigt, daß bei polarisierten Lichtwellen die elektrischen Schwingungen senkrecht zur Polarisationsebene, die magnetischen in der Polarisationsebene vor sich gehen.

346. Dispersion. Auch die von Maxwell aufgestellte Beziehung des Paragraphen 338:

$$n = \sqrt{\varepsilon}$$

bietet einen wichtigen Anhaltepunkt für eine Untersuchung der Identität von Licht- und elektromagnetischer Bewegung. Es erhebt sich die Frage: Ist der für die elektromagnetischen Wellen als Wurzel aus der Dielektrizitätskonstante gemessene Brechungsquotient identisch mit demjenigen für Lichtwellen?

Streng kann die Beziehung ja auf keinen Fall bestehen. Die Dielektrizitätskonstante hat eine bestimmte Größe, während der Brechungsquotient für alle wägbaren Substanzen mehr oder weniger stark mit der Wellenlänge der Lichtsorte veränderlich

ist. Diese Dispersion ist sehr gering bei Gasen. Daher sollte man bei ihnen am ehesten die Bestätigung der Relation erwarten. Dies ist nach Boltzmannschen Messungen auch in der Tat der Fall. Es ist z. B. der für gelbes Licht bestimmte Brechungsquotient sowie $\sqrt{\varepsilon}$ für

	n	$\sqrt{\varepsilon}$
Luft	1,000294	1,000295
Kohlensäure	1,000449	1,000473
Wasserstoff	1,000138	1,000132.

Für feste und flüssige Körper, welche sämtlich eine stärkere Dispersion als Gase zeigen, besteht die Beziehung mit wenigen Ausnahmen nicht mehr.

Solche Ausnahmefälle, in denen die Maxwellsche Beziehung $n = \sqrt{\varepsilon}$ ziemlich genau besteht, bieten z. B.

	n_D	$\sqrt{\varepsilon}$
Benzol	1,50	1,5
Petroleum	1,39	1,4
Schwefelkohlenstoff	1,63	1,6,

wenn man einen mittleren Brechungsquotienten, etwa den für die D-linie wählt.

In der Regel jedoch sind die Werte n_D und $\sqrt{\varepsilon}$ verschieden und in vielen Fällen sogar um sehr erhebliche Beträge. Z. B.

	n_D	$\sqrt{\varepsilon}$
Chloroform	1,45	2,3
Alkohol	1,36	5
Wasser	1,33	9.

Man kann deswegen aber die Beziehung nicht falsch nennen. Sie ist vollkommen richtig, sobald die Schwingungen im Dielektrikum rein in der Weise vor sich gehen, wie sie in der Theorie ursprünglich gedacht sind, als elektrische und magnetische Verschiebungen im Äther, die von der Materie nur insofern beeinflußt werden, als sie in verschiedenen Körpern für die gleiche Feldstärke verschiedene Beträge annehmen. Dann findet keine Dispersion statt, sondern der Brechungsquotient ist derselbe für langsame und schnelle Schwingungen. Dies ist in den meisten Körpern für die langen, mit elektrischen Mitteln

herzustellenden Wellen der Fall.[1]) Hier ist n unabhängig von λ, gleich dem Wert n_∞ für beliebig lange, unendlich lange Wellen, und es ist:

$$n_{\lambda=\infty} = \sqrt{\varepsilon}.$$

Für die langsamen Schwingungen und auch für die schnellen Schwingungen des Lichtes ist es im massenlosen Raum der Fall. Der freie Raum zeigt keine Dispersion. Sonst müßte uns ein Jupitermond nach Aufhören der Verfinsterung erst gefärbt und dann erst weiß erscheinen, wenn alle Lichtarten auf der Erde angelangt sind. Dies ist nicht der Fall, er erscheint sofort weiß, und es ist daher der Raum im Weltall dispersionsfrei.

Für die schnellen Lichtschwingungen findet aber Dispersion statt in allen wägbaren Körpern. Wir müssen daraus schließen, daß die Dispersion auf einem Einfluß beruht, den die ponderablen Substanzen auf die elektrischen und magnetischen Schwingungen des Äthers ausüben. Man hat die Vorstellung gewonnen, daß durch die wechselnden elektrischen und magnetischen Kräfte elektrisch geladene kleinste Teilchen, aus denen man sich die Atome der ponderablen Körper zusammengesetzt zu denken hat, zu erzwungenen Schwingungen angeregt werden. Der Einfluß der schwingenden Teilchen ist bei den Wellenlängen am größten, deren Periode mit der Eigenschwingung der Teilchen übereinstimmt. Bei diesen Wellenlängen muß sich nach Art eines Resonatorengitters (§ 341) die Substanz als undurchlässig erweisen, und es muß Reflexion wie an einer Metallwand, metallische Reflexion, eintreten. Die Reibung der sich bewegenden Atome erklärt den als Wärmeerzeugung stattfindenden Energieumsatz durch Absorption, welcher in den Resonanzgebieten am stärksten ist. Diese Resonanzgebiete sind die Stellen der sog. anomalen Dispersion. An ihnen ist der regelmäßige Verlauf der Dispersionskurve vollkommen gestört.

347. Dispersionstheorie. Wir haben im Bisherigen Kenntnis genommen von dem verschiedenen Verhalten der ein-

1) Für manche Stoffe, z. B. Alkohol, ist eine Veränderlichkeit des elektrischen Brechungsquotienten auch im Gebiete längerer elektrischer Wellen nachgewiesen worden. Für Wellenlängen von etwa $\lambda = 1\ m$ ab ist er aber konstant und mit der Quadratwurzel aus der Dielektrizitätskonstante völlig übereinstimmend.

zelnen Isolatoren einem elektrischen Felde gegenüber, ohne nach der Ursache dieser Verschiedenheit zu fragen, ohne uns darüber Rechenschaft ablegen zu wollen, warum die einzelnen Medien voneinander abweichende Dielektrizitätskonstanten besitzen. Die Erscheinung der Dispersion, die darin besteht, daß die Dielektrizitätskonstante eines Mediums sich elektrischen Schwingungen gegenüber als von der Periode dieser Schwingungen abhängig erweist, sobald die Schwingungen so schnelle sind, daß ihre Frequenz sich der der Lichtschwingungen nähert, gab die Veranlassung dazu, von der Natur der dielektrischen Erscheinungen sich eine bestimmte Vorstellung zu bilden. Man gelangte auf diesem Wege zu einer Anschauung über den Aufbau der Materie, welche weit über den Rahmen der eigentlichen Dispersionstheorie hinaus, für die sie ursprünglich erdacht war, ihre Richtigkeit erwiesen und sich ungemein fruchtbar in der Gewinnung neuer Erkenntnisse in den verschiedensten Gebieten der Naturwissenschaft gezeigt hat. Der experimentellen Bestätigungen sind jetzt so viele und so glänzende, daß an ihrer universellen Gültigkeit kaum mehr gezweifelt werden kann. Man sieht jeden Stoff an als aufgebaut aus einer großen Zahl sehr kleiner, elektrisch geladener Teilchen. Um diese Anschauung mit unserer chemischen Auffassung einer molekularen und atomaren Struktur der Materie zu vereinen, denken wir uns die Atome als bestehend aus einer mehr oder weniger großen Zahl der geladenen Teilchen, welche sowohl innerhalb ihrer atombildenden Komplexe sich bewegen, als auch sich von den Atomen vorübergehend loslösen und mit anderen Komplexen vereinen können. Diese Teilchen — wir wollen sie in Übereinstimmung mit den in der Elektrolyse angenommenen Ionen nennen — können mannigfacher Natur sein. Wir könnten an elektrische Ionen oder an Komplexe solcher beispielsweise denken. Immer muß aber die Gesamtladung eines Raumes Null sein. Sind demnach N_1, N_2 usf. Teilchen jeder Art im ccm vorhanden, die Ladungen e_1, e_2 usf. tragen, so muß

$$N_1 e_1 + N_2 e_2 + N_3 e_3 + \cdots = \sum N_h e_h = 0$$

sein. Zur Erklärung der Dispersionserscheinungen hat man nun anzunehmen, daß wenigstens eine, im allgemeinen aber mehrere Ionengattungen vorhanden sind, welche sich zwar nach allen

Richtungen bewegen können, aber an Gleichgewichtslagen gebunden sind, in welche sie durch quasielastische Kräfte gehalten werden, die proportional der jeweiligen Entfernung aus der Gleichgewichtslage sind. Wir wollen der Einfachheit halber zunächst annehmen, daß nur eine derartig bewegliche Ionengattung vorhanden ist, jedes Ion habe die Ladung $+e$ und die Masse m. Wir nehmen also eine Substanz an, bestehend aus positiven und negativen Ionen verschiedener Art, aber nur die eine Ionengattung (Ladung e, Masse m) sei beweglich und zwar derart, daß auf die einzelnen Ionen eine Direktionskraft D wirkt, welche sie in eine Gleichgewichtslage treibt. (Direktionskraft = Kraft in Dynen in Entfernung 1 cm von der Gleichgewichtslage). Die Ionen sind dann schwingungsfähige Gebilde; die Schwingungsdauer ihrer Eigenschwingung ist nach einem bekannten Satze der Mechanik

$$(1) \qquad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}.$$

Die Frequenz = Schwingungszahl in 2π Sekunden also

$$(1a) \qquad \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}.$$

Den Äther nehmen wir als jede Materie durchdringend und von ihr unbeeinflußt an. Wirkt daher auf unsere Substanz ein elektrisches Feld $\mathfrak{E}$, so geht in ihr zweierlei vor sich. Erstens wird der Äther polarisiert; die dielektrische Polarisation im Äther beträgt (§ 45).

$$\mathfrak{P}_1 = \frac{1}{4\pi}\,\mathfrak{E}.$$

Zweitens werden sämtliche Ionen um eine kleine Strecke x aus ihrer Gleichgewichtslage entfernt und transportieren infolgedessen durch jede Querschnittseinheit eine Elektrizitätsmenge, die man als Polarisation der Teilchen $\mathfrak{P}_2$ bezeichnen kann. Durch die senkrecht zur Feldrichtung stehende Querschnittseinheit wandert eine Anzahl von Ionen, die einen über ihr konstruierten Zylinder der Höhe x, d. h. ein Volumen x ccm erfüllen. Sind $\mathfrak{N}$ Ionen im ccm, so geht also mit den Ionen infolge ihrer Verschiebung eine Elektrizitätsmenge durch die Querschnittseinheit, die gegeben ist durch

$$\mathfrak{P}_2 = \mathfrak{N} e x.$$

Mithin beträgt die Gesamtpolarisation, erzeugt durch Äther und Ionen:

(2) $$\mathfrak{P} = \mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}_2 = \frac{1}{4\pi}\,\mathfrak{E} + \mathfrak{N} e x.$$

Früher (§ 42) hatten wir sie bezeichnet mit

(3) $$\mathfrak{P} = \frac{\varepsilon}{4\pi}\,\mathfrak{E},$$

worin ε die Dielektrizitätskonstante bedeutet.

In der verschobenen Lage des Ions hält die ablenkende Kraft $e\mathfrak{E}$ des elektrischen Feldes der rücktreibenden Kraft Dx das Gleichgewicht. Es ist also

(4) $$e\mathfrak{E} = Dx$$

$$x = \frac{e\mathfrak{E}}{D},$$

also nach (2) und (4) in Verbindung mit (3):

$$\frac{\varepsilon}{4\pi}\,\mathfrak{E} = \frac{1}{4\pi}\,\mathfrak{E} + \frac{\mathfrak{N} e^2}{D}\,\mathfrak{E}$$

oder

(5) $$\varepsilon = 1 + \frac{4\pi \mathfrak{N} e^2}{D} = 1 + \mathfrak{N}\vartheta.$$

Einem konstanten elektrischen Feld gegenüber verhält sich daher die als Ionenagglomerat angesehene Substanz so wie eine Substanz mit einer Dielektrizitätskonstante $\varepsilon > 1$. Die dielektrische Verschiebung ist durch die Ionenverschiebung größer als im ionenfreien Äther. Die Dielektrizitätskonstante ε stellt sich dar als die Summe der Dielektrizitätskonstante des Äthers ($= 1$) und des Produkts aus Ionenzahl pro ccm oder Ionendichtigkeit $\mathfrak{N}$ und einer Größe ϑ, die nur konstante Größen (e und D) enthält, welche für ein Ion charakteristisch sind. Das Produkt $\mathfrak{N}\vartheta$ kann man wohl als Dielektrizitätskonstante der Ionengattung bezeichnen.

Sind noch andere Ionengattungen in der Substanz um Gleichgewichtslagen beweglich, so treten in (5) noch die für diese Gattungen geltenden Produkte $\mathfrak{N}\vartheta$ hinzu, so daß wird

(6) $$\varepsilon = 1 + \mathfrak{N}_1\vartheta_1 + \mathfrak{N}_2\vartheta_2 + \cdots = 1 + \sum \mathfrak{N}_h \vartheta_h$$

(7) $$\vartheta_h = \frac{4\pi e_h^2}{D_h}.$$

Die Dielektrizitätskonstante ε erweist sich hiernach also als eine nur von der Natur der Substanz abhängige konstante Größe. Dies gilt aber nur, wenn die Substanz einem konstanten oder langsam veränderlichen elektrischen Feld unterworfen wird. Wirken schnelle periodische Feldänderungen, so ist das Verhalten des Ionenagglomerats ein komplizierteres.

Die theoretische Mechanik lehrt, daß wenn auf einen Massenpunkt m, der ungedämpfte Eigenschwingungen der Frequenz ω_1 ausführt, also unter dem Einfluß einer nach (1a) gegebenen Direktionskraft steht, eine periodische äußere Kraft der Frequenz ω einwirkt, der Massenpunkt sehr bald in erzwungene Schwingungen versetzt wird, die die Frequenz ω der äußeren Kraft haben, und deren Amplitude derjenigen der äußeren Kraft proportional ist. Wirkt die äußere Kraft $K = K_0 \sin \omega t$, so ist die Elongation des Massenteilchens gegeben durch

$$x = \frac{K_0}{m(\omega_1{}^2 - \omega^2)} \sin(\omega t - \varphi).$$

Das Teilchen schwingt also in gleicher Periode, im allgemeinen mit einer Phasenverschiebung φ gegen die Kraftschwingung.[1]) Lassen wir diese Phasendifferenz außer Acht und berücksichtigen, daß eine der Zeit nach sinusförmige veränderliche elektrische Kraft $\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 \sin \omega t$ auf das Ion die Kraft $e\mathfrak{E}$ in jedem Moment ausübt, so ist demnach die Schwingung des Ions gegeben durch

$$x = \frac{e\,\mathfrak{E}}{m(\omega_1{}^2 - \omega^2)}. \tag{8}$$

Setzen wir deren Wert für die Ionenverschiebung in (2) ein, so erhält man für die Polarisation

$$\mathfrak{P} = \frac{1}{4\pi}\mathfrak{E} + \frac{\mathfrak{N} e^2 \mathfrak{E}}{m(\omega_1{}^2 - \omega^2)} = \frac{\mathfrak{E}}{4\pi}\left(1 + \frac{4\pi e^2 \mathfrak{N}}{m(\omega_1{}^2 - \omega^2)}\right) \tag{9}$$

oder in Berücksichtigung von (1a) und (7)

$$\mathfrak{P} = \frac{\mathfrak{E}}{4\pi}\left(1 + \frac{\mathfrak{N}\vartheta\,\omega_1{}^2}{(\omega_1{}^2 - \omega^2)}\right) = \frac{\varepsilon\,\mathfrak{E}}{4\pi},$$

---

1) Die Theorie der erzwungenen mechanischen Schwingungen eines Massenpunktes ist in jeder Beziehung analog der im § 297 behandelten Theorie der erzwungenen elektromagnetischen Schwingungen. Es sei deshalb auf diesen Paragraphen verwiesen.

woraus für die Dielektrizitätskonstante folgt:

$$\varepsilon = 1 + \frac{\mathfrak{N}\vartheta\omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2}.$$

Führt man statt der Frequenz die Schwingungsdauern T_1 und T oder die ihnen proportionalen Wellenlängen in Luft ein, so wird

$$(10) \qquad \varepsilon = 1 + \frac{\mathfrak{N}\vartheta\, T^2}{T^2 - T_1^2} = 1 + \frac{\mathfrak{N}\vartheta\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2}$$

und wenn statt einer Ionengattung deren mehrere vorhanden sind, analog mit (6)

$$(11) \qquad \varepsilon = 1 + \sum \frac{\mathfrak{N}_h\vartheta_h\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_h^2} = 1 + \sum \frac{\mathfrak{N}_h\vartheta_h}{1 - \frac{\lambda_h^2}{\lambda^2}}.$$

Die hier abgeleitete Beziehung für die Dielektrizitätskonstante zeigt, daß nur für sehr langsame Schwingungen der elektrischen Kraft, die eine gegen die Wellenlänge λ_h der Eigenschwingungen der Ionen große Wellenlänge λ haben, ε eine konstante Größe ist, die den bereits in (6) angegebenen Wert hat. Sobald aber die elektrischen Schwingungen der auf die Substanz treffenden elektrischen Welle so schnell sind, daß $\lambda_h^2 : \lambda^2$ nicht mehr klein gegen 1 ist, so wird ε von der Wellenlänge abhängig, d. h. es tritt Dispersion auf.

348. Die Dispersionsformel. Normale Dispersion. Die Dielektrizitätskonstante ε ist für durchsichtige Medien das Quadrat des Brechungsquotienten n der Substanz. Ist die Substanz als aus mehreren Ionengattungen zusammengesetzt zu betrachten, so wird (11):

$$n^2 = 1 + \frac{\mathfrak{N}_1\vartheta_1\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{\mathfrak{N}_2\vartheta_2\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} + \cdots$$

oder wenn man die Produkte $\mathfrak{N}\vartheta$ abgekürzt als Konstante A schreibt:

$$(12) \qquad n^2 = 1 + \frac{A_1\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{A_2\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} + \cdots$$

Dies ist die unter dem Namen Ketteler-Helmholtzsche Dispersionsformel bekannte Gleichung. Sie stellt den Verlauf des Brechungsquotienten als Funktion der Wellenlänge für alle Substanzen in befriedigender Weise dar. Je nachdem man die

Substanz als aus einer schwingungsfähigen Ionengattung oder deren mehreren zusammengesetzt zu betrachten hat, hat man ein oder mehrere Glieder der Formel zu berücksichtigen. Der Gang des Brechungsquotienten für Xylol ist mit sehr großer Annäherung schon bei Berücksichtigung des auf die Eins folgenden ersten Gliedes dargestellt. In diesem einfachen Falle genügt bereits die Messung von n für zwei verschiedene λ, um die beiden Konstanten A_1 und λ_1 der Dispersionsformel und damit den ganzen Verlauf der Dispersionskurve zu ermitteln. Nach Messungen von Martens ist $A_1 = 1{,}17$ und $\lambda_1 = 0{,}1366\ \mu$. Für $\lambda = \infty$ folgt $n^2_{\lambda=\infty} = 1 + A_1$. Das Quadrat des Brechungsquotienten für unendlich lange Wellen, d. h. die aus Messungen mit elektrischen Schwingungen oder aus statischen Bestimmungen ermittelte Dielektrizitätskonstante muß, um Eins vermindert, die Dispersionskonstante A_1 ergeben. Auch dies stimmt mit dem Experiment, welches $\varepsilon = 2{,}2$ ergibt, gut überein.

Die meisten Substanzen verhalten sich indessen komplizierter, und es sind mehrere Glieder der Dispersionsformel zu berücksichtigen.

Für Streifen, welche schon weit im Ultravioletten liegen, für welche also λ_h sehr klein ist, ist der zugehörige Summand der Dispersionsformel konstant und kann zur Eins hinzugezogen werden. Für viele Substanzen ist daher der Verlauf der Dispersion genügend gut dargestellt durch die Formel:

$$n^2 = A + \frac{A_1 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2}, \tag{13}$$

nämlich dann, wenn diese außer dem Streifen λ_1 noch einen oder mehrere weit im Ultravioletten haben. Für diese Substanzen ist dann:

$$n^2_{\lambda=\infty} = A + A_1 = \varepsilon.$$

Für manche Substanzen hingegen sind eine ganze Reihe der Zusatzglieder in Gleichung (12) zur Darstellung des Dispersionsverlaufs erforderlich und selbst diese noch nicht genügend.

Als Beispiel einer Substanz, bei welcher mehrere Eigenschwingungen zu berücksichtigen sind, sei der Quarz angeführt. Für ihn liegen Angaben von Ketteler und von Rubens und Nichols vor. Man kann danach seine Dispersion gut durch die Gleichung (12) mit drei Zusatzgliedern darstellen. Die Konstanten

A und λ_1 sind dabei aus dem Gang der Dispersion berechnet, die Konstanten λ_1 und λ_2 aus der Beobachtung der metallischen Reflexion entnommen worden. Es ist für den ordentlichen Lichtstrahl:

$$A_1 = 1{,}003 \qquad \lambda_1{}^2 = 0{,}010627 \qquad \lambda_1 = \text{ca. } \frac{1}{10}\,\mu \text{ berechnet.}$$

$$\left.\begin{array}{lll} A_2 = 0{,}565 & \lambda_2{}^2 = 78{,}22 & \lambda_2 = 8{,}85\,\mu \\ A_3 = 1{,}66 & \lambda_3{}^2 = 430{,}56 & \lambda_3 = 20{,}75\,\mu \end{array}\right\} \text{beobachtet.}$$

Die Summe der drei Konstanten A um Eins vermehrt, soll gleich $n^2_{\lambda=\infty}$, also gleich der Dielektrizitätskonstante ε sein. Es ist

$$1 + A_1 + A_2 + A_3 = 4{,}23,$$

während für ε aus elektrischen Messungen sich der Wert 4,55 ergeben hat. Die kleine Abweichung kann von geringen Ungenauigkeiten in der Konstantenbestimmung herrühren, oder auch durch ferne Absorptionsstreifen im Ultraviolett veranlaßt sein, die ja, wie eben gesagt wurde, den Einfluß haben, daß an Stelle der Eins eine andere Konstante A zu schreiben ist. Diese weicht jedenfalls hier nur sehr wenig von der Eins ab.

Man findet in der Literatur die Dispersionsgleichung häufig in etwas anderer Form, welche in den einzelnen Summanden im Zähler nicht mehr die Veränderliche λ enthält. Man kann nämlich die Gleichung (12) schreiben:

$$n^2 = 1 + A_1 + A_2 + A_3 + \cdots + \frac{A_1\lambda_1{}^2}{\lambda^2 - \lambda_1{}^2} + \frac{A_2\lambda_2{}^2}{\lambda^2 - \lambda_2{}^2} + \frac{A_3\lambda_3{}^2}{\lambda^2 - \lambda_3{}^2} + \cdots$$

oder

$$n^2 = B + \frac{B_1}{\lambda^2 - \lambda_1{}^2} + \frac{B_2}{\lambda^2 - \lambda_2{}^2} + \frac{B_3}{\lambda^2 - \lambda_3{}^2} + \cdots$$

Hierin ist $B = n^2_{\lambda=\infty} = \varepsilon$. Rubens und Nichols geben folgende Konstanten $B_h, \lambda_h{}^2$ an, aus welchen die obigen Zahlen hier umgerechnet worden sind, mittels der Beziehungen $A_1\lambda_1{}^2 = B_1$ etc.

$$\begin{array}{ll} B_1 = 0{,}010654, & \lambda_1{}^2 = 0{,}010627, \\ B_2 = 44{,}224, & \lambda_2{}^2 = 78{,}22, \\ B_3 = 713{,}55, & \lambda_3{}^2 = 430{,}56. \end{array}$$

Im ultravioletten Teil des Spektrums ist der Gang der Dispersion auch von einer Reihe von Beobachtern messend verfolgt und insbesondere von F. F. Martens Konstantenbestimmungen der Ketteler-Helmholtzschen Formel ausgeführt worden.

Für das äußerste ultraviolette Ende des Spektrums, d. h. λ = angenähert Null, ergibt die Formel (12)

$$n^2_{\lambda=0} = 1 .$$

In diesem Gebiet findet also keine Brechung und Dispersion mehr statt. Vielleicht sind die Roentgenstrahlen und die γ-Strahlen des Radiums, welche beide bekanntlich keine Brechung erfahren, als so kurzwelliges Licht anzusehen.

349. Anomale Dispersion. Einfluß einer Reibungskraft auf die Ionenbewegung. Reststrahlen. Für eine Stelle des Spektrums, wo die Wellenlänge gleich derjenigen einer Eigenschwingung der Ionen ist ($\lambda = \lambda_h$), würde aus der Ketteler-Helmholtzschen Dispersionsformel ein Sprung des Brechungsquotienten von $-\infty$ nach $+\infty$ folgen. Es würde sich aus der Formel ein Gang des Brechungsquotienten n ergeben, wie ihn die ausgezogene Kurve 1 in Fig. 293 darstellt. Die Kurve weist nahe an dem Streifen metallischer Reflexion, d. h. nahe an der Wellenlänge der Eigenschwingung eine starke Veränderlichkeit von n auf und im Streifen selbst eine Unstetigkeitsstelle. Es ist hier indessen zu bemerken, daß an solchen Stellen die Ketteler-Helmholtzsche Formel ihre Gültigkeit verliert. Die Theorie bedarf einer Erweiterung, die hier nur angedeutet werden möge. Wir hatten zur Ableitung der Formel angenommen, daß die Eigenschwingungen der Ionen ungedämpfte sind. In einem solchen Fall würde aber eine periodische Kraft von der Eigenperiode der Ionen ein unendlich starkes Mitschwingen, unendlich große Elongationen der Teilchen erzeugen und damit den unendlich großen Einfluß hervorrufen, der die Unstetigkeit des Brechungsquotienten zur Folge hat. Dieser Fall tritt aber in der Natur niemals ein; die Bewegung der Ionen ist wie alle irdischen Bewegungen eine gedämpfte, indem die Schwingungen

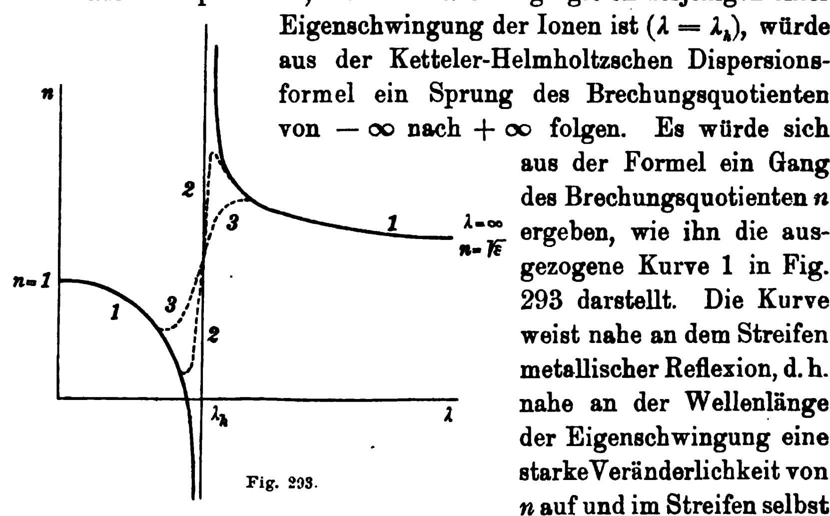


Fig. 293.

teils durch Reibung, teils durch Ausstrahlung elektromagnetischer Energie in die Umgebung an Energie einbüßen und dadurch zu gedämpften werden. Dadurch verliert ihr Einfluß aber auch an Kraft, die unendlich große Veränderlichkeit des Brechungsquotienten am Streifen metallischer Reflexion verschwindet, es bleibt nur noch eine endliche und stetige Veränderlichkeit übrig, welche je nach dem Grad der Dämpfung der Eigenschwingungen mehr oder weniger groß ist. Die gestrichelten Kurven 2 und 3 in Fig. 293 zeigen, wie sich die Dispersion infolge der Dämpfung der Ionenschwingungen in Wirklichkeit etwa gestaltet, und zwar Kurve 2 für geringe Dämpfung, Kurve 3 für stärkere Dämpfung.

Die Kurven zeigen jedenfalls stets einen von dem regelmäßigen stark abweichenden Verlauf.

In diesem Gebiet nennt man die Dispersion daher **anomale Dispersion**. Sie ist von Christiansen, Kundt, Pflüger an festen Anilinfarbstoffen und deren Lösungen, von R. W. Wood am Natriumdampf experimentell beobachtet und messend verfolgt worden.

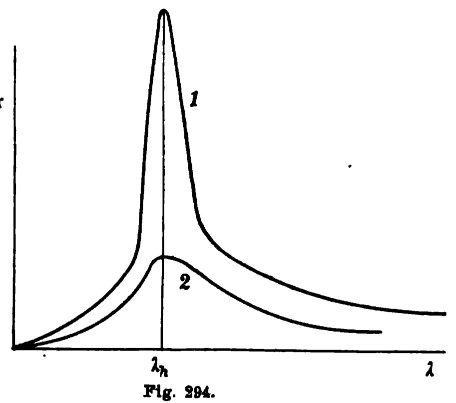


Fig. 294.

Das anomale Dispersionsgebiet ist bei dem leuchtenden Natriumdampf sehr schmal, es besteht aus zwei scharfen Streifen, die die Lage der D-linien haben. Es entspricht dies Verhalten einer relativ geringen Dämpfung der schwingenden Teilchen, welche eine scharfe, ausgeprägte Resonanz zeigen. In festen oder flüssigen Körpern sind die anomalen Gebiete wesentlich breiter entsprechend einer unschärferen Resonanzerscheinung an gedämpften Resonatoren. Die Reibung bewirkt einen teilweisen Umsatz der Schwingungsenergie in Wärme; es findet daher im Gebiet anomaler Dispersion außer der starken Brechung und **metallischen Reflexion** auch eine besonders kräftige **anomale Absorption** statt. In Fig. 294 zeigen die beiden Kurven den Verlauf des Absorptionskoeffizienten k am Streifen für geringe

(Kurve 1) und starke Dämpfung (Kurve 2) der Teilchen. Die relativ schwache normale Dispersion und Absorption in einer isolierenden Substanz rührt nach unseren Auseinandersetzungen also von dem Einfluß her, den die starke anomale Dispersion und Absorption noch bis in entfernte Spektralgebiete ausüben.

Es ist noch zu bemerken, daß für eine Reihe von festen Substanzen Streifen metallischer Reflexion auch experimentell ermittelt worden sind. So haben Rubens und Nichols beispielsweise gefunden, daß, wie eben schon erwähnt, Quarz die Wellenlängen 8,85 (genauer 8,5 und 9,2) und 20,75 μ metallisch reflektiert. Rubens fand ferner Streifen metallischer Reflexion für

Flußspat	24 μ, 31,6 μ,
Steinsalz	51,2 μ,
Sylvin	61,1 μ.

Die beiden letzteren Zahlen sind neuerdings von ihm gemeinsam mit Hollnagel (H. Rubens u. H. Hollnagel Berl. Ber. 1910, p. 26) einer Korrektur unterzogen worden. Untersuchungen mit einem Interferometer zeigten, daß die beiden Streifen je aus zwei bestehen. Gleichzeitig hat die Erweiterung der Beobachtung auf zwei weitere Substanzen, Brom- und Jodkalium die längsten bisher beobachteten Wärmestrahlen ergeben. Es bedeuten in der folgenden Zusammenstellung der neuen Resultate λ_1, λ_2 die Wellenlängen der Einzelstreifen, λ_0 die mittlere Wellenlänge der reflektierten Strahlenart, die wegen der verschiedenen Intensität der beiden Streifen nicht als das arithmetische Mittel erscheint.

	λ_1	λ_2	λ_0
Steinsalz	53,6	46,9	51,7 μ,
Sylvin	62,0	70,3	63,4,
Bromkalium	86,5	75,6	82,3,
Jodkalium	—	—	96,7.

Läßt man ein Bündel von Licht- bzw. Wärmestrahlen daher mehrfach an Sylvinflächen reflektieren, so werden, da alle Wellenlängen bei jeder Reflexion nur teilweise reflektiert und nur die Wellenlängen 62,0 und 70,3 μ vollständig zurückgeworfen werden, in dem mehrfach reflektierten Strahlenbündel nur noch diese letzteren Wellenlängen enthalten sein. Mit diesen langwelligen

sog. Reststrahlen des Sylvins sind von den Herren Rubens und Du Bois Versuche angestellt worden, welche bereits ganz das Verhalten elektromagnetischer Wellen zeigen. So konnte z. B. ein erheblicher Unterschied in der Durchlässigkeit eines feinen Drahtgitters beobachtet werden, je nachdem man dieses mit seinen Drähten parallel oder senkrecht zur Reflexionsebene stellte. Mit diesen Reststrahlen, für welche sich Quarz schon wieder durchlässig erweist, konnte der Brechungsquotient dieser Substanz zu 2,18 bestimmt werden. Sein Quadrat ist mit der Dielektrizitätskonstante 4,55 nahe übereinstimmend, ein direkter Beweis der Richtigkeit der Maxwellschen Beziehung für unendlich lange Wellen mit Hilfe von Wärmestrahlen. Für Quarz befindet man sich bei 60^{μ} bereits weit aus dem Gebiet anomalen Verhaltens heraus.

350. Strengere Dispersionstheorie. Erweiterung auf Metalle. Die Erklärung der Dispersion des Lichts auf Grund von Resonanzerscheinungen kleiner Teilchen ist zuerst von H. v. Helmholtz 1874 vom mechanischen Standpunkt aus gegeben worden. Seitdem sind noch von mehreren anderen Autoren, sowohl vom mechanischen wie vom elektrischen Standpunkt aus Theorien der Dispersionserscheinungen ausgearbeitet worden. Die hier vorgetragene Theorie der Dispersion rührt von P. Drude her. Nicht streng richtig ist in ihr, daß für die treibende Kraft, welche die Ionen in Bewegung setzt, einfach die elektrische Kraft der Lichtwelle gesetzt wurde. Es ist nämlich zu berücksichtigen, daß die geladenen Teilchen auch aufeinander einwirken und die elektrische Feldstärke beeinflussen. Die Theorie der Dispersion unter Beachtung dieses Umstandes ist unter Annahme einer Ionengattung zuerst von H. A. Lorentz, dann von M. Planck durchgeführt worden. Für das Zustandekommen der Dämpfung der Ionenschwingungen nimmt Planck in seiner Theorie, indem er von einer eventuellen Reibung absieht, als alleinige Ursache die Ausstrahlung elektromagnetischer Energie an.

Auch für Metalle, die in genügend dünnen Schichten ja auch lichtdurchlässig sind und die das Licht in einem von der Farbe desselben abhängigen Betrage brechen, reflektieren und absorbieren, hat man die hier vorgetragene Theorie als gültig

anzusehen, nur mit der Erweiterung, daß außer den gebundenen, um feste Lagen schwingenden Ionen auch noch solche anzunehmen sind, die sich frei bewegen können. Es sind dies dieselben Teilchen, deren Bewegung man die Fortleitung der Elektrizität im Metall zuzuschreiben hat. Schon wegen des von Metall zu Metall verschieden guten Leitvermögens hat man auch gegen die Bewegung dieser Teilchen Reibungswiderstände anzunehmen. Diese sind es, welche die Absorption der Licht- und Wärmestrahlen im gesamten Spektrum veranlassen. Die Durchführung der Theorie ergibt hier, daß die Maxwellsche Formel des § 342 für die Metallreflexion nur angenähert gültig ist, bei Vernachlässigung des Einflusses der gebundenen Teilchen um so angenäherter, je schlechter das Metall leitet, und je größer die Wellenlänge des Lichtes ist. Hierin ist die Erklärung der im sichtbaren Gebiet von Hagen und Rubens gefundenen Abweichungen zu finden. (§ 343.)

351. Lichtemission. Zeemaneffekt. Wie im Vorherigen auseinandergesetzt, sieht man die Dispersion des Brechungsquotienten als veranlaßt an durch die Resonanz schwingender geladener kleinster Teilchen, aus welchen man sich die Atome der wägbaren Körper zusammengesetzt zu denken hat. Diese Teilchen sind infolge der Temperatur des Körpers in beständigem Schwingen begriffen und haben je nach dem Grad ihrer Dämpfung eine mehr oder weniger bestimmte Periode ihrer Eigenschwingung. Jedes schwingende Teilchen sendet dabei elektromagnetische Wellen in Form von Wärmewellen aus, und unter geeigneten Bedingungen, z. B. bei genügender Erhitzung des Körpers, werden diese als Lichtwellen sichtbar. Es ist ohne weiteres verständlich, daß ein Körper diejenige Wellenlänge, auf welche seine Teilchen Resonanz zeigen, welche er also vorwiegend absorbiert, auch am meisten emittiert. Die Salze z. B. des Cer, Lanthan, Didym zeigen im blauen Gebiet scharfe Absorption, eine Eigenschaft, die sie auch im Glühzustande beibehalten. Die Folge davon ist, daß sie glühend vorwiegend das bläuliche Licht aussenden, welches wir am Auerbrenner kennen. Ganz besonders gut zeigt sich diese Erscheinung an den glühenden Metalldämpfen, deren Eigenschwingungen wir als wenig gedämpfte kennen lernten. Eine

Natriumflamme emittiert die gleichen (D-)Linien 589,0 und 589,6$^{\mu\mu}$, welche sie scharf anomal absorbiert. Wir haben also das Licht der Spektrallinien glühender Metalldämpfe anzusehen als wenig gedämpfte Schwingungen geladener kleinster Teilchen.

Einen überaus wichtigen Beweis hierfür hat Zeeman erbracht, indem er experimentell fand, was H. A. Lorentz vorausgesagt hatte, nämlich daß die Lichtschwingungen leuchtender Metalldämpfe beeinflußt werden, wenn man die Lichtquelle einem starken Magnetfeld aussetzt, und zwar derart beeinflußt, wie man es unter der Annahme, daß bewegte negative Ladungen das Leuchten verursachen, vorhersagen kann. Die quantitative Messung der Größe des Zeemaneffekts hat weiter Schlüsse von hervorragender Wichtigkeit auf die Natur der schwingenden Teilchen zu ziehen erlaubt.

Wir geben im folgenden eine von H. A. Lorentz herrührende elementare Erklärung des Zeemanschen Phänomens wieder, und bemerken, daß dasselbe von ihm bereits längere Zeit vorher aus der Hypothese der Ionenschwingungen vorausgesagt worden war.

352. Elementare Ableitung des Zeemaneffekts. **I. Fall. Lichtstrahl in Richtung des magnetischen Feldes.** Das Leuchten des Gases in beispielsweise einer Natriumflamme wird nach der auseinandergesetzten Anschauung hervorgerufen durch Schwingungen geladener kleiner Teilchen. Diese Schwingungen finden, da das Licht der Flamme unpolarisiert, sog. natürliches Licht, ist, in allen beliebigen Richtungen statt. Blicken wir aber in einer bestimmten Richtung auf einen Punkt der Flamme, so erregen in uns Lichtempfindung nur die auf der Blickrichtung senkrechten Schwingungskomponenten. Die in der Blickrichtung liegenden Komponenten wären longitudinale Schwingungen, sie pflanzen sich nicht als Lichtwellen fort. Einen natürlichen Lichtstrahl kann man nun ersetzt denken durch linear polarisierte Strahlen aller möglichen Polarisationsrichtungen, jede lineare Schwingung aber weiterhin als gebildet ansehen durch zwei zirkulare Schwingungen von entgegengesetztem Drehungssinn, weil zwei entgegengesetzt gerichtete, gleichschnelle Kreisbewegungen von gleichem Radius

sich zu einer geradlinigen schwingungsförmigen Hin- und Herbewegung zusammensetzen. Jede der Kreisbewegungen setzt sich nämlich aus zwei aufeinander senkrechten, z. B. einer horizontalen und einer vertikalen, Schwingungsbewegung zusammen, deren eine eine Phasendifferenz von 90^0 gegen die andere hat. Eilt bei der einen Kreisbewegung die horizontale Schwingung der vertikalen voraus, so hinkt sie bei der anderen Kreisbewegung nach. Bei der Zusammensetzung der Schwingungen heben sich dann die horizontalen Schwingungsbewegungen, weil in jedem Moment entgegengesetzt gerichtet, auf, während die vertikale Resultierende die doppelte Amplitude der Kreisbewegung hat. Jeden beliebigen natürlichen Lichtstrahl kann man sich also durch zwei entgegengesetzt zirkular polarisierte Strahlen ersetzt denken. (Analoge Betrachtung im Schlußabsatz des § 266.)

Fragen wir uns nun, welche Kräfte auf ein sich in kreisförmiger Bahn bewegendes, geladenes Teilchen ohne Magnetfeld und in einem Magnetfeld ausgeübt werden, dessen Kraftlinien senkrecht auf der Ebene der Kreisbahn stehen. Ohne Magnetfeld sind es zwei Kräfte, welche entgegengesetzt gerichtet sind und sich das Gleichgewicht halten. Nach dem Zentrum des Kreises mit dem Radius ϱ wirkt die das Teilchen nach der Gleichgewichtslage treibende, der Entfernung aus letzterer proportionale Kraft $D\varrho$, vom Zentrum fort die Zentrifugalkraft $m\omega^2\varrho$, wenn ω die Winkelgeschwindigkeit der Bewegung ist. Es ist also:

(1) Ohne Magnetfeld: $m\omega^2\varrho = D \cdot \varrho.$

Wird das Magnetfeld erregt, so treibt dieses das Ion der einen Kreisbahn nach dem Zentrum hin, die Zentripetalkraft vergrößernd. Das in entgegengesetzter Richtung sich bewegende Ion wird mit der gleichen Kraft durch das Magnetfeld in der Richtung des Radius nach außen getrieben, seine Zentrifugalkraft vermehrt. Die Größe der durch das Magnetfeld ausgeübten Kraft ist gegeben durch das Produkt aus Feldstärke H, Ladung e (in elektromagnetischen Einheiten) und Geschwindigkeit v des Teilchens, weil eine Ladung e, die sich mit der Geschwindigkeit v bewegt, sich verhält wie ein Stromteil der Länge v, durchflossen vom Strom e. Die Folge der

Wirkung des Magnetfeldes ist also, daß die eine zirkulare Bewegung auf etwas kleinerem (Radius ϱ_r), die andere auf etwas größerem Kreise (Radius ϱ_l) erfolgen wird, als ohne Magnetfeld. Die Geschwindigkeit v der Bewegung muß dabei aber für jedes Ion gleich bleiben, weil die vom Magnetfeld ausgeübte Kraft senkrecht zur Bewegungsrichtung steht, daher weder beschleunigend noch verzögernd wirken kann. Es wird daher die eine zirkulare Schwingung eine größere, die andere eine kleinere Periodenzahl erhalten. Die Winkelgeschwindigkeiten werden die Bedingungen erfüllen:

$$\varrho_l \omega_l = \varrho_r \omega_r. \tag{2}$$

Auch die Richtung der Kräfte können wir nach der Ampèreschen Regel bestimmen. Blickt man in der Richtung des magnetischen Feldes, so muß das links herum sich bewegende + geladene Teilchen entsprechend einem entgegengesetzt dem Uhrzeiger fließenden Strom nach außen abgelenkt werden, also einen Zuwachs an Zentrifugalkraft erfahren, während das rechts herum sich bewegende Teilchen eine Verminderung derselben erleiden muß. Es gilt also im erregten Magnetfeld, dessen Kraftlinien in Blickrichtung verlaufen:

$$\begin{aligned} m\omega_l^2 \varrho_l + He\omega_l \varrho_l &= D\varrho_l \\ m\omega_r^2 \varrho_r - He\omega_r \varrho_r &= D\varrho_r. \end{aligned} \tag{3}$$

Die Indizes l und r gelten für die links- und rechtszirkulare Bewegung. Aus (3) und (1) folgt:

$$\begin{aligned} m\omega_l^2 + He\omega_l &= m\omega^2 \\ m\omega_r^2 - He\omega_r &= m\omega^2 \quad \text{oder:} \end{aligned}$$

$$\omega_l^2 - \omega^2 = -H\frac{e}{m}\omega_l = (\omega_l + \omega)(\omega_l - \omega) = 2\,\omega_l(\omega_l - \omega)$$

$$\omega_r^2 - \omega^2 = +H\frac{e}{m}\omega_r = (\omega_r + \omega)(\omega_r - \omega) = 2\,\omega_r(\omega_r - \omega)$$

indem man in der Summe der ω, ohne Fehler zu begehen, ω_l bzw. ω_r statt ω setzen kann.

Es folgt daher:

$$\begin{aligned} \omega_l - \omega &= -\tfrac{1}{2} H \frac{e}{m} \\ \omega_r - \omega &= +\tfrac{1}{2} H \frac{e}{m}. \end{aligned} \tag{4}$$

Führt man endlich statt ω die Schwingungszahl ν in der Sekunde ein, welche durch die Beziehung

$$\omega = 2\pi\nu$$

mit ω verbunden ist, so erhält man für die Differenzen der Schwingungszahlen der rechts- bzw. linkszirkularen Schwingung im Magnetfeld gegen die Schwingungszahl ohne Magnetfeld:

$$(5)\qquad \begin{aligned} \nu_l - \nu &= -\frac{1}{4\pi} H \cdot \frac{e}{m} \\ \nu_r - \nu &= +\frac{1}{4\pi} H \cdot \frac{e}{m}. \end{aligned}$$

Das Resultat der Theorie ist, kurz zusammengefaßt, folgendes:

Unterwirft man ein leuchtendes Gas der Wirkung eines kräftigen Magnetfeldes, so erscheinen einem Beobachter, welcher in der Richtung des Magnetfeldes blickt, die Spektrallinien verdoppelt. Jede der beiden auftretenden Linien ist zirkular polarisiert, die eine rechts, die andere links. Die Größe der Linienverschiebung im Spektrum ergibt sich aus (5) der Feldstärke und der spezifischen Ladung der schwingenden geladenen Teilchen proportional.

II. Fall. Lichtstrahl in Richtung senkrecht zum Magnetfeld. Zur Erklärung der hier eintretenden Erscheinung denkt man sich jede Schwingung eines leuchtenden Teilchens zerlegt in zwei lineare Komponenten, eine in Richtung der Feldlinien, die andere senkrecht dazu. Die erstere Komponente wird vom Feld unbeeinflußt bleiben, weil keinerlei elektromagnetische Wirkung eines Magnetfelds auf einen in seiner Richtung fließenden Strom stattfindet. Die andere lineare Komponente, welche senkrecht auf der Feldrichtung ist, denkt man sich wie vorher in zwei zirkulare Schwingungen zerlegt, deren Bahnen senkrecht zu den Feldlinien verlaufen. Diese Schwingungen werden vom Magnetfeld, wie vorher auseinandergesetzt, beeinflußt, die Periodenzahl der einen wird vergrößert, die der anderen verkleinert. Der senkrecht zu den Feldlinien blickende Beobachter sieht aber nicht die Kreisbahnen als solche, sondern sieht sie von der Seite her zu Linien verkürzt; an Stelle von zwei zirkularen Schwingungen also zwei lineare senkrecht

zu den Feldlinien stattfindende Schwingungen etwas verschiedener Periodenzahl. Der theoretisch vorherzusagende Effekt ist also folgender:

Einem Beobachter, welcher in der Richtung senkrecht zum Magnetfeld blickt, erscheint jede Spektrallinie verdreifacht. Zwischen zwei gleich polarisierten Linien, deren elektrische Schwingungen senkrecht zu den magnetischen Feldlinien stattfinden, liegt an derselben Stelle wie ohne Magnetfeld eine dritte senkrecht polarisierte mit in der Feldrichtung liegender elektrischer Kraft. Der Abstand der äußeren Linien ist der gleiche wie der Abstand der Linien in Fall I.

Die wirkliche Bahn, in welcher sich die geladenen Teilchen im Magnetfeld bewegen, ist kompliziert. Sie ergibt sich aus der Übereinanderlagerung zweier entgegengesetzter Kreisbahnen, welche verschieden schnell durchlaufen werden. Über das Aussehen der wirklichen Bewegung des Teilchens und über die Entstehung derselben aus einer ohne Magnetfeld linearen Schwingung gibt Fig. 295 eine ungefähre Vorstellung. Nehmen wir an, ein negativ geladenes Teilchen habe seine Ruhelage in O und schwinge ohne Magnetfeld längs der geraden Linien LL hin und her. Wir verfolgen jetzt die Bahn des seine Bewegung von O aus nach oben gerade beginnenden Teilchens, wenn es einem Magnetfeld ausgesetzt wird, dessen Richtung senkrecht zur Ebene des Papiers ist. Das Teilchen gelangt auf der nach links konvexen Kurve nach A, von dort aus auf dem anderen Schleifenteil nach O zurück, darüber hinaus nach B, zurück über O nach C usf. nach O, D, O, E, O, F, O, G usw. Die Krümmungen sind weit übertrieben gezeichnet, in Wahrheit

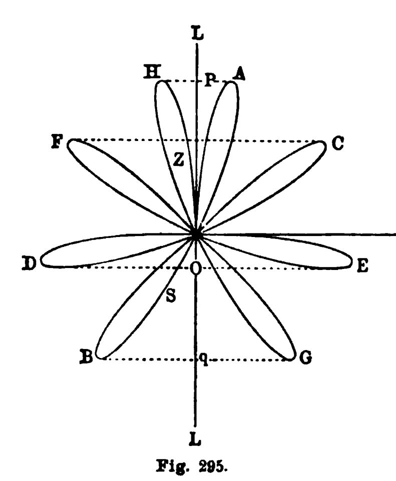


Fig. 295.

wird die Bahn nur wenig von einer geraden Linie abweichen, welche aber fortwährend ihre Lage ändert, indem sie um O sich dreht. Ein in s befindlicher Beobachter nimmt nur die transversale Bewegung als Licht wahr, d. h. nur die auf die Richtung OL projizierte Komponente der genannten Bewegung. Diese ist, wie aus der Betrachtung hervorgeht, eine periodisch an Intensität schwankende, d. h. schwebende Schwingungsbewegung, welche als aus zwei Schwingungen verschiedener Periode entstanden anzusehen ist. Beide sind transversal und nach der Richtung L polarisiert. Die senkrecht zur Zeichnungsebene stattfindende, für s auch transversale, daher als Licht wahrgenommene Schwingungsbewegung wird vom Magnetfeld nicht beeinflußt. So erklärt sich das einem Beobachter in s erscheinende Linientriplet.

353. Folgerungen aus dem beobachteten Zeemaneffekt. Bestimmung des Quotienten $\frac{e}{m}$. Elektronen. Die im vorigen Paragraphen theoretisch aus der Annahme bewegter geladener Teilchen vorausgesagten Erscheinungen sind nun experimentell, zuerst durch Zeeman, nach ihm durch eine große Reihe weiterer Forscher, wirklich beobachtet und quantitativ verfolgt worden. Es sei gleich hinzugefügt, daß die Beobachtungsergebnisse nicht in allen Fällen die Einfachheit unserer theoretischen Resultate haben, es sind vielmehr nur relativ wenig Linien, welche eine einfache Zwei- bzw. Dreiteilung zeigen, die meisten Spektrallinien zerfallen in komplizierterer Weise, in sechs, ja neun und noch mehr Komponenten. Dies weist wohl darauf hin, daß wir die Grundannahmen etwas zu modifizieren haben, kann aber natürlich die Theorie selbst in keiner Weise erschüttern. Es ist vielmehr die experimentelle Entdeckung des Zeemaneffekts eine glänzende Bestätigung der Hypothese von der Entstehung der Lichtschwingungen durch bewegte geladene Teilchen und bedeutet damit einen der größten Fortschritte unserer Erkenntnis vom Wesen des Lichts und der Materie.

Fig. 296 zeigt, wie die Schwingungen zum Magnetfeld orientiert sind. Der Lichtstrahl ist von hinten nach vorn verlaufend gedacht, man sieht ihm also entgegen. Das Experiment

ergibt, daß im Duplet stets die nach dem violetten Ende des Spektrums verschobene Linie links-, die nach dem roten Ende verschobene Linie rechtszirkular polarisiert ist. Es ist also

$$\nu_l > \nu > \nu_r,$$

mithin muß nach der Formel (5) des vorigen Paragraphen die Ladung e der angenommenen Teilchen negativ sein.

Das Triplet, welches senkrecht zum Magnetfeld gesehen wird, ist aus technischen Gründen der genauen Beobachtung leichter zugänglich als das in der Feldrichtung, also durch die durchbohrten Polschuhe des großen Elektromagneten hindurch zu betrachtende Duplet. Senkrecht zum Magnetfeld sind daher die genauesten Messungen ausgeführt worden. Nach Formel (5) konnte dann aus dem beobachteten Linienabstand und dem bestimmten Magnetfeld der Quotient $\frac{e}{m}$, die sog. spezifische Ionenladung, d. i. die am Gramm haftende Ladung in elektromagnetischen Einheiten berechnet werden. Zeeman fand aus dem Triplet der grünen Kadmiumlinie

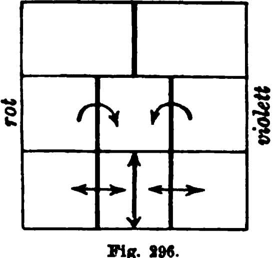


Fig. 296.

$$\frac{e}{m} = -2{,}5 \cdot 10^7$$

aus dem Triplet einer Natriumlinie den ähnlichen Wert

$$\frac{e}{m} = -1{,}6 \cdot 10^7.$$

Diese Zahl ist noch etwa 2000 mal größer als die größte an einem elektrolytischen Ion, nämlich dem Wasserstoff, vorkommende spezifische Ionenladung (siehe § 114). Nehmen wir an, daß auch an den hier optisch wirksamen Teilchen die gleiche Elementarladung e haftet, wie an den einwertigen elektrolytischen Ionen, so müssen wir schließen, daß die hier in Frage kommenden Teilchen noch ca 2000 mal kleinere Masse haben als die leichtesten der elektrolytischen, nämlich die Wasserstoffionen. Bei mehreren anderen, völlig verschiedenen

elektrischen Erscheinungen, welche aber auch nur durch bewegte, negative Ladungen zu erklären sind, hat man nun diese gleichen kleinen Teilchen mit demselben hohen Wert der spezifischen Ladung wiedergefunden, und ist dadurch zu der Überzeugung einer realen Existenz dieser Ur-Teilchen der Materie gelangt, denen deshalb ein besonderer Name, Elektronen, zuerteilt worden ist. Wir haben demnach das Licht als durch Elektronenschwingungen erzeugt anzusehen. Nach der Anschauung der modernen Elektronentheorie haben die Elektronen eine universelle Existenz: sie im Verein mit den positiv geladenen Ionen, welche man bisher aber noch nicht mit Sicherheit in dieser Kleinheit zu beobachten Gelegenheit hatte, bauen die ungeladenen Atome, die Moleküle, die Materie auf. So sind es auch die Elektronen, welche, sei es allein oder an positiv geladene Ionen oder an ungeladene Atome gekoppelt, die optische Dispersion und Absorption, welche jede Materie zeigt, veranlassen. In ihrer Bewegung hat man ferner die Ursache der Elektrizitäts- und Wärmeleitung zu erblicken, und losgelöst von aller Materie treten sie uns in meist ungeheuer schneller Bewegung als Kathodenstrahlen in Entladungsröhren oder als die sog. β-Strahlen von radioaktiven Körpern ausgeschleudert entgegen. In den folgenden letzten Abschnitten dieses Buches werden wir die Wirkungsweise der Elektronen noch näher kennen lernen. Ihre Ladung ist die kleinste in der Natur vorkommende Elektrizitätsmenge, sie ist das Elementarquantum der Elektrizität, und ihre Masse ist die kleinste aller bekannten Massenteilchen, sie ist das Urquantum der Masse. (Hierüber siehe besonders den letzten Abschnitt dieses Buchs.)

354. Umkehrung des Zeemaneffekts. Normale und anomale magnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichts. In den letzten Paragraphen wurde die Emission einer im Magnetfeld befindlichen Lichtquelle untersucht. Wir wollen jetzt uns nach der Absorption eines leuchtenden Metalldampfes fragen. Nehmen wir z. B. den Fall einer Bunsenschen Natriumflamme. Die Elektronen im leuchtenden Natriumdampf haben zwei Eigenschwingungen, diejenigen der beiden D-linien. Fällt von außen Licht der gleichen Periodenzahl auf die Flamme,

so werden die Elektronen in Resonanzschwingungen geraten, was sich in einer kräftigen Absorption des Lichtes äußern wird. Von außen einfallendes Licht anderer Frequenz wird dagegen die Flamme ungehindert passieren, so daß das kontinuierliche Spektrum einer Bogenlampe, durch eine Natriumflamme betrachtet, an der Stelle der *D*-linien zwei scharfe dunkle Streifen aufweist (Umkehr der *D*-linien). Dies ist die bekannte Erklärung der dunklen Fraunhoferschen Linien im Spektrum des Sonnenlichts. Die glühenden Metalldämpfe der äußeren Sonnenatmosphäre absorbieren von dem aus dem Inneren des Sonnenballes kommenden Licht die ihren Emissionslinien entsprechenden Wellenlängen. Wird der leuchtende Metalldampf in ein Magnetfeld gebracht, so teilt sich jede Emissionslinie infolge des Zeemaneffekts in mehrere je nach der Sehrichtung zirkular oder linear polarisierte Linien. Das gleiche geschieht in analoger Weise mit den Absorptionslinien, an Stelle jeder Emissionslinie wird gerade das ihr entsprechende Licht absorbiert. Wo also der Dampf, in Magnetrichtung gesehen, eine links zirkular polarisierte Emissionslinie hat, wird linkszirkular polarisiertes Licht besonders stark absorbiert, und es bleibt von dem einfallenden Licht nur der rechtszirkulare Bestandteil bestehen. Eine Absorptionslinie der Flamme zerfällt also im Magnetfeld, in Richtung der Kraftlinien gesehen, in zwei nach je einer Seite des Spektrums verschobene Absorptionslinien, an deren Stelle aber das Licht jetzt partiell hindurchgelassen wird, rechtszirkular an Stelle des einen, linkszirkular an Stelle des anderen Absorptionsstreifens. In Richtung senkrecht zum Magnetfeld gesehen, erscheinen an Stelle eines ohne Feld gesehenen Absorptionsstreifens entsprechend dem Zeemanschen Triplet deren drei, an deren Stelle das Licht aber partiell, und zwar linear polarisiert, hindurchgelassen wird.

Die Wirkung des Magnetfelds ist nach der gegebenen Erklärung eine Vergrößerung bzw. Verkleinerung der das in Kreisbahn schwingende Elektron nach der Gleichgewichtslage treibenden Direktionskraft. Es resultiert aus diesem Einfluß des Magnetfelds eine Änderung der Periode der Eigenschwingung des Elektrons, eine Vergrößerung der Periodenzahl aus einer Vergrößerung der Direktionskraft und umgekehrt, so daß also das

rechtszirkular und das linkszirkular schwingende Elektron die entgegengesetzte Beeinflussung ihrer Schwingungszahl erfahren. Es ist aber noch eine weitere, experimentell schon von Faraday beobachtete Erscheinung jetzt ohne weiteres zu erklären, nämlich die Drehung, welche die Polarisationsebene eines Lichtstrahls in einem Magnetfeld erleidet. Wie in einem stärker elastischen Medium, d. h. in einem Medium, dessen Teilchen mit größerer Kraft nach ihrer Gleichgewichtslage gezogen werden, eine elastische Welle sich schneller fortpflanzt als in einem weniger elastischen Stoffe, so wird auch in einem aus schwingungsfähigen Elektronen aufgebauten Material eine elektromagnetische Welle sich schneller fortpflanzen müssen, wenn die Elektronen stärker nach ihrem Schwingungsmittelpunkt gezogen werden. In einem Magnetfeld muß daher nach dem Vorigen die eine zirkulare Schwingung sich schneller in dem Medium ausbreiten als die andere, bei welcher die Kreisbahn in entgegengesetzter Richtung durchlaufen wird. Tritt nun ein linear polarisierter Lichtstrahl in ein aus Elektronen aufgebautes Medium, so werden diese zu erzwungenen Schwingungen von der Periode des einfallenden Lichts angeregt, und es pflanzen sich die beiden zirkularen Komponenten, in welche die Schwingungen zerlegt gedacht werden können, im allgemeinen mit gleicher Geschwindigkeit fort. An jeder Stelle sind daher die beiden zirkularen Schwingungen in Phase und setzen sich zu einer linearen Schwingung zusammen, welche die gleiche Richtung der Polarisationsebene wie die einfallende Welle hat. Wird aber ein Magnetfeld erregt, dessen Kraftlinien die Strahlrichtung haben, so wird die eine zirkulare Welle beschleunigt, die andere verzögert; an jeder Stelle des Mediums haben die beiden zirkularen Schwingungen jetzt eine andere Phase, eine zeitlich gleichbleibende Phasendifferenz, und setzen sich zu einer resultierenden linearen Schwingung zusammen, welche gegen die einfallende gedreht ist, um einen umso größeren Winkel, je weiter die Wellen in das Medium eindringen.

Sind v_r und v_l die Geschwindigkeiten der rechts- und linkszirkularen Welle, T ihre Schwingungsdauer und z der im Medium im Magnetfeld zurückgelegte Weg, so kann man leicht beweisen, daß die Polarisationsebene der resultierenden Welle

gedreht ist um den Winkel

$$\alpha = \frac{\pi}{T}\left(\frac{1}{v_r} - \frac{1}{v_l}\right)z.$$

Nun ist $v_r T$ der Weg, den die Rechtswelle in der Zeit einer Schwingung im Medium zurückgelegt, d. h. die Wellenlänge λ_r im Medium, die wiederum der Quotient aus Wellenlänge λ im Vakuum und Brechungsquotient n_r des Mediums für die Rechtswelle ist. Daher ist:

$$v_r T = \lambda_r = \frac{\lambda}{n_r} \quad \text{und}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{\lambda}(n_r - n_l)z.$$

Wie man hieraus sieht, ist der Drehungswinkel dem durchlaufenen Weg direkt, der Wellenlänge des Lichts umgekehrt proportional, d. h. im Violett größer als im Rot. (Dispersion der Drehung.) Außerdem ist er von der Differenz der Brechungsquotienten für die beiden zirkularen Wellen abhängig, und zwar erstens in seiner Richtung, indem der Drehungssinn ein verschiedener ist, je nachdem n_r größer oder kleiner als n_l ist, und zweitens in seiner Größe. Der Drehungssinn hängt von der Richtung des Magnetfeldes ab und ist stets so gefunden worden, wie es für eine negative Ladung der schwingenden Elektronen zu erwarten ist. Läßt man den Lichtstrahl dadurch, daß man das senkrecht abgeschliffene Ende der Substanz versilbert, in sich selbst zurück reflektieren, so durchläuft er das Magnetfeld in entgegengesetzter Richtung noch einmal und wird daher weiter gedreht. Durch mehrfache Reflexionen wird daher der Drehungswinkel vergrößert, ein Kunstgriff, den man oft anwendet, um die bei den meisten Substanzen recht kleinen Drehungswinkel zu vervielfachen.

An Stellen des Spektrums, welche nahe an den Resonanzgebieten der Elektronen liegen, d. h. also an Stellen anomaler Dispersion und Absorption wird die Differenz zwischen n_r und n_l sehr groß und schlägt bei dem Durchgang durch den Absorptionsstreifen in den entgegengesetzten Wert um. Bei diesen Wellenlängen findet eine sehr starke Drehung statt, die auf den zwei Seiten eines Absorptionsstreifs entgegengesetzten Sinn hat. Diese Erscheinung der **anomalen Drehung der Polarisations-**

ebene ist von Macaluso und Corbino festgestellt worden, die nahe an den Natriumlinien Drehungen bis zu 720° konstatierten.

Senkrecht zum Magnetfeld gesehen erhält man keine Drehung der Polarisationsebene, aber eine verschieden schnelle Fortpflanzung der in Feldrichtung und der senkrecht zu derselben polarisierten Strahlen, d. h. eine magnetische Doppelbrechung.

Die in diesem Paragraphen besprochenen Erscheinungen sind besonders stark bei den Substanzen hervortretend, deren Elektronen auch bezüglich der Dispersion des Brechungsquotienten großen Einfluß haben, d. h. also bei stark dispergierenden Substanzen, wie Schwefelkohlenstoff und schwerem Flintgas, bei welchen Faraday auch als Erster die Erscheinung der magnetischen Drehung auffand.

In die in diesem Paragraphen erwähnte Formel, welche die Drehung der Polarisationsebene in ihrer Abhängigkeit von dem Unterschied der Brechungsquotienten oder der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der rechts und links zirkularen Welle zeigt

$$\alpha = z \cdot \frac{\pi}{\lambda}(n_r - n_l)$$

kann man, da die Geschwindigkeiten der Wellen und die Periodenzahlen der Schwingungen in gleicher Weise durch eine Änderung der Direktionskraft D der Elektronen infolge des Magnetfelds beeinflußt werden (beide sind proportional $\sqrt{D}$), das Ergebnis der Theorie des Zeemaneffekts für die Schwingungszahlen einführen. Es ist nämlich offenbar

$$n_r - n_l = \frac{dn}{d\nu}(\nu_r - \nu_l)\text{, also nach § 352}$$

$$n_r - n_l = \frac{dn}{d\nu} \cdot \frac{1}{2\pi} H \frac{e}{m}\text{, daher}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{z}{\lambda} \frac{dn}{d\nu} H \frac{e}{m}.$$

Kennt man demnach die Änderung des Brechungsquotienten mit der Schwingungszahl des Lichts, d. h. die Dispersion der Substanz, und außerdem die magnetische Drehung α für ein gegebenes Magnetfeld H, so kann man daraus die spezifische Ladung der Elektronen berechnen.

Der Drehungswinkel α ist, wie die Formel zeigt, für eine bestimmte Wellenlänge der magnetischen Feldstärke H und der Dicke z der durchlaufenen Schicht proportional, d. h. es ist:

$$\alpha = \text{Const.}\, H \cdot z.$$

Die Konstante stellt die Drehung dar, welche im Magnetfeld Eins pro Längeneinheit erfolgt. Sie wird als Verdetsche

Konstante bezeichnet und ist als Funktion von Wellenlänge, Dispersion und spezifischer Elektronenladung durch die eben abgeleitete Formel gegeben. Sie ist um so größer, je stärker die Substanz dispergiert, und je kurzwelliger das Licht ist. Die Verdetsche Konstante beträgt für Wasser und Natriumlicht nach Arons 0,01295 Minuten. Für schweres Glas ist sie nach

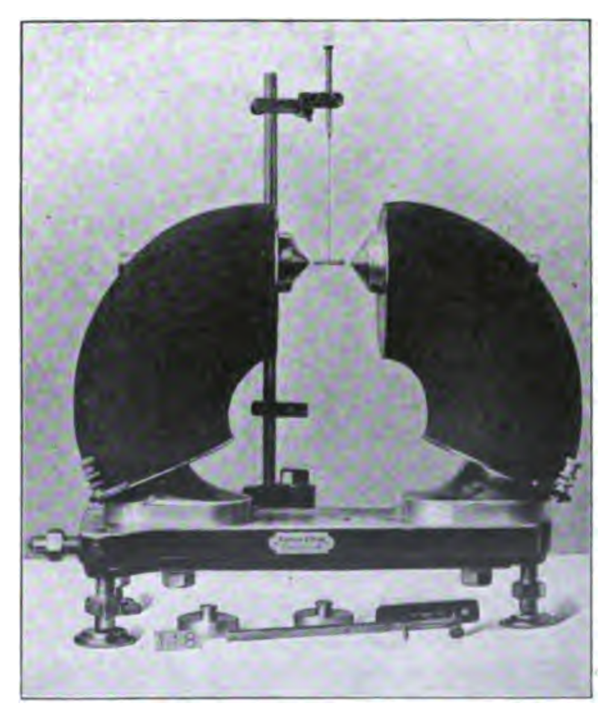


Fig. 297.

Faraday etwa sechs mal so groß. Die Drehung in einer Substanz bekannter Verdetscher Konstante bietet ein Mittel, magnetische Feldstärken zu messen. Auch bei der Reflexion an Eisen, Kobalt, Nickel, Glas, welche sich im Magnetfeld befinden, findet eine Drehung der Polarisationsebene statt. Diese Erscheinung ist von Kerr entdeckt. (Kerrsches Phänomen.)

Man bedarf für alle in den letzten Paragraphen besprochenen Versuche kräftiger Elektromagnete, deren Pole geeignete Durchbohrungen besitzen. Fig. 297 zeigt einen hierfür sehr passenden

Halbringelektromagneten nach Dubois (Hartmann & Braun), welcher auch für diamagnetische Versuche verwendet werden kann.

355. Natürliche Drehung der Polarisationsebene. Eine Reihe von Substanzen haben durch die Konstitution oder die Gruppierung ihrer Atome bzw. der in ihnen schwingenden Elektronen bereits ohne Magnetfeld die Eigenschaft, rechts und links zirkulare Lichtwellen mit verschiedener Geschwindigkeit fortzupflanzen, also die Polarisationsebene einer linear polarisierten Welle zu drehen. Derartige Substanzen, wie z. B. Zuckerlösungen, ferner in Richtung ihrer optischen Achse die Krystalle des Quarz und in ganz besonders starkem Betrage die des Zinnobers, besitzen ein sog. natürliches Drehungsvermögen. Hier ist — zum Unterschied von der magnetischen Drehung — der Drehungssinn nicht von der Strahlrichtung abhängig. Durch senkrechte Reflexion kann man daher den Drehungswinkel nicht vervielfachen, sondern es wird die Polarisationsebene nach Rückwärtslaufen desselben Weges in ihre alte Lage zurückgedreht. Auch solche Substanzen sollten eine Zweiteilung des Absorptionsstreifens zeigen. Eine solche ist indessen nicht beobachtet worden, weil man natürliche Drehung nicht an Gasen, sondern nur an flüssigen und festen Körpern kennt, deren Absorptionsstreifen durch Reibungsdämpfung viel zu verwaschen sind, als daß eine Teilung bemerkt werden könnte.

Auch die natürliche Drehung der Polarisationsebene hängt von der Wellenlänge des Lichtes ab. Das Biotsche Gesetz sagt aus, daß die Drehung umgekehrt proportional dem Quadrat der Wellenlänge ist. Dies Gesetz gilt indessen nur für einen geringen Bereich von Wellenlängen angenähert. Die Elektronentheorie der Drehung ergibt für die Abhängigkeit des Drehungswinkels von der Wellenlänge das der Dispersionsformel des Brechungsquotienten ähnliche Gesetz:

$$\alpha = \frac{k_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{k_2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} + \cdots,$$

worin k_1, k_2 usw. Konstante, λ_1, λ_2 usw. die Wellenlängen der Eigenschwingungen der Elektronen sind. Alle Glieder, für welche die λ mit Index sehr klein sind, d. h. die von weit im Ultravioletten liegenden Eigenschwingungen herrührenden Glieder,

kann man in eins der Form $\frac{k}{\lambda^2}$ zusammenfassen, so daß man für alle Substanzen, welche Eigenschwingungen im fernen Ultraviolett besitzen, schreiben kann:

$$\alpha = \frac{k}{\lambda^2} + \frac{k_1}{\lambda^2 - \lambda_1{}^2} + \frac{k_2}{\lambda^2 - \lambda_2{}^2} + \frac{k_3}{\lambda^2 - \lambda_3{}^2} + \cdots$$

Eine solche Substanz ist beispielsweise der Quarz. Bemerkenswert ist, daß man eine sehr gute Übereinstimmung der Formel mit dem experimentellen Ergebnis erhält, wenn man für die Eigenschwingungen die aus der Ketteler - Helmholtzschen Dispersionsformel berechneten Wellenlängen der Absorptionsstreifen einsetzt. Setzt man $\lambda_1 = \frac{1}{10}\mu$, $\lambda_2 = 9\mu$, $\lambda_3 = 21\mu$ (vgl. § 348), so hat man $k = -5{,}046$, $k_1 = 12{,}200$ und $k_2 = k_3 = 0$ zu setzen, um ein vortreffliches Harmonieren der Formel mit den beobachteten Daten zu erhalten. Es ist also für Quarz:

$$\alpha = \frac{12{,}2}{\lambda^2 - 0{,}010627} - \frac{5{,}046}{\lambda^2}$$

und daher anzunehmen, daß von den drei Elektronengattungen, deren Existenz mit oben genannten Eigenwellenlängen man außer denjenigen mit weit im Ultraviolett liegenden Eigenschwingungen zur Erklärung der Dispersion des Brechungsquotienten annehmen muß, nur eine, nämlich die der Wellenlänge $\frac{1}{10}\mu$ „aktiv" ist, d. h. Einfluß auf die Drehung der Polarisationsebene hat. Nur für diese und die fern ultravioletten Elektronen hat man betreffs ihrer Schwingungen bestimmte Annahmen zu machen, wie z. B. nach Drude gewisse Einschränkungen der Bewegungsfreiheit durch vorgeschriebene Spiralbahnen, welche durch eine besondere Atomstruktur ihre Erklärung finden könnten.

Die folgende Tabelle gibt die beobachteten und die nach obiger Formel berechneten Werte der Drehung durch eine 1 mm dicke Quarzplatte in ihrer Abhängigkeit von der Wellenlänge:

λ (in μ)	α (in Graden)		λ (in μ)	α (in Graden)	
	beob.	ber.		beob.	ber.
2,14	1,60	1,57	0,40	48,93	48,85
1,45	3,43	3,43	0,34	70,59	70,61
1,08	6,18	6,23	0,27	121,06	121,34
0,67	16,54	16,56	0,22	220,72	220,57
0,59	21,72	21,70			

356. Dopplereffekt an Kanalstrahlen. Eine sehr wichtige Entdeckung, welche viel zur Aufklärung über die Natur der Träger der Lichtemission in einem leuchtenden Gase beigetragen hat, ist von J. Stark gemacht worden. Derselbe fand bei der spektralen Untersuchung des von einem Kanalstrahlenbündel ausgesandten Lichtes eine große Anzahl der für das Gas charakteristischen Linien zweifach, neben der in normaler Lage befindlichen Linie je eine zweite, die verbreitert und verschoben war, und zwar nach dem violetten Ende des Spektrums hin, wenn er den Kanalstrahlen entgegenblickte, und nach längeren Wellen zu, wenn in der Richtung der Kanalstrahlen visiert wurde. Wurde der Spektralapparat senkrecht zum Kanalstrahlenbündel gerichtet, so verschwand der Effekt fast völlig. Es blieb nur eine sehr kleine Verbreiterung der Linien nach dem roten Spektralende übrig; auch war eine schwache Polarisation des Lichts zu bemerken. Die Erklärung der beschriebenen Erscheinung gab Stark in folgender Weise: In den Kanalstrahlen bilden die Lichtzentren die positiv geladenen Atome des Gases oder des Kathodenmetalls, aus denen die Kanalstrahlen, wie wir aus Versuchen erkennen, gebildet werden (§ 410). Bewegt sich das lichtemittierende Teilchen mit einer gegen die Lichtgeschwindigkeit in Betracht kommenden Geschwindigkeit auf uns zu, so tritt der sog. Dopplereffekt ein. Wir sehen einen Lichtstrahl von scheinbar größerer Periodenzahl, weil in der Zeiteinheit unsere Netzhaut von mehr Wellen getroffen wird, als wenn die Lichtquelle ruhte, so wie wir einen höheren Ton hören, wenn sich eine Schallquelle auf uns zu bewegt. In optischer Hinsicht ist die Folge, daß eine bei ruhender Lichtquelle und Beobachter gesehene Spektrallinie sich nach der Seite höherer Periodenzahlen, d. h. kürzerer Wellenlängen im Spektrum verschieben muß, sobald Lichtquelle und Beobachter einander schnell genähert werden. Diese Erscheinung ist von Doppler auch an den sich bewegenden Fixsternen beobachtet, und daraus ihre relative Geschwindigkeit gegen die Erde berechnet worden. Es muß der Effekt natürlich um so größer sein, je schneller sich Lichtquelle und Beobachter einander nähern. Findet an Stelle einer Näherung eine Entfernung vom Beobachter statt, so tritt die Linienverschiebung in entgegengesetzter Richtung ein. Die Mes-

sung der Linienverschiebung gibt ein Mittel, die Geschwindigkeit der sich bewegenden Kanalstrahlenteilchen im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit zu bestimmen.

Man beobachtet nun bei diesem Phänomen, daß nicht eine kontinuierliche Verbreiterung der ruhenden Spektrallinie nach der Seite des Dopplereffekts eintritt, sondern daß zwischen der ruhenden und der bewegten Spektrallinie, wie wir sie mit Stark kurz nennen wollen, ein dunkler Zwischenraum sich befindet. Es ist dies ein Beweis dafür, daß es nicht leuchtende Kanalstrahlen gibt, deren Geschwindigkeit unter einem bestimmten, wegen der auf dieser Seite sich zeigenden Schärfe der bewegten Linie recht genau zu ermittelnden Grenzwert liegt. Daraus schloß Stark, daß ein Kanalstrahlenteilchen eine ganz bestimmte kinetische Energie besitzen muß, um zum Leuchten erregt zn werden. Sobald ein Teilchen den bestimmten unteren Wert der Geschwindigkeit bekommt, setzt abrupt sein Leuchten ein. Die Intensität wächst mit zunehmender Geschwindigkeit der Teilchen, und zwar die kurzwellige Emission schneller als die langwellige. Darin liegt die Ursache der Erscheinung, daß ein Kanalstrahlenbündel seine Farbe mit höher werdendem Entladungspotential von rot nach blau zu verändert. Die bewegte Linie erscheint stark verbreitert und beweist somit, daß Strahlen verschiedener Geschwindigkeiten vorhanden sind.

Dort, wo die Kanalstrahlen auf die Glaswand treffen, beobachtet, zeigt sich der Dopplereffekt nach beiden Seiten des Spektrums, weil gleichzeitig mit den direkten Strahlen auch reflektierte entgegengesetzter Bewegungsrichtung gesehen werden.

Ob das Leuchten der Kanalstrahlenteilchen im geladenen Zustand erfolgt, oder erst nachdem ihre positive Ladung durch Aufnahme von Elektronen aus der Umgebung neutralisiert worden ist, darüber gehen zurzeit noch die Ansichten auseinander, und es muß auf die einschlägige Literatur, insbesondere auf die interessanten Arbeiten von J. Stark, der die erstere Meinung verficht, und W. Wien, dessen Ansicht die gegenteilige ist, verwiesen werden.[1])

1) J. Stark, Phys. Zeitschr. **6**, 892, 1905; **7**, 249, 1906; **8**, 913, 1907; **9**, 767, 1908. Ann. d. Phys. **26**, 806, 829, 918, 1908; **28**, 974, 1909, zum Teil mit W. Steubing. W. Wien. Neben früheren Arbeiten in Wied.

Von dieser Frage kann man fürs erste auch absehen, ohne den Kernpunkt der Ergebnisse zu verlieren. Dieser ist im folgenden Satz gegeben: Die Träger der Emission des Lichtes der Spektrallinien sind die (geladenen oder ungeladenen) Atome des Gases oder Metalldampfs. Die Emissionszentren sind, das beweist der Zeemaneffekt, die in den Atomen schwingenden Elektronen.

Verschiedene Gase und deren verschiedene Spektra verhalten sich bezüglich des Dopplereffektes sehr verschieden. Ein ausgeprägter Effekt zeigt sich stets an dem sog. elementary line spectrum oder Flaschenfunkenspektrum, das man durch Entladung von Leydener Flaschen mit Funkenstrecke durch das verdünnte Gas erhält. Es besteht aus Linien, die keinen Serien angehören. Schwerer zu beobachten ist er meistens an den Serienlinien und ist z. B. an den Serienlinien des Sauerstoffes zuerst gar nicht gesehen worden[1]) und erst später durch gewaltige Verstärkung der Entladungen als schwach vorhanden konstatiert worden[2]), während das Flaschenfunkenspektrum ihn sehr stark zeigt.

Außer dem Flaschenfunkenspektrum und einer mehr oder weniger großen Reihe von Serienspektren zeigen Gase auch noch das Bandenspektrum. Dasselbe ist am Kanalstrahlenbündel immer neben dem Linienspektrum zu beobachten und zeigt sich stets im Glimmlicht der Entladungsröhre. Es entsteht mit größter Wahrscheinlichkeit überall, wo eine Ionisation und Wiedervereinigung von Ionen stattfindet. Dies zeigen u. a. auch Versuche von R. Pohl, der eine Emission des Bandenspektrums durch Gase beobachtete, die mit Röntgenstrahlen, α-Strahlen des Poloniums oder Kathodenstrahlen kräftig ionisiert wurden.

Ann. **65**, Ann. d. Phys. Bde. **5**, **8**, **9**, **13** insbesondere: Ann. d. Phys. **27**, 1025, 1908; **30**, 349, 1909).

1) F. Paschen, Ann. d. Phys. **23**, 247, 261, 1907.

2) J. Stark, Ann. d. Phys. **26**, 806, 1908.

Dreizehnter Abschnitt.

Elektronentheorie der galvanischen und thermischen Erscheinungen in Metallen.

357. Grundlagen der Theorie. In der vollständigen Annahme der Faraday-Maxwellschen Anschauungsweise über die Natur der elektrischen Vorgänge hatten wir uns daran gewöhnt, den Sitz derselben im Dielektrikum zu sehen. Nur der Isolator überträgt die Energie, nur in ihm spielen sich die markantesten Erscheinungen ab. Der Leiter spielt nur gewissermaßen als Störenfried eine Rolle, indem er sich weigert, ein elektrisches Feld in sich aufzunehmen. Die Maxwellsche Theorie, welche zu ihrer Existenz der Annahme eines kontinuierlich verbreiteten Mediums, des Aethers, bedurfte, hat für die Aufklärung aller zeitlich und räumlich nicht zu klein dimensionierten elektromagnetischen Vorgänge Hervorragendes geleistet. Im vorigen Abschnitt sahen wir, daß sie indessen zum Teil versagte, nämlich sobald Vorgänge in Frage kamen, welche äußerst schnell in sehr kleinem Raume vor sich gehen. Zur Erklärung der optischen Erscheinungen in ponderablen Körpern erwies sich eine Erweiterung der Maxwellschen Theorie als notwendig, und es war die Elektronentheorie der Materie, welche hier helfend eingriff. Unter der Annahme, daß ein jeder Stoff sich aus elektrisch geladenen kleinsten Teilchen, Ionen und Elektronen, aufbaut, die im Isolator sämtlich an feste Bewegungszentren, etwa die Atome oder Moleküle, gebunden, in Leitern dagegen zum Teil frei beweglich sind, gelang es, die Theorie auch derjenigen optischen Erscheinungen aufzustellen, welche der reinen Maxwellschen Theorie des kontinuierlichen Äthers unzugänglich waren. Es fragt sich nun: Ist diese Theorie auch auf weitere Vorgänge auszudehnen, die in der Maxwellschen Theorie nicht Platz finden? Es sind dies eine große Reihe von Erscheinungen elektrischer, magnetischer und thermischer Natur, die sich erfahrungsgemäß in Metallen zeigen. Die Elektronentheorie hat

auch hier bereits große Erfolge zu verzeichnen. Indessen sind in diesem Gebiete noch große Schwierigkeiten zu überwinden, ehe der Sieg auf der ganzen Linie erfochten ist. Die Vorgänge, die in diesem Abschnitt erörtert werden sollen, spielen sich sämtlich in Metallen ab. Zum Unterschied von dem optischen Verhalten der Materie, für welches vorwiegend die gebundenen Elektronen verantwortlich gemacht worden sind, sind es bei dieser Gattung von Erscheinungen die freien Teilchen, die zur Erklärung herangezogen werden.

Wir nehmen an, daß jedes der Teilchen dieselbe positive oder negative Ladung besitzt, und daß diese Ladung den Betrag des elektrischen Elementarquantums (§ 114) hat. In jedem Volumenelement müssen dann gleich viel positive und negative Teilchen vorhanden sein, damit die Substanz ungeladen erscheint. In verschiedenen Metallen ist die räumliche Dichte der Teilchen eine verschiedene, und zur Erklärung einiger Tatsachen ist auch die Annahme nötig, daß die räumliche Dichte eine Funktion der Temperatur ist, die auch wieder von der Natur des Metalles abhängt. Die Teilchen hat man ferner nicht in Ruhe befindlich anzunehmen, sondern in steter Bewegung in den interatomaren Zwischenräumen, so wie die Moleküle eines Gases. Der Weg, den die Teilchen zwischen zwei Zusammenstößen miteinander oder mit den Metallatomen im Durchschnitt zurücklegen, d. i. die sog. mittlere freie Weglänge der Teilchen, ist von Metall zu Metall eine verschiedene. Weiter wird die Annahme eingeführt, daß die mittlere lebendige Kraft der Teilchen, die durch ihre mittlere Geschwindigkeit gegeben ist, die absolute Temperatur des Körpers bestimme, so wie in einem Gas die Energie der Molekularbewegung. Die kinetische Gastheorie hat hier zu zwei wichtigen Resultaten geführt. Erstens ist in jedem Gase die mittlere kinetische Energie der fortschreitenden Bewegung eines Moleküls der absoluten Temperatur ϑ proportional, und zweitens hat bei einer bestimmten Temperatur die mittlere Molekularenergie für alle Gase denselben Wert, für den wir schreiben wollen $\alpha\vartheta$, wo dann α immer dieselbe Größe hat. Jedes individuelle Teilchen, welches an der molekularen Bewegung teilnimmt, hat, wie groß oder klein es sein mag, stets im Mittel diese kinetische Energie. α ist also eine von

der Natur des Körpers völlig unabhängige, universelle Konstante; sie bedeutet die Bewegungsenergie eines Teilchens bei der absoluten Temperatur 1°. Das Gesetz wurde von Maxwell entdeckt (1860) und später von Boltzmann erweitert. Es ist also so zu verstehen:

In einem herausgegriffenen Zeitmoment hat jedes einzelne Molekül zwar eine andere Geschwindigkeit und kinetische Energie. Aber in einer Zeit, welche groß ist gegen die Zeit zwischen zwei Zusammenstößen, hat jedes Teilchen eines Gases oder Gasgemisches bei einer bestimmten Temperatur eine und dieselbe mittlere kinetische Energie, die unabhängig von der Natur des Gases ist. Ebenso haben herausgegriffene, gleichgroße Raumteile, die sehr viele Moleküle enthalten, in jedem Augenblick den gleichen Gehalt an kinetischer Energie fortschreitender Molekularbewegung. In der Elektronentheorie nimmt man nun nach dem Vorgang von Drude an, daß das Maxwell-Boltzmannsche Gesetz auch für das Elektron gilt, daß also wie die Moleküle und Atome eines Gases so auch die Elektronen an der Wärmebewegung im Metalle sich beteiligen. Das Elektron hat demnach bei gleicher Temperatur die gleiche mittlere kinetische Energie wie jedes andere Atom oder Molekül. Da seine Masse der 2000. Teil von derjenigen eines Wasserstoffatoms, also der 4000. Teil von der des Wasserstoffmoleküls ist, so muß demnach seine mittlere Geschwindigkeit $\sqrt{4000} =$ mehr als 60 mal so groß als die des letzteren sein.

Wird im Leiter ein elektrisches Feld erzeugt, so überlagert sich über die ungeordnete Wärmebewegung der Elektronen eine geordnete Bewegung derselben in der Richtung des Feldes. Diese Bewegung bildet den elektrischen Strom.

Nehmen wir an, ein ausgespannter Draht werde von einem elektrischen Strome durchflossen. Nach der aus der Maxwellschen Theorie sich ergebenden Poyntingschen Anschauungsweise findet die Übertragung der elektromagnetischen Energie längs des Drahtes in dem ihn umgebenden Medium statt. Dabei strömt ein Teil der Energie, wenn der Draht kein vollkommener, d. h. widerstandsloser Leiter ist, in ihn hinein und tritt dort als Joulesche Wärme auf. In welcher Weise diese Energieumwandlung geschieht, darüber fehlt das Bild. Dieses gibt uns

nun die Elektronentheorie. Nach ihr kommt der elektrische Strom durch das Strömen der freien Elektronen im Metalldraht zustande. Durch das elektrische Feld erhalten die Elektronen zu ihrer durch die Temperatur bedingten ungeordneten Wärmebewegung eine gerichtete Geschwindigkeit und dadurch einen Überschuß von kinetischer Energie, den sie, wenn die Temperatur konstant gehalten wird, bei den Zusammenstößen verlieren und als Wärme an die Umgebung abgeben, den sie aber, falls die Wärmeableitung nicht erfolgt, beibehalten und bei den Zusammenstößen in ungeordnete Wärmebewegung verwandeln, dadurch die Temperatur erhöhend.

Die Joulesche Wärme ist demnach ein Reibungseffekt und wird erzeugt durch den Zusammenstoß der Elektronen untereinander oder mit den Metallatomen. In diesem Punkte unterscheiden sich die von Drude und die von Riecke aufgestellten Theorien. Während Drude[1]) nur die Stöße der Elektronen unter sich berücksichtigt, vernachlässigt Riecke[2]) diese ganz und setzt die Dichte der Elektronen als klein im Verhältnis zur Anzahl der ponderablen Moleküle voraus, so daß nur Stöße der Elektronen gegen diese letzteren in Frage kommen. Die Rieckesche Anschauungsweise hat auch H. A. Lorentz[3]) angenommen und begründet. Die Vorstellung, daß in Metallen geladene Teilchen existieren, welche sich frei bewegen können, macht auch noch eine Reihe anderer Erscheinungen verständlich, welche ohne eine solche spezielle Vorstellung nicht erklärlich sind. Es sei hier nur z. B. an das Zustandekommen eines Induktionsstromes in einer Drahtschleife erinnert, welche man in einem Magnetfeld bewegt. Wenn mit dem Draht nicht gleichzeitig Ladungen bewegt würden, so wäre diese Erscheinung schwer zu verstehen, der Draht sollte sich völlig neutral verhalten. Die bewegten geladenen Teilchen im Draht indessen erleiden im Magnetfeld nach der Maxwellschen Theorie als Konvektionsströme einen Antrieb und können, weil frei beweglich,

---

1) P. Drude, Ann. d. Phys. **1**, 566; **3**, 369, 1900.

2) E. Riecke, Vortrag Naturforscherverα. Meran, 25. Sept. 1905. Jahrb. d. Elektronik **3**, 24, 1906.

3) H. A. Lorentz, Ergebnisse und Probleme der Elektronentheorie. Vortrag. Berlin. J. Springer 1906, Anm. 8, p. 56.

diesem Antrieb folgen. Wird nicht der Draht im Magnetfeld, sondern das letztere gegen den ruhenden Draht bewegt, so ist der Vorgang ein anderer, wenn er auch, wie das Experiment zeigt, bei gleichen relativen Bewegungen vom gleichen Erfolg begleitet ist. Das bewegte Magnetfeld erzeugt bei diesem Versuch an dem Orte der Drahtschleife ein elektrisches Feld, dem die geladenen Teilchen frei folgen.

Es mag noch bemerkt werden, daß die neue Theorie nicht im eigentlichen Sinne neu ist, sondern auf Anschauungen von der Natur der Wärmebewegung und der elektrischen Strömung in Leitern zurückgreift, die bereits von Wilhelm Weber aufgestellt und von ihm und später besonders von W. Giese weiter ausgeführt worden sind. Die Elektronentheorie stürzt auch nicht etwa die Anschauungsweise der Maxwellschen Theorie um, sondern es sind die Vorgänge in den Leitern stets von Veränderungen im Dielektrikum begleitet, indem ein ruhendes Elektron ein elektrisches, ein sich bewegendes Elektron ein elektromagnetisches Feld in seiner Umgebung erzeugt. Ein Elektron ist stets mit einer gewissen Energie, die im Äther ihren Sitz hat, verbunden. Das ruhende Elektron besitzt nur elektrostatische Energie, das sich bewegende auch elektromagnetische. Das ruhende Elektron, allein im Raum befindlich, besitzt den kleinsten Energiebetrag, der an ein Elektron oder einen materiellen Körper geknüpft sein kann, das Elementarquantum der Energie. Vorausgesetzt, daß man für das einzelne Elektron die Formeln der Elektrostatik anwenden kann, berechnet sich dessen elektrostatische Energie nach § 34 zu $\frac{1}{2}\frac{e^2}{r}$, wenn r der Radius, also die Kapazität des kugelförmig gedachten Elektrons ist. Wird das Elementarquantum $e = 4{,}7 \cdot 10^{-10}$ el. stat. Einh. gesetzt und für r der Wert $1{,}85 \cdot 10^{-13}$ cm (§ 432) angenommen, so folgt für die Energie des ruhenden Elektrons die Größe $6 \cdot 10^{-7}$ Erg.

358. Wärmeleitung in Metallen. Haben wir in einem gaserfüllten Zylinder ein Temperaturgefälle, so tritt ein allmählicher Wärmeausgleich ein, nach den Vorstellungen der Gastheorie dadurch, daß die Gasmoleküle an der wärmeren Stelle eine größere kinetische Energie besitzen, dieselbe aber

durch Stoß allmählich auf die Moleküle der kälteren Schichten übertragen. Drude stellt in der Elektronentheorie der Wärmeleitung in Metallen den Satz voran, daß die Wärmeleitung durch den Stoß der geladenen Teilchen vermittelt wird. Die ungeladenen Metallatome sollen bei ihren Bewegungen um ihre Gleichgewichtslagen sich nicht stoßen, also keine Energie übertragen. Jedes Teilchen besitzt die kinetische Energie $\alpha\vartheta$, die der Temperatur seines Ortes entspricht. Die kinetische Gastheorie lehrt, daß, wenn diese Energiemenge, d. h. also die Temperatur sich örtlich ändert, in Richtung x des Temperaturgefälles $\frac{d\vartheta}{dx}$ durch eine auf dieser senkrechte Flächeneinheit in der Zeiteinheit infolge der Bewegung der Teilchen eine Energiemenge, d. h. also Wärmemenge übertragen wird, die gegeben ist durch:

$$W = \tfrac{1}{3}\alpha\, u l N \cdot \frac{d\vartheta}{dx}.$$

Hierin bedeuten α die vorher genannte universelle Konstante, u die mittlere Geschwindigkeit des Teilchens für die Temperatur der betreffenden Stelle, l die freie Weglänge, N die Anzahl der Teilchen im Kubikzentimeter. Letztere ist hierbei als unabhängig von der Temperatur angenommen, was nicht streng gilt, wie später zu besprechende Erscheinungen zeigen werden. Das Wärmeleitvermögen k der Substanz ist der Wärmefluß für das Temperaturgefälle 1, also

$$k = \tfrac{1}{3}\alpha u l N.$$

Sind mehrere Gattungen geladener Teilchen, Drude nennt sie Kerne, vorhanden, so hat man den obigen Ausdruck als Wärmeleitvermögen der einzelnen Gattung anzusehen, ihn für alle Gattungen zu bilden und für Gewinnung des Leitvermögens der Substanz alle Ausdrücke zu summieren. Wir wollen hier der Einfachheit halber mit nur einer Teilchenart rechnen und gleich der jetzigen Anschauungsweise folgen, daß es die negativen Elektronen sind, welche den Wärme- und Elektrizitätstransport in Metallen vermitteln.

359. Elektrizitätsleitung in Metallen. Unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes erhalten die Teilchen eine Geschwindigkeit in der Feldrichtung. Die Wärmebewegung der Teilchen kommt auch hier in Betracht, weil die Zeitdauer

zwischen zwei Zusammenstößen die Geschwindigkeit bestimmt, welche die Teilchen annehmen. Der gerichtete Geschwindigkeitsüberschuß, den ein Teilchen durch das elektrische Feld über seine mittlere Geschwindigkeit der Wärmebewegung hinaus erhält, geht bei jedem Zusammenstoß wieder verloren und tritt in Form Joulescher Wärme auf. Ist wieder u die mittlere Geschwindigkeit, l die mittlere Weglänge, so ist die Zeit zwischen zwei Zusammenstößen im Mittel $t = \frac{l}{u}$. Die beschleunigende Kraft des Feldes $\mathfrak{E}$ auf das mit der Ladung e versehene Elektron ist $\mathfrak{E}e$, die Endgeschwindigkeit, die das Teilchen der Masse m im Feld in der Zeit t erhält demnach $\mathfrak{E} \cdot \frac{e}{m} t = \mathfrak{E} \frac{e}{m} \cdot \frac{l}{u}$. Die mittlere durch das Feld erzeugte Geschwindigkeit ist also $\frac{1}{2} \mathfrak{E} \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{l}{u}$, oder da $\frac{1}{2} m u^2 = \alpha \vartheta$, so kann man dafür schreiben $\frac{1}{4} \mathfrak{E} \frac{elu}{\alpha \vartheta}$. Sind im ccm N Elektronen enthalten, so bewegt sich in der Sekunde durch die Flächeneinheit eine Anzahl hindurch, welche durch das Produkt aus der Geschwindigkeit und der Zahl N gegeben ist, und da jedes Elektron die Ladung e mit sich führt, so ist die Stärke des die Flächeneinheit durchfließenden Elektronenstromes gegeben durch:

$$\mathfrak{j} = \frac{1}{4} N \mathfrak{E} \frac{e^2 l u}{\alpha \vartheta}.$$

Das elektrische Leitungsvermögen $\varkappa$ ist die Stromdichte im Felde 1

$$\varkappa = \frac{\mathfrak{j}}{\mathfrak{E}} = \frac{N e^2 l u}{4 \alpha \vartheta} = N e v,$$

wobei $v = \frac{elu}{4 \alpha \vartheta}$ die Beweglichkeit der Teilchen im Felde 1 darstellt.

360. Verhältnis der Leitungsvermögen für Wärme und Elektrizität. Das Wiedemann-Franzsche Gesetz. Dividiert man die beiden für das Wärmeleitvermögen k und das elektrische Leitungsvermögen $\varkappa$ erhaltenen Ausdrücke durcheinander, so erhält man

$$\frac{k}{\varkappa} = \frac{4}{3} \left(\frac{\alpha}{e}\right)^2 \cdot \vartheta.$$

Dieser Quotient enthält keine vom Material abhängige Größe mehr, sondern ist eine universelle Funktion der Temperatur. Für eine bestimmte Temperatur muß der Quotient aus den beiden Leitvermögen für alle Metalle die gleiche Größe

haben, und diese Größe ist der absoluten Temperatur proportional. Die Konstanz des Quotienten $\frac{k}{\varkappa}$ bildet ein schon lange bekanntes, von G. Wiedemann und Franz experimentell gefundenes und nach ihnen benanntes Gesetz.

Für die Beurteilung der Tragweite dieses Ergebnisses der Elektronentheorie mag bemerkt werden, daß ohne diese Theorie gar kein Grund für einen Zusammenhang der beiden Leitfähigkeiten ersichtlich ist.

Die sehr genauen Messungen von W. Jaeger und H. Diesselhorst haben die in folgender Tabelle angeführten Zahlen ergeben. Der in der letzten Kolumne angegebene Quotient $\left(\frac{k}{\varkappa}\right)_{100^0} : \left(\frac{k}{\varkappa}\right)_{18^0}$ sollte nach der Theorie den Wert $273 + 100 : 273 + 18 = 1,280$ haben.

Metall	$\left(\frac{k}{\varkappa}\right)_{18^0} \cdot 10^{10}$	$\left(\frac{k}{\varkappa}\right)_{100^0} \cdot 10^{10}$	$\left(\frac{k}{\varkappa}\right)_{100^0} : \left(\frac{k}{\varkappa}\right)_{18^0}$
Aluminium	0.706	0.937	1.32
Kupfer	0.738	0.957	1.30
Silber	0.760	0.978	1.28
Gold	0.807	1.027	1.27
Nickel	0.776	1.006	1.30
Zink	0.745	0.962	1.29
Cadmium	0.784	1.005	1.28
Blei	0.794	1.035	1.31
Zinn	0.816	1.024	1.26
Platin	0.836	1.124	1.35
Palladium	0.837	1.129	1.35
Eisen	0.890	1.178	1.32
Wismut	1.068	1.195	1.12
Rotguß	0.840	1.060	1.26
Konstantan	1.228	1 454	1.118

Die große Konstanz des Quotienten für die verschiedensten Metalle sowie die gute Übereinstimmung seines Temperaturkoeffizienten mit dem theoretischen Wert ist ersichtlich. Es sei auch für die Leitvermögen selbst eine Zahl angegeben.

Für Silber ist beispielsweise das im mechanischen Maß auf Erg berechnete Wärmeleitungsvermögen $k = 421 \cdot 10^5$. Die absolute elektromagnetisch gemessene Leitfähigkeit desselben Silberstabes war $61,4 \cdot 10^{-5}$ bei 18^0, also die elektrostatisch gemessene Leitfähigkeit $\varkappa = 553.10^{15}$ (erhalten durch Multiplikation mit dem Quadrat der Lichtgeschwindigkeit).

361. Numerische Folgerungen. Berechnung der universellen Konstanten α und der Loschmidtschen Zahl. Aus dem für alle Metalle nahezu gleichen Wert des Quotienten $\frac{k}{\varkappa}$ und der Temperatur, bei welcher er gemessen ist, ist nach der Formel des vorigen Paragraphen der Quotient $\frac{\alpha}{e}$ zu ermitteln. Für Silber ist bei 18° Celsius oder $\vartheta = 291°$

$$\frac{k}{\varkappa} = \frac{4}{3}\left(\frac{\alpha}{e}\right)^2 \cdot 291 = 0{,}760 \cdot 10^{-10},$$

also

$$\frac{\alpha}{e} = 4{,}42 \cdot 10^{-7}.$$

Der gleiche Quotient $\frac{\alpha}{e}$ läßt sich auch noch auf einem völlig anderen Wege berechnen (Reinganum). Es ist nach der kinetischen Gastheorie der Druck gegeben durch

$$p = \frac{1}{3} N m u^2 = \frac{2}{3} N \alpha \vartheta.$$

Mißt man also bei einer bestimmten Temperatur den Druck eines Gases, z. B. Wasserstoff, so kann man daraus $N\alpha = \frac{3}{2}\frac{p}{\vartheta}$ berechnen. Das Produkt $N\alpha$ wird aber $= \frac{\alpha}{e}$ für $N = \frac{1}{e}$. Da e die Ladung eines Wasserstoffions ist, so ist $\frac{1}{e}$ die Zahl von Ionen, die zusammen eine elektrostatische Einheit der Elektrizitätsmenge besitzen; also $\frac{3 \cdot 10^{10}}{e}$ ist die Anzahl von Ionen, die in einer mit der elektromagnetischen Einheit geladenen Menge Wasserstoff, d. h. in einem elektrochemischen Äquivalent enthalten sind. Wenn man daher 1 elektrochemisches Äquivalent Wasserstoff, d. i. 0,000104 gr in ein Kubikzentimeter füllt, so hat man darin $N = \frac{3 \cdot 10^{10}}{e}$ Wasserstoffionen oder -atome, d. h. $\frac{3 \cdot 10^{10}}{2e}$ Moleküle H_2. Bestimmt man den Druck p, so hat man für diesen die Gleichung:

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{3 \cdot 10^{10} \cdot \alpha}{2e} \vartheta = \left(\frac{\alpha}{e}\right) \cdot \vartheta \cdot 10^{10}$$

und kann also daraus $\frac{\alpha}{e}$ ermitteln. Der genannte Druck p be-

trägt nun in Dynen pro qcm bei 18° Celsius:

$$p = 12,7 \cdot 10^5.$$

Er ist leicht zu berechnen aus der Angabe, daß 1 ccm Wasserstoff von Atmosphärendruck (1 Atm = 1,013 . 10^6 Dynen/qcm) 0,0000896 Gramm wiegt.

Es folgt daher aus dieser Betrachtung der Wert

$$\frac{\alpha}{e} = 4,37 \cdot 10^{-7},$$

der in völliger Übereinstimmung mit dem aus der Drudeschen Theorie sich ergebenden steht.

In Verbindung mit dem Thomsonschen Wert für das elektrische Elementarquantum

$$e = 3 \cdot 10^{-10}$$

folgt für α der Wert

$$\alpha = 13,2 \cdot 10^{-17}$$

und daraus aus der Formel der kinetischen Gastheorie für den Gasdruck

$$p = \tfrac{2}{3} N \alpha \vartheta$$

für die Zahl N von Molekülen im ccm bei der Temperatur 0° Celsius ($\vartheta = 273$) und dem Druck 1 Atmosphäre d. h. für die sog. Loschmidtsche Zahl (§ 114):

$$N = 0,4 \cdot 10^{20}.$$

Dieselbe ergibt sich also aus der Kenntnis des elektrischen Elementarquantums und entweder einer Druckmessung oder einer Bestimmung des Quotienten aus Wärme- und Elektrizitäts-Leitungsvermögen.

H. A. Lorentz[1]) hat die Theorie der Wärme- und Elektrizitätsleitung durch Elektronen in etwas strengerer Weise durchgeführt, indem er berücksichtigt, daß die Elektronen im Metall nicht alle gleiche freie Weglängen haben, und für die Verteilung der Geschwindigkeiten unter die Teilchen das Maxwellsche Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung annahm. Die nume-

---

1) Theorie of electrons. B. G. Teubner, Leipzig 1909. Note 29, p. 273.

rische Übereinstimmung wird hierdurch schlechter als nach der Drudeschen Theorie.

362. Abgabe von Elektronen durch glühende Metalle. Wenn die Elektronen in Metallen wie die Teilchen eines Gases frei umherfliegen, so ist nicht abzusehen, warum sie nicht auch aus einem Metall in den umgebenden Raum herausfliegen. Man hat, weil sie dies bei gewöhnlicher Temperatur im allgemeinen nicht tun (außer bei radioaktiven Metallen, wie z. B. nach neueren Untersuchungen von Elster und Geitel bei Kalium), anzunehmen, daß sie durch einen gewissen Übergangswiderstand, der in der Grenzschicht Metall-Gas seinen Sitz hat, im Metall zurückgehalten werden. Um diese Grenzschicht zu durchbrechen, hat das Elektron einen bestimmten Arbeitsbetrag zu leisten. Es muß demnach ein auf die Grenzfläche hineilendes Elektron einen bestimmten Betrag kinetischer Energie besitzen, um das Metall verlassen zu können. Da man nun die kinetische Energie des Elektrons durch Temperaturerhöhung beliebig steigern kann, so ist anzunehmen, daß bei einer gewissen höheren Temperatur Elektronen beginnen werden, in größerer Zahl aus dem Metall herauszufliegen. Diese Vermutung wird durch die Erfahrung bestätigt (siehe darüber § 381).

Nun hat man sich diesen Vorgang nicht so vorzustellen, daß bei einer bestimmten Temperatur plötzlich alle Elektronen die zum Verlassen des Metalls nötige kinetische Energie erlangen. Dann müßten auch alle Elektronen sich wirklich über den ganzen Raum des Metalls und seiner Umgebung verbreiten. Die Sache liegt vielmehr folgendermaßen: Bei jeder Temperatur sind in jeder Richtung alle Geschwindigkeiten unter den Teilchen vertreten, von Null an bis hinauf zu sehr großen Werten. Nur die mittlere kinetische Energie hat bei einer gegebenen Temperatur einen bestimmten Wert und ist der absoluten Temperatur proportional. Es sind also bei jeder Temperatur Teilchen vorhanden, deren kinetische Energie den Grenzbetrag, der für Durchbrechen der Grenzschicht nötig ist, überschreitet. Nur sind dies bei niedrigen Temperaturen so außerordentlich wenig, daß sie einer Beobachtung entgehen müssen. Das Maxwell-Boltzmannsche Geschwindigkeitsverteilungsgesetz erlaubt uns nun zu be-

rechnen, welcher Bruchteil der in einem Volumen enthaltenen Teilchen Geschwindigkeitskomponenten besitzt, die zwischen bestimmten Grenzwerten liegen. Berechnet man mit seiner Hilfe nun die Zahl ν von Teilchen, die in Richtung senkrecht zur Grenzschicht Metall-Gas eine Geschwindigkeit haben, welche größer ist als die zur Durchbrechung der Schicht erforderliche Geschwindigkeit, welche also zwischen diesem Grenzwert und dem Wert Unendlich liegt, so erhält man für diese Zahl einen Ausdruck von der Form

$$\nu = A \cdot N \sqrt{\vartheta}\, e^{-\frac{B}{\vartheta}}.$$

Darin bedeuten N die Anzahl der im gleichen Volumen überhaupt vorhandenen Teilchen, ϑ die absolute Temperatur, A und B konstante Größen, welche die Ladung, die Masse und die Gaskonstante des Elektrons enthalten. Man sieht, daß ν sehr schnell mit der Temperatur ansteigt.

O. W. Richardson hat die Abhängigkeit der Zahl ν aus einem glühenden Metall austretender Elektronen von der Temperatur durch Messung des durch sie im Vakuum erzeugten elektrischen Stromes experimentell bestimmt und das obige Gesetz für Platin und Kohle genau bestätigt gefunden. Von anderen Beobachtern sind die Messungen mit dem gleichen Erfolge auf andere Metalle und Metalloxyde erweitert worden. Es ist durch diese Bestimmungen eine weitere sehr wichtige Stütze für die Richtigkeit der Grundannahme der Elektronentheorie geschaffen worden, daß für die Bewegung der Elektronen die Gasgesetze zugrunde gelegt werden können. Die Dichtigkeit N freier Elektronen ist hierbei als unabhängig von der Temperatur vorausgesetzt worden und zwar bis zu den hohen Glühtemperaturen hinauf. Für Platin und Kohle ergibt sich die Zahl N zu 5,1 bzw. $7{,}8 \cdot 10^{21}$.

363. Die thermoelektrischen Erscheinungen. Peltiereffekt. Thermostrom.

a) Der Peltiereffekt. Lötet man einen Wismut- und einen Antimonstab mit je einem ihrer Enden zusammen und schickt durch den zusammengesetzten Stab einen elektrischen Strom, so tritt Abkühlung oder Erwärmung der Lötstelle ein, je nachdem der Strom vom Wismut zum Antimon oder umgekehrt gerichtet

ist. Diese Temperaturänderung an der Vereinigungsstelle zweier verschiedener Metalle wird nach ihrem Entdecker Peltiereffekt genannt. Der Peltiereffekt ist besonders stark für eine Antimon-Wismutvereinigung. Man kann ihn direkt mit einem Luftthermometer nachweisen. Um frei zu sein von der Wirkung der Jouleschen Wärme wendet man dabei zweckmäßig ein Differentialinstrument (Fig. 298) an. Die beiden Kugeln desselben enthalten je einen gleichen Wismut-Antimonstab; man schaltet diese Stäbe in einander entgegengesetzter Richtung in einen Stromkreis, so daß sich die eine Lötstelle abkühlt, die andere erwärmt, und beobachtet die Verschiebung eines Flüssigkeitstropfens in der beide Kugeln verbindenden Röhre. Ohne eine solche Vorrichtung kann man den Peltiereffekt auch in folgender Weise demonstrieren. Man schickt durch eine Reihe verlöteter Antimon-Wismut-Drähte, etwa durch eine Gülchersche Thermosäule einige Augenblicke Strom aus einer galvanischen Batterie. Legt man darauf die Thermosäule an ein Galvanometer, so zeigt dieses Strom an, als ein Zeichen ungleicher Erwärmung der verschiedenartigen Lötstellen. Der Strom zeigt umgekehrte Richtung, wenn man den Batteriestrom im umgekehrten Sinn durch die Thermosäule sandte, rührt also nicht von einer ungleichmäßigen Einwirkung erzeugter Joulescher Wärme her. Nach dem Vorgang von Lenz kann man die Abkühlung durch den Peltiereffekt auch dadurch demonstrieren, daß auf 0° vorgekühltes Wasser an der Lötstelle, an welcher der Strom vom Wismut zum Antimon geht, leicht zum Gefrieren gebracht wird. Auch mit einem gewöhnlichen Thermometer ist der Effekt nachzuweisen.



Fig. 298.

b) Der Thermostrom. Ein zweimal umgebogener Wismut- und ein gerader Antimonstab seien zu einem geschlossenen Rechteck vereinigt. Erwärmt man die eine Verbindungsstelle, so zeigt eine Magnetnadel einen Strom an, welcher an der er-

hitzten Stelle vom Wismut zum Antimon fließt. Dies ist der von Seebeck entdeckte Thermostrom. In einem Kreis aus einem Wismut- und einem Antimonstab hat die bei 1° Temperaturdifferenz der Lötstellen erzeugte thermoelektromotorische Kraft einen Wert von etwa 0,0001 Volt.

Der Thermostrom ist stets so gerichtet, daß der durch ihn erzeugte Peltiereffekt die Temperaturdifferenz der Lötstellen auszugleichen sucht. Wird die eine Lötstelle also erwärmt, so sucht der Thermostrom diese Lötstelle abzukühlen. Diese Regel hat viel Ähnlichkeit mit dem Lenzschen Gesetz (§ 168), und ist, wie dieses, durch das Prinzip von der Erhaltung der Energie gegeben. Denn wäre der Thermostrom entgegengesetzt, so müßte eine erzeugte kleine Temperaturdifferenz durch den Thermostrom und dessen Peltiereffekt sich von selbst immer mehr vergrößern. Bei Konstanthaltung der Temperatur einer Lötstelle würde also durch eine einmalige kleine, sei es elektrische oder thermische Erregung fortwährend Wärme — d. h. Energieerzeugung aus nichts, ein perpetuum mobile entstehen.

Durch den Thermostrom findet also an der erwärmten Lötstelle eine Wärmeabsorption, an der kälteren Lötstelle eine Wärmeproduktion statt. Letztere ist stets kleiner als erstere. Insgesamt findet also ein Wärmeverbrauch statt. Dieser Energieverlust findet in der Energie des Thermostromes sein Äquivalent.

Zwei Drähte aus verschiedenen Metallen, welche an einem Ende verbunden sind, bilden ein Thermoelement und werden zu Temperaturmessungen benutzt. Je nach der gewünschten Empfindlichkeit und der Höhe der zu messenden Temperatur nimmt man Drähte verschiedenen Materials. Für hohe Temperaturen (bis 1500°) benutzt man das Thermoelement von Le Chatelier, bestehend aus einem Platindraht und einem Draht aus einer Legierung von Platin und Rhodium. Viel Verwendung finden Thermoelemente aus Eisen- und Konstantandraht. Diese haben für 1° Temperaturdifferenz der Lötstellen eine e. m. K. gleich 0,000053 Volt = 53 Mikrovolt.

Die gesamte thermoelektromotorische Kraft an den Enden eines zusammengesetzten Leiters ist gleich der Summe aller einzelnen elektromotorischen Kräfte an den Verbindungsstellen.

Man kann infolgedessen mehrere Thermoelemente in Reihe zu einer **Thermosäule** zusammenschalten. Fig. 299 zeigt eine Thermosäule nach Gülcher, welche stärkeren Strom liefert und zum Laden von Akkumulatoren benutzt werden kann.

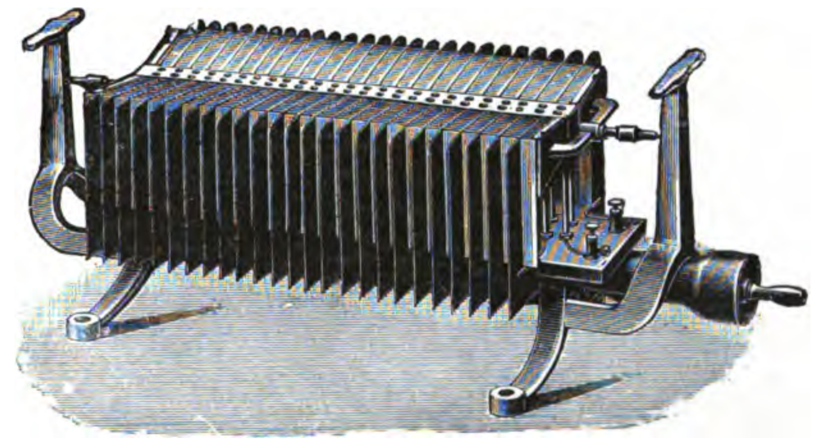


Fig. 299.

Bezüglich ihres thermoelektrischen Verhaltens lassen sich die Metalle in eine Reihe ordnen, derart, daß die weiter voneinander entfernten Metalle eine größere thermo-elektromotorische Kraft zeigen. Diese Reihe ist für einige Metalle nach Seebeck folgende:

+ Antimon
Eisen
Zink
Silber
Gold
Zinn
Blei
Quecksilber
Kupfer
Platin
— Wismut.

Die Reihe kann indessen durch geringfügigste Verunreinigungen, welche die Thermokraft oft stark beeinflussen, verändert werden.

364. Thermodynamik der thermoelektrischen Erscheinungen. Wir können auf einen thermoelektrischen Kreis eine ähnliche Betrachtung anwenden, wie sie in § 129 zur Berechnung der elektromotorischen Kraft eines galvanischen Elements angestellt wurde. Entnehmen wir einem Thermoelement eine Zeit t hindurch den Strom i, so durchfließt derselbe die heiße und die kalte Drahtverbindungsstelle im entgegengesetzten Sinn. Nach der naheliegendsten Auffassung der thermoelektromotorischen Kraft hat dieselbe ihren Sitz in der Berührungsstelle der verschiedenen Metalle. Nehmen wir nun an, die kühlere Lötstelle habe die absolute Temperatur ϑ, die wärmere die um etwas höhere $\vartheta + d\vartheta$, die Potentialsprünge, d. h. die kontaktelektromotorischen Kräfte seien an den beiden Lötstellen dementsprechend E und $E + dE$. Sie sind gegeneinander gerichtet, der fließende Strom wird an der einen Lötstelle Arbeit leisten, an der anderen verbrauchen, die der Arbeit entsprechende Peltiersche Wärme besteht an der kühleren Lötstelle in der Produktion der Wärmemenge Eit, an der heißeren in der Absorption der Wärmemenge $(E + dE)it$. Es geht also, das ist der Effekt des ganzen Prozesses, von der heißen nach der kalten Lötstelle, von der Temperatur $\vartheta + d\vartheta$ auf die niedrigere ϑ die Wärmemenge $Q = Eit$ über, und es geht außerdem die Wärmemenge $dE \cdot it$ verloren. Dieser Teil tritt als Energie des Thermostromes, also als disponible Arbeit A auf. Der zweite Hauptsatz der Wärmetheorie verlangt die Beziehung:

$$A = Q \cdot \frac{d\vartheta}{\vartheta}$$

oder:

$$dE \cdot it = E \cdot it \cdot \frac{d\vartheta}{\vartheta},$$

woraus für die elektromotorische Kraft E einer auf der Temperatur ϑ befindlichen Kontaktstelle folgt:

$$E = \vartheta \cdot \frac{dE}{d\vartheta}.$$

Hieraus folgt weiter:

$$\frac{dE}{E} = \frac{d\vartheta}{\vartheta}$$

oder durch Integration

$$\log E = \log \vartheta + \text{Konst.}$$

oder, wenn wir die Integrationskonstante gleich $\log p$ setzen:

$$\log E = \log p\vartheta$$

$$E = p\vartheta.$$

Das würde in Worten bedeuten:

> Die durch die Wärme hervorgerufene kontaktelektromotorische Kraft an der Berührungsstelle zweier Metalle ist proportional der absoluten Temperatur.

In einem geschlossenen Thermokreis ist die gesamte e. m. K. gleich der Differenz der beiden e. m. K. an den Lötstellen, also

$$E = E_{\vartheta'} - E_{\vartheta} = p(\vartheta' - \vartheta).$$

Sie muß dieser Theorie nach also der Temperaturdifferenz der Lötstellen proportional sein.

Die Voraussetzungen, von welchen die thermodynamische Theorie ausgeht, sind folgende: Es wird erstens angenommen, daß die elektromotorischen Kräfte ihren Sitz nur an den Berührungsstellen der Metalle haben, und zweitens, daß der elektrische Vorgang ganz und in reversibler Weise durch Wärme bewirkt wird; denn nur in diesem Fall dürfte der benutzte thermodynamische Satz seine Anwendung finden. Es mag hier auch noch die Bemerkung am Platze sein, daß diese Theorie auch wirklich nur in sich solche e. m. K. einschließt, die durch Wärmevorgänge veranlaßt werden. Nicht in ihr enthalten sind solche kontaktelektrischen Kräfte, die nach Helmholtz ihre Ursache in molekularen Anziehungskräften haben, welche die Teilchen der Metalle in sehr kleiner Entfernung auf die Elektrizität ausüben. Gegen eine durch verschiedene Anziehung der einzelnen Metalle hervorgerufene e. m. K. wird, wie Clausius zuerst bemerkte, beim Fließen eines Stromes keine Arbeit geleistet, und es können die Helmholtzschen Molekularkräfte in einer geschlossenen metallischen Kette niemals einen Strom hervorrufen. Die Kräfte können also ruhig bestehen, haben aber auf die thermoelektrischen Erscheinungen keinen Einfluß.

365. Eine weitere thermoelektrische Erscheinung: der Thomsoneffekt. Das im vorigen Paragraphen aus der Theorie abgeleitete Gesetz der Proportionalität von thermoelektromotorischer Kraft und Temperaturdifferenz wird durch die

Erfahrung nicht immer bestätigt. Für die e. m. K. eines Thermoelements gilt vielmehr im allgemeinen eine Beziehung von der Form

$$V = a(\vartheta' - \vartheta) + b(\vartheta'^2 - \vartheta^2),$$

in welcher allerdings das erste Glied meist das weit vorherrschende ist. Die Voraussetzungen der Theorie müssen demnach nicht immer völlig richtig sein, und es ist in der Tat Sir William Thomson (Lord Kelvin) gelungen zu zeigen, daß der Sitz der e. m. K. nicht allein in den Berührungsstellen zu suchen ist, sondern daß in einem einzigen Metall bereits e. m. K. durch Wärmevorgänge erzeugt werden, wenn in ihm ein Temperaturgefälle herrscht, also ein Wärmestrom in ihm fließt. Diese e. m. K. sind bei verschiedenen Metallen von verschiedener Größe und Richtung. Sendet man durch das Metall gleichzeitig mit dem Wärmestrom einen elektrischen Strom, so wird durch diese e. m. K. Arbeit geleistet oder verbraucht, je nach der Stromesrichtung, und die produzierte Stromwärme ist dann nicht mehr die reine Joulesche Wärme, sondern es tritt noch eine positive oder negative Wärmetönung hinzu. Das beschriebene Phänomen nennt man nach seinem Entdecker Thomsoneffekt. Er äußert sich also darin, daß 1. die e. m. K. eines Thermoelements nicht proportional der Temperaturdifferenz der Lötstellen ist, 2. die in einem vom Strom i durchflossenen Draht vom Widerstand w in der Zeiteinheit erzeugte Wärme nicht mehr die Joulesche Wärme allein, also nicht mehr durch den Ausdruck $i^2 w$ gegeben ist, 3. die Peltierwärme, die durch einen Strom in der Lötstelle eines Thermoelements erzeugt wird, nicht der e. m. K. desselben proportional ist, und endlich 4. zwischen den Enden eines isoliert aufgestellten Metallstabes, längs dessen ein Temperaturgefälle herrscht, eine Potentialdifferenz bestehen muß. Diese wäre nur elektrometrisch meßbar. Die Einführung des Thomsoneffekts in die obige thermodynamische Theorie ergibt für die Thermokraft die obige experimentell bestätigte Beziehung, wenn man die Annahme macht, daß die Größe des Effekts an einer Leiterstelle bei gleicher Temperaturdifferenz im Leiter der absoluten Temperatur an der betreffenden Leiterstelle proportional ist. Diese Annahme ist von Battelli durch Versuche als richtig gefunden worden. Der Thomsoneffekt ist groß bei Wismut und

ist im Gegensatz dazu im Blei gar nicht vorhanden, und im Quecksilber hat er sogar negatives Vorzeichen. Der Strom 10 Ampère = 1 absol. e. m. Einheit erzeugt zwischen zwei Querschnitten, die 1^0 Temperaturdifferenz haben, die Wärmemenge $\varrho = 24{,}5 \cdot 10^{-6}$ g cal. in Wismut und bewirkt eine Wärmeabsorption von $\varrho = -6{,}9 \cdot 10^{-6}$ g cal in Quecksilber. Der Thomsoneffekt ist der Stromstärke J und der Temperaturdifferenz $d\vartheta$ proportional, die produzierte Wärme ist also

$$Q = \varrho J d\vartheta.$$

Die Größe ϱ hat W. Thomson die spezifische Wärme der Elektrizität genannt.

366. Elektronentheorie der Thermoelektrizität. In der bisherigen Theorie fehlt noch völlig eine Anschauung, wie die e. m. K. an der Grenzfläche zweier Leiter und in einem Leiter durch Wärme erzeugt werden. Von einer bestimmten Vorstellung in dieser Hinsicht ausgehend hat F. Kohlrausch[1]) eine andere Theorie der thermoelektrischen Erscheinungen aufgestellt, die man als Mitführungstheorie bezeichnet. Die Fundamente dieser Theorie stimmen fast vollständig mit den Grundanschauungen der Elektronentheorie überein und erfahren durch diese eine tiefere Begründung. Kohlrausch legte seiner Theorie folgende zwei Annahmen zugrunde: In einem Metall ist in einem von seiner Natur abhängigen Betrage mit einem Wärmestrom ein Transport von Elektrizität und mit einem elektrischen Strome ein Transport von Wärme verbunden. Es gelang ihm zu zeigen, daß sich aus diesen Annahmen das Gesetz der thermoelektrischen Kraft sowie der Peltiereffekt ergeben. Die von Kohlrausch eingeführten Annahmen sind auf Grund unserer bisherigen elektronentheoretischen Anschauungen durchaus zu verstehen. Ein sich in einem elektrischen Strome im Metall bewegendes Elektron wird auch seine Wärmebewegung beibehalten, also Wärme transportieren, und ein infolge eines Temperaturgefälles durch das Metall diffundierendes Elektron wird seine Ladung mitnehmen, also Elektrizität transportieren.

Um den Vorgang genauer zu verfolgen, betrachten wir zu-

1) Pogg. Ann. **156**, 601, 1875.

nächst den Fall der Wärmeübertragung durch ein Gas. Ein zylindrischer Gasraum werde an seiner einen Grundfläche plötzlich auf höhere Temperatur gebracht. Es wird plötzlich eine Druckdifferenz entstehen, welche sich aber schnell durch die freie Bewegung der Gasmoleküle ausgleicht, und im stationären Zustand ist der Druck überall der gleiche, die Dichtigkeit des Gases dagegen an jeder Stelle anderer Temperatur verschieden; es besteht ein Konzentrationsgefälle der Gasmoleküle von den kälteren nach den wärmeren Stellen hin, die Gasteilchen sind an die kälteren Stellen hinüberdestilliert. Fortdauernd besteht aber infolge Diffusion durch jeden Querschnitt hindurch ein Austausch von Teilchen. Die Dichtigkeit wird indessen hierdurch nirgends mehr geändert, indem durch jeden Querschnitt von beiden Seiten her gleich viel Teilchen passieren. Wohl aber findet ein Energietransport dabei statt, indem die kinetische Energie der von der wärmeren Seite herkommenden Teilchen die größere ist. Mit der Diffusion ist also im stationären Zustand ein Wärmetransport von Stellen höherer zu solchen niederer Temperatur, d. h. Wärmeleitung verbunden. Die Gesetze der Wärmeleitung und der Diffusion weisen darum eine völlige formale Übereinstimmung auf.

Sind an einer Stelle der absoluten Temperatur ϑ in der Volumeneinheit des Gases N Gasmoleküle enthalten, so ist nach dem Avogadro-Mariotte-Gay-Lussacschen Gesetz der Druck gegeben durch

$$p = \tfrac{2}{3} N \alpha \vartheta,$$

wo α die in § 357 genannte, von der Natur des Gases unabhängige Konstante bedeutet. Ist im stationären Zustand der Druck p überall der gleiche, so folgt hieraus die der Teilchenzahl N proportionale Dichtigkeit des Gases umgekehrt proportional der absoluten Temperatur ϑ.

In einem Metall hat man sich den Vorgang ähnlich, wenn auch in etwas modifizierter Weise vorzustellen. Eine plötzliche Hervorrufung eines Temperaturgefälles hat auch hier ein Druckgefälle der Elektronen zur Folge, welches sich sogleich durch eine Bewegung derselben auszugleichen sucht. Jetzt tritt aber hier ein weiterer Umstand in Aktion, der durch die Ladung der Elektronen veranlaßt ist. Die letztere bedingt nämlich, daß,

sobald durch die Bewegung der Elektronen die gleichmäßige Verteilung derselben im Metall aufhört, ein elektrisches Feld auftritt, welches der antreibenden Druckdifferenz entgegenwirkt. Die Bewegung der Elektronen geht also nicht wie im Gase so lange vor sich, bis die Druckdifferenz völlig verschwunden ist, sondern nur so lange, bis dieselbe der Wirkung des entstandenen elektrischen Feldes das Gleichgewicht hält. Greift man aus dem Metallstab ein kurzes Stück vom Querschnitt Eins und der Länge dx heraus, so sind in ihm Ndx Elektronen enthalten. Hat das durch die Strömung entstandene elektrische Feld die Stärke $\mathfrak{E}$, so wird auf jedes Elektron die Kraft $\mathfrak{E}e$, auf alle im Volumen dx enthaltenen Elektronen mithin die Kraft $\mathfrak{E}eNdx$ ausgeübt. Ist dp die Druckdifferenz an den Enden des Stückes, so muß daher sein

$$dp = \mathfrak{E}eNdx,$$

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{Ne}\frac{dp}{dx}.$$

Die Potentialdifferenz zwischen den Enden des Stabstückes von der Länge dx ist darnach, wenn man noch für p den aus der kinetischen Theorie der Gase entnommenen, oben genannten Wert einsetzt:

$$V = \mathfrak{E}dx = \frac{1}{Ne}\frac{dp}{dx}dx = \frac{2\alpha}{3e}\cdot\frac{1}{N}\frac{d(N\vartheta)}{dx}dx.$$

Diese Betrachtung zeigt, daß die Enden eines wärmedurchflossenen Metallstabs immer eine Potentialdifferenz aufweisen müssen, sie gibt also eine anschauliche Erklärung des Thomsoneffekts. Längs des Stabes ändern sich Temperatur, Druck und Konzentration der Elektronen, die letztere also auch dann, wenn sie als solche, d. h. etwa in einem überall gleichtemperierten Metall, von der Temperatur unabhängig ist.

Sendet man durch den wärmedurchströmten Metallstab einen elektrischen Strom, so fließt dieser je nach seiner Richtung mit oder gegen das elektrische Feld des Thomsoneffekts. Im ersteren Falle leistet der Strom Arbeit, im zweiten Falle ist Arbeit aufzuwenden, um den Strom gegen das Feld zu treiben. Es wird demnach die vom Strome erzeugte Joulesche Wärme im ersteren Falle vergrößert, im letzteren dagegen kleiner erscheinen. Dies ist die im vorigen Paragraphen genannte thermische Wir-

kung des Thomsoneffekts. Die im Thomsoneffekt durch einen Strom i freiwerdende oder gebundene Wärmemenge ist auch sehr einfach unter obiger Annahme zu berechnen. Die auf der Stablänge dx bei der Bewegung eines Elektrons in der Feldrichtung, d. h. vom wärmeren zum kälteren Querschnitt, zu leistende Arbeit, d. h. also der Energiezuwachs des Elektrons ist

$$E_1 = Ve = \frac{2}{3}\frac{\alpha}{N}\frac{d(N\vartheta)}{dx}dx.$$

Gleichzeitig verliert aber das Elektron, weil es von höherer auf niedere Temperatur kommt, den Energiebetrag

$$E_2 = \alpha\frac{d\vartheta}{dx}\cdot dx,$$

wenn $\frac{d\vartheta}{dx}$ das Temperaturgefälle an der betrachteten Stelle ist. Mithin ist der gesamte Energieverlust, der als Wärme auftritt, für ein Elektron

$$E_2 - E_1 = \left(\alpha\frac{d\vartheta}{dx} - \frac{2}{3}\frac{\alpha}{N}\frac{d(N\vartheta)}{dx}\right)dx.$$

Durch Ausführen der Differentiation des Produkts $N\vartheta$ folgt:

$$E_2 - E_1 = \frac{\alpha}{3}\left(\frac{d\vartheta}{dx} - 2\vartheta\frac{d(\log N)}{dx}\right)dx.$$

Der Strom i transportiert aber $\frac{i}{e}$ Elektronen in der Zeiteinheit durch den Stabquerschnitt, also ist die gesamte erzeugte Wärme des Thomsoneffekts:

$$W = \frac{\alpha i}{3e}\left(\frac{d\vartheta}{dx} - 2\vartheta\frac{d(\log N)}{dx}\right)dx = \varrho i d\vartheta.$$

Für die spezifische Wärme der Elektrizität ϱ folgt hieraus:

$$\varrho = \frac{\alpha}{3e}\left(1 - 2\vartheta\frac{d(\log N)}{d\vartheta}\right).$$

Der Quotient $\frac{\alpha}{3e}$ ist ungefähr gleich $0{,}45\cdot 14^4$, groß gegen die in Metallen beim Fließen des Stromes Eins im Temperaturgefälle 1^0 C pro cm beobachtete Thomsonwärme, welche im Wismut unter allen Metallen den weitaus größten Wert $0{,}3\cdot 10^{-4}$ cal $= 1{,}26\cdot 10^3$ Erg besitzt. Es muß daher die Klammer-

größe im obigen Ausdruck klein sein, woraus sich die angenäherte Forderung ergibt:

$$\frac{d\vartheta}{\vartheta} = 2\frac{d(\log N)}{d\vartheta},$$

also

$$\log\vartheta = 2\log N + \text{Konst.}$$

oder

$$N = C\sqrt{\vartheta}.$$

Der Thomsoneffekt ist gering, wenn die Elektronendichte der Quadratwurzel aus der absoluten Temperatur proportional ist. Wächst N langsamer als die $\sqrt{\vartheta}$, so ist ϱ positiv, d. h. es wird bei dem Fließen des Stromes vom wärmeren zum kälteren Teil des Metalls Thomsonwärme erzeugt, nimmt dagegen N schneller als $\sqrt{\vartheta}$ zu, so tritt das Umgekehrte ein, es wird Wärme gebunden.

Auch die in der Grenzschicht zweier Metalle auftretende Potentialdifferenz des Peltiereffekts und die beim Passieren eines Stromes in der Grenzschicht erzeugte Peltierwärme erklärt sich in völlig analoger Weise, wenn man annimmt, daß die Dichtigkeit der Elektronen in verschiedenen Metallen bei gleicher Temperatur verschiedene Größe hat. Den Übergang eines Metalles in das andere pflegt man nicht als unstetig anzusehen. Man stellt sich vielmehr vor, daß er in einer sehr feinen, unmeßbar dünnen Schicht erfolgt. Durch diese Schicht wird infolge der Druckdifferenz der Elektronen in den beiden Metallen ein Wandern derselben in Richtung abnehmenden Druckes, also nach dem elektronenärmeren Metall hin eintreten, so lange bis das infolgedessen entstehende elektrische Gegenfeld den Elektronenstrom hemmt. Für ein herausgegriffenes Stück der Übergangsschicht haben wir wieder wie oben den Ansatz zu machen:

$$dp = \mathfrak{E}eN\,dx = \tfrac{2}{3}\alpha\vartheta\,dN.$$

Für die Integration ist diesmal die Temperatur ϑ eine Konstante, mithin folgt für die zwischen den Metallen entstehende Potentialdifferenz:

$$V = \int\mathfrak{E}\,dx = \frac{2}{3}\frac{\alpha}{e}\vartheta\int\frac{dN}{N},$$

$$V = \frac{2}{3}\frac{\alpha}{e}\vartheta\log\frac{N_2}{N_1}$$

oder

$$V = 0{,}9\cdot\vartheta\log\frac{N_2}{N_1}\cdot 10^{-4}\text{ Volt.}$$

Die durch Beobachtung des Peltiereffekts gemessene Potentialdifferenz ergibt mögliche Werte für das Dichtigkeitsverhältnis der Elektronen. Für Antimon und Wismut ist bei 0° Celsius V etwa $\frac{1}{30}$ Volt, woraus sich für die beiden Metalle $\log \frac{N_2}{N_1} = 1{,}33$, d. h. $N_1 : N_2 = 3{,}8$ ergibt. Wenn man also im Antimon die Elektronenzahl etwa viermal so groß annimmt als im Wismut, so erhält man aus obiger Formel einen richtigen Wert für die Potentialdifferenz des Peltiereffekts.

Kontaktpotentialdifferenzen lassen sich aus obiger Anschauung nicht erklären, denn zur Erzeugung einer Potentialdifferenz von 1 Volt, welche etwa die Größenordnung der Kontakt-e. m. K. darstellt, würde bei 0° Celsius bereits ein Dichtigkeitsverhältnis der Elektronen nötig sein, dessen natürlicher Logarithmus etwa 40 ist. Dies gäbe für das Verhältnis $N_2 : N_1$ den völlig unwahrscheinlichen Wert $2{,}4 \cdot 10^{17}$. Zur Erklärung der Kontaktpotentialdifferenz hat man demnach andere Vorgänge, z. B. die in § 364 erwähnten molekularen Anziehungskräfte, heranzuziehen. Jedenfalls läßt der eigentümliche Umstand, daß die Metalle, nach ihrer lichtelektrischen Empfindlichkeit geordnet, dieselbe Reihenfolge wie in der Voltaschen Spannungsreihe aufweisen, auf eine nahe Beziehung des Ursprungs der Berührungselektrizität zu den Elektronen schließen.

Die gesamte e. m. K. in einem geschlossenen thermoelektrischen Stromkreise, der aus zwei mit den Enden aneinander gelöteten Drähten verschiedenen Materials besteht, und dessen zwei Lötstellen auf verschiedener Temperatur gehalten werden, setzt sich nach den gemachten Ausführungen aus vier e. m. K. zusammen. Zwei haben ihren Sitz in den Lötstellen (Peltiereffekt) und zwei im Inneren der beiden Metalldrähte, längs denen die Temperatur von dem höheren auf den niederen Wert sinkt (Thomsoneffekt). Die ersteren beiden bilden den überwiegenden Anteil. Wenn der Thomsoneffekt in beiden Metallen gering ist, so ist N in beiden Drähten nach obiger Theorie der Wurzel aus der absoluten Temperatur angenähert proportional, das Verhältnis $N_2 : N_1$ infolgedessen von der Temperatur nahezu unabhängig und die e. m. K. des thermoelektrischen Kreises daher der Temperaturdifferenz der Lötstellen proportional.

367. Thermomagnetische und galvanomagnetische Erscheinungen. Aus den Anschauungen der Elektronentheorie über das Wesen eines elektrischen und eines Wärmestromes ist ohne weiteres zu folgern, daß auf beide Erscheinungen ein Magnetfeld nicht einflußlos bleiben kann. Durchfließt ein Elektronenstrom eine Metallplatte, und erzeugt man ein Magnetfeld, dessen Kraftlinien die Platte senkrecht durchsetzen, so müssen die Elektronen seitlich aus ihrer Bahn abgelenkt werden, und es müssen dadurch seitliche Temperatur- und elektrische Potentialdifferenzen entstehen, die den Elektronenstrom wieder in seine alte Richtung zurückbringen. Solche Phänomene sind in der Tat in vielen Metallen, in ganz besonders starkem Betrage im Wismut beobachtet, und ihre Theorie auch wiederum von Drude und von Riecke entwickelt worden. Beide Forscher kommen zu ähnlichen Resultaten, bezüglich derer auf die Originalarbeiten verwiesen werden muß. In den Grundannahmen der beiden Theorien besteht die Verschiedenheit, daß der Temperatur ein verschiedener Einfluß auf die Elektronen zugeschrieben wird. Riecke nimmt eine Wirkung derselben auf die molekulare Geschwindigkeit, Drude eine Beeinflussung der Konzentration der Elektronen an. Die Erscheinungen, deren Theorie noch in keiner Weise als abgeschlossen gelten kann, sind folgende: Eine rechteckige Wismutplatte der Breite β und der Dicke δ (Fig. 300), werde von einem elektrischen Strom I, bzw. einem Wärmestrom J in der x-Richtung von I nach II durchflossen. Ein Magnetfeld der Stärke H kann erregt werden, dessen Induktionslinien senkrecht zur Platte die Richtung des Pfeiles H haben mögen.

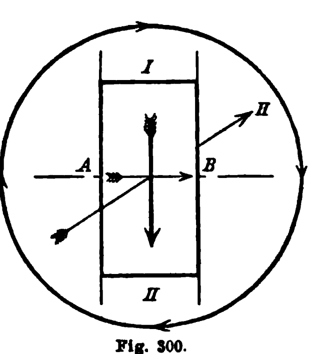


Fig. 300.

I. Halleffekt (primärer Elektrizitätsstrom). Sind A und B zwei äquipotentielle Punkte, d. h. zwei Punkte, welche bei Fließen des elektrischen Stromes I keine Potentialdifferenz aufweisen, so entsteht eine solche sofort, sobald das Magnetfeld erregt wird. Das Potential von B wird erhöht, von A erniedrigt. Man kann den Halleffekt ansehen als eine Drehung der

elektrischen Äquipotentiallinien im Uhrzeigersinn. Der Halleffekt, d. h. die Größe der zwischen A und B entstehenden Potentialdifferenz ist proportional der magnetischen Feldstärke H, der Stromstärke I und umgekehrt proportional der Plattendicke δ. Er stellt sich also dar als ein Ausdruck der Form:

$$E = R \cdot H \cdot \frac{I}{\delta} \cdot$$

R ist die Konstante des Halleffekts für ein betreffendes Material. Diesem Effekt analog ist für den Fall eines die Platte durchsetzenden Wärmestromes der

II. Leduceffekt (primärer Wärmestrom). Das Magnetfeld erzeugt eine Drehung der Isothermallinien, so daß zwei Punkte A und B, welche ohne Feld auf einer Isotherme liegen, nach Erzeugung des Feldes eine Temperaturdifferenz aufweisen. Dieselbe ist proportional der Feldstärke, dem Temperaturgefälle und der Plattenbreite, also gegeben durch

$$\Delta\vartheta = SH\beta \cdot \frac{d\vartheta}{dx} \cdot$$

Da der Wärmestrom J gegeben ist als das Produkt aus Leitvermögen k, Querschnitt und Temperaturgefälle

$$J = k\beta\delta \cdot \frac{d\vartheta}{dx},$$

so kann man statt dessen die dem Ausdruck für den Halleffekt ganz analoge Formel schreiben:

$$\Delta\vartheta = \frac{S}{k} \cdot H \cdot \frac{J}{\delta} \cdot$$

S die Konstante des Leduceffekts.

III. Thermomagnetischer Transversaleffekt (primärer Wärmestrom). Durchfließt ein Wärmestrom die Platte, so wird bei Erregung des Magnetfeldes eine transversale elektrische Potentialdifferenz zwischen A und B erzeugt. Auch diese befolgt dasselbe Gesetz, ist also dargestellt durch die Formel:

$$E = QH\beta \cdot \frac{d\vartheta}{dx} = \frac{Q}{k} \cdot H \cdot \frac{J}{\delta} \cdot$$

Q die Konstante des Transversaleffekts (v. Ettingshausen und Nernst). Dasselbe gilt von der diesem Effekt analogen

IV. Transversalen Temperaturdifferenz (primärer Elektrizitätsstrom). Durchfließt ein elektrischer Strom die Platte, so erzeugt ein senkrecht zur Platte gerichtetes Magnetfeld eine Temperaturdifferenz zwischen A und B. Dieselbe ist dargestellt durch:

$$\Delta\vartheta = -P \cdot H \cdot \frac{I}{\delta}.$$

P die Konstante dieses Effekts.

Drei weitere Effekte sind im Wismut leicht zu beobachten, welche ebenfalls ein analoges Verhalten derselben einem elektrischen und einem Wärmestrom gegenüber dartun.

V. Änderung des elektrischen Leitvermögens im Magnetfeld. Erregung des Magnetfeldes verursacht eine Widerstandserhöhung. Man kann dies auch so ansehen, als ob zwischen zwei auf einer Stromlinie liegenden Punkten eine der stromerzeugenden elektromotorischen Kraft entgegengesetzt gerichtete Potentialdifferenz erzeugt wird. Die Widerstandsänderung ist eine Funktion der Feldstärke und mit der Temperatur veränderlich (s. auch § 198).

VI. Änderung des thermischen Leitvermögens im Magnetfeld. Erregung des Magnetfeldes verursacht eine Verschlechterung des Wärmeleitungsvermögens, welche man auch als herrührend von einer longitudinalen, dem ursprünglichen Temperaturfall entgegengesetzt gerichteten Temperaturdifferenz ansehen kann.

VII. Der thermomagnetische Longitudinaleffekt (primärer Wärmestrom). Auch in Richtung der Wärmestromlinien entsteht bei Erregung des Magnetfeldes eine elektromotorische Kraft, welche dem Wärmestrom entgegengesetzt gerichtet ist.

VIII. Der dem letzten Effekt analoge, das Auftreten einer Temperaturdifferenz in Richtung der Stromlinien eines eine Wismutplatte durchfließenden primären elektrischen Stromes, ist noch nicht beobachtet worden.

Die angeführten Gesetze der Erscheinungen sind empirische, gelten aber durchaus nicht immer. So wechselt z. B., wie v. Ettingshausen und Nernst fanden, der Halleffekt bei Wismut-Zinnlegierungen sein Vorzeichen, wenn man von schwachen zu

starken Magnetfeldern übergeht, der Effekt ist hier also ganz und gar nicht der Feldstärke proportional.

368. Unvollständigkeit der Elektronentheorie. Wenn auch im großen und ganzen die Elektronentheorie von den elektrischen und thermischen Vorgängen in Metallen ein recht anschauliches Bild gibt und auch in manchen Fällen eine sehr gute Übereinstimmung ihrer Ergebnisse mit denen des Experiments besteht, so ergeben sich doch andererseits in vielen Hinsichten Schwierigkeiten, die erst noch behoben werden müssen, ehe die Theorie eine fertig dastehende genannt werden kann. So zeigen manche Metalle Abweichungen vom Wiedemann-Franzschen Gesetz, welche zu groß sind, als daß sie durch Versuchsfehler erklärt werden könnten. Von Interesse ist die Frage, ob solche Abweichungen dadurch möglich sein könnten, daß die Wärmeleitung nicht allein durch die Bewegung der freien Elektronen zustande kommt, sondern daß auch die schwingenden, gebundenen Elektronen einander Energie zustrahlen. Auf einen solchen Vorgang hat man wahrscheinlich die in Isolatoren auftretende Wärmeleitung zurückzuführen. Es ist diese aber im Verhältnis zu derjenigen der Metalle so klein, daß man innerhalb der Metalle die Wärmestrahlung wohl mit Recht vernachlässigen kann. Riecke schätzt auf einer Berechnung von Schuster, die für Steinsalz den Strahlungseinfluß als 0,2% ergab, fußend, für Kupfer den Einfluß auf 0,014 Prozent.

Viele Schwierigkeiten bieten für die Elektronentheorie der Metalle die im vorigen Paragraphen besprochenen Erscheinungen, welche in quantitativer Hinsicht sehr kompliziert sind, und zu deren Erklärung noch wesentliche Modifikationen der Theorie werden erfolgen müssen. Es sei nur z. B. an den erwähnten Vorzeichenwechsel des Halleffekts erinnert. Gegen die Vermutung, daß in solchen Fällen positiv geladene Elektronen an der Stromleitung sich beteiligen, sprechen andere Umstände, vor allem schon der, daß man die Existenz positiver Elektronen bisher nicht hat nachweisen können. Vermutlich wird man einen Einfluß der Metallatome auf die Elektronen und besondere Strukturverhältnisse in Metallen zur Erklärung solchen absonderlichen Verhaltens heranziehen müssen.

Auf eine weitere Schwierigkeit hat J. J. Thomson aufmerksam gemacht. Aus den Versuchen von Hagen und Rubens folgt, daß die elektrische Leitfähigkeit eines Metalls für periodische Ströme sich nicht verändert bis herab zu Schwingungszahlen, die einer Wellenlänge von 25μ entsprechen, und daß bei $\lambda = 4\mu$ das Leitvermögen erst um ca. $\frac{1}{8}$ kleiner ist. Man kann daraus einen Schluß auf die obere Grenze des mittleren Zeitintervalls ziehen, welches zwischen zwei Zusammenstößen von Elektronen liegt, und daraus den Minimalwert berechnen, den die Elektronendichte im Metall besitzen muß. Thomson gibt für Silber an, daß $N > 1{,}8 \cdot 10^{24}$ sein muß. Nimmt man im günstigsten Fall an, daß die Wärme eines Metalls nur durch die Bewegung der Elektronen bestimmt ist, daß also die Atome sich nicht an der Wärmebewegung beteiligen, was wohl kaum richtig sein dürfte, so kann man aber N auch aus der spezifischen Wärme des Metalles berechnen. Da jedes Elektron bei einer Temperaturerhöhung um 1^0 die Wärme α aufnimmt (seine kinetische Energie ist gleich $\alpha\vartheta$), so muß die spezifische Wärme der Volumeneinheit $N\alpha$ sein. Um 1 ccm Silber um 1^0 zu erwärmen, sind aber ca. 0,6 cal $= 2{,}5 \cdot 10^7$ Erg erforderlich, woraus für N der Wert $0{,}2 \cdot 10^{24}$ folgt, d. i. ein Wert, der etwa zehnmal kleiner ist als oben genannter Minimalwert. Sobald man annimmt, daß außer den Elektronen auch noch die Atome des Metalls an der Wärmebewegung beteiligt sind, wird das Verhältnis ein noch ungünstigeres. J. J. Thomson hat eine modifizierte Elektronentheorie der Metalleitung aufgestellt, welche hinsichtlich mancher der genannten Einwände sich günstiger verhält, bezüglich derer aber hier nur auf die Publikation verwiesen werden kann (J. J. Thomson, Die Korpuskulartheorie der Materie. Verlag von Fr. Vieweg u. Sohn, Braunschweig 1908).

369. Pyroelektrizität. Piëzoelektrizität. An dieser Stelle mögen zwei in Kristallen sich zeigende Erscheinungen Erwähnung finden, welche vielleicht auch von der Elektronentheorie ihre Erklärung erhalten werden. Hemimorphe Kristalle, d. h. solche Kristalle, bei welchen eine Unsymmetrie in der Ausbildung der Enden einer kristallographischen Achse besteht, zeigen zum Teil die Eigenschaft, bei einer Erwärmung sich

elektrisiert zu zeigen, derart, daß die Enden dieser Achse entgegengesetzt geladen sind. Entladet man den erwärmten Kristall durch Bestreichen mit einer Flamme und läßt ihn sich abkühlen, so erweist er sich in umgekehrter Richtung elektrisiert. Man nimmt nach Riecke an, daß der pyroelektrische Kristall stets dielektrisch polarisiert ist, und daß die Größe der dielektrischen Polarisation eine Funktion der Temperatur ist. Im allgemeinen erweist sich der Kristall nach außen unelektrisch, weil die Oberflächenschicht ein geringes Leitungsvermögen besitzt, und sich dadurch eine Schicht ungleichnamiger Influenzelektrizität an jedem Pol anlagert, während die freien gleichnamigen sich ausgleichen. Ändert man nun aber schnell die Temperatur des Kristalls und damit dessen dielektrische Polarisation, so wird je nach Zu- oder Abnahme der letzteren die eine oder andere der Elektrizitäten in ihrer Wirkung nach außen überwiegen, so lange, bis durch die geringe Leitung der Oberfläche wieder Ausgleich stattgefunden hat. So erklärt sich das umgekehrte Verhalten des Kristalls bei Erwärmung und Abkühlung. Beispiele pyroelektrischer Kristalle sind Turmalin und Quarz. Ähnliches wie eine Temperaturänderung bewirkt eine Druckänderung des Kristalls (Piëzoelektrizität).

Vierzehnter Abschnitt.

Elektrizitätsleitung in Gasen.

370. Verschiedene Arten der Elektrizitätsleitung in Gasen. Unter gewissen Bedingungen erhalten Gase die Fähigkeit, einen Elektrizitätstransport zu vermitteln. So sehen wir, daß aus einer feinen Spitze Elektrizität ausströmt, sobald sie auf eine ausreichende Potentialdifferenz gegen die Umgebung geladen wird. Im Dunkeln ist dabei ein Leuchten des Gases an der Spitze wahrzunehmen. Eine gewisse größere Potentialdifferenz zwischen Elektroden in Gas von etwa Atmosphärendruck kann sich durch das Gas auch plötzlich in Form eines elektrischen Funkens ausgleichen. Dieser Ausgleich vollzieht sich in mehr kontinuierlicher Weise zwischen Elektroden in verdünnten Gasen (Glimmentladung). Diese drei Arten elektrischer Entladungen präsentieren sich in gänzlich verschiedenem Aussehen, sie haben indessen das gemeinsam, daß die Entladung bei der Steigerung der Potentialdifferenz bei einem gewissen Werte derselben plötzlich von selbst einsetzt. Man kann sie mit dem Namen selbständige Entladungen belegen, im Gegensatz zu einer anderen Art von Gasentladungen, den unselbständigen Entladungen. Bei diesen schafft sich das elektrische Feld zwischen den Elektroden nicht selbst die leitende Bahn, sondern das Gas wird durch äußere Mittel leitend gemacht. Die Entladungsarten, welche hierher gehören, haben alle das gemein, daß der Leitungsstrom durch das Gas bei jeder kleinsten Potentialdifferenz der Elektroden entsteht. Die äußeren Mittel, welche Gase in den leitenden Zustand versetzen, sind mannigfacher Art. Erhitzung auf hohe Temperatur, Bestrahlung mit sehr kurzwelligem Licht, mit Kathoden-, Röntgen- oder Becquerelstrahlen machen Gase in hohem Grade leitend. Ebenso macht sich ein Leitungsvermögen des Gases in der Nähe von glühenden Substanzen oder nahe an gewissen Körpern geltend, welche von kurzwelligen Lichtstrahlen getroffen werden.

A. Unselbständige Leitung.

371. Vorstellungsweise von der Natur der elektrischen Leitung in Gasen. Ionentheorie. Die neueren Arbeiten, insbesondere von J. J. Thomson (Cambridge) und seinen Schülern, haben gezeigt, daß viele auf den ersten Blick sehr kompliziert aussehende Erscheinungen in verhältnismäßig einfacher Weise ihre Erklärung finden, ja, daß das Ergebnis von vielerlei Experimenten vorauszusehen ist, wenn man die Leitung im Gase als vermittelt ansieht durch die Bewegung positiv und negativ geladener Teilchen, der sogenannten Ionen, wenn man also die auf dem Gebiete der Leitung in Elektrolyten so überaus fruchtbare Ionentheorie auch auf die Gasleitung ausdehnt. Nach der Vorstellungsweise der Ionentheorie hat man sich also beispielsweise den kontinuierlichen Strom zwischen zwei auf eine gewisse Potentialdifferenz aufgeladenen Metallplatten, deren Zwischenraum gleichförmig von Röntgenstrahlen durchleuchtet wird, folgendermaßen vorzustellen. Die Röntgenstrahlen besitzen das Vermögen, ionisierend zu wirken, d. h. die Gasteilchen in + und — geladene Ionen zu zerspalten. Der Vorgang ist dabei höchst wahrscheinlich der, daß durch den Ionisator (Röntgenstrahlen usw.) aus den Atomen des Gases Elektronen freigemacht werden, in den meisten Fällen vermutlich nur eins, so daß das Resultat der Ionisierung die Spaltung in ein mit der negativen Elementarladung versehenes Elektron und den gleich stark positiv geladenen Atomrest, das sog. Atomion, ist. Bei nicht zu tiefem Druck oder zu hoher Temperatur lagert sich das Elektron sogleich an ein ungeladenes Gasteilchen, auf diese Weise ein negatives Ion bildend. Röntgenstrahlen einer gewissen Intensität erzeugen erfahrungsgemäß pro Zeiteinheit eine gewisse gleiche Anzahl beider Ionen. Diese Teilchen beginnen im elektrischen Feld zwischen den Elektroden zu wandern, die negativen Teilchen nach der Anode, die positiven nach der Kathode. An den Elektroden angelangt, geben sie ihre Ladung ab und vermitteln auf diese Weise den elektrischen Strom.

372. Abhängigkeit der Stromstärke von der elektromotorischen Kraft. Wir betrachten die Veränderlichkeit der Anzahl Ionen in einer Volumeneinheit des zwischen den Platten

gelegenen Raums. Sei n die gesamte Anzahl von geladenen Ionen beiderlei Vorzeichens im ccm. Werden insgesamt N Teilchen beiderlei Vorzeichens pro sek und ccm durch die ionisierenden Strahlen erzeugt, so würde deren Anzahl beständig anwachsen, bis alles Gas dissoziiert ist, wenn nicht andere Vorgänge eine Entfernung einer gewissen Teilchenzahl pro sek und dadurch die Erreichung eines stationären Zustandes veranlaßten. Solche Vorgänge sind erstens der durch das Gas fließende elektrische Strom, zweitens eine spontane Wiedervereinigung der Ionen. Letztere bewirkt, daß auch ohne ein elektrisches Feld die Dissoziation einen Grenzwert erreicht. Man hat sich vorzustellen, daß die geladenen Teilchen in steter Bewegung im Raume herumfliegen und dabei zusammenprallen. Ein jeder Zusammenstoß eines positiven und negativen Teilchens bewirkt einen Ausgleich ihrer Ladungen, also eine Vernichtung zweier entgegengesetzt geladener Ionen. Wir wollen die Verhältnisse betrachten, wie sie sich zeigen, wenn entweder einer der Vorgänge oder beide die Ionenzahl beeinflussen.

1. Nehmen wir zunächst an, es bestehe zwischen den Elektrodenplatten keine Potentialdifferenz, d. h. es flösse kein Strom, so ist die Zunahme der Gesamtzahl im ccm vorhandener Ionen pro Zeiteinheit gleich der Anzahl N pro sek erzeugter minus der Zahl R durch Wiedervereinigung pro sek verloren gehender, also:

$$\frac{dn}{dt} = N - R.$$

Die Zahl von Wiedervereinigungen ist aber der Zahl von Zusammenstößen, diese wiederum der Anzahl von Ionen jedes Vorzeichens, mithin, da gleichviel Ionen der beiden Vorzeichen da sind, dem Quadrat der vorhandenen Ionenzahl proportional. Es ist daher, wenn β eine Konstante:

$$\frac{dn}{dt} = N - \beta n^2.$$

Im stationären Zustand ist dies gleich Null, d. h. $N = \beta n^2$, die Zahl erzeugter gleich der Zahl durch Wiedervereinigung verloren gehender Ionen.

2. Besteht zwischen den Elektrodenplatten eine große Potentialdifferenz, so daß wesentlich alle Teilchen durch das elektrische Feld herausbefördert werden, und keine oder nur vernach-

lässigbar wenige durch Wiedervereinigung verloren gehen, so ist, wenn man die Zahl der pro sek aus dem ccm durch den Strom herausgeschafften Teilchen mit S bezeichnet:

$$\frac{dn}{dt} = N - S.$$

Im stationären Zustand ist $N = S$. Es ist ferner im stationären Zustand die Stromstärke an jeder Stelle die gleiche, denn sonst müßte eine fortwährende Anstauung von Elektrizität stattfinden. Ist i die Stärke des durch das qcm fließenden Stromes, welchen man durch Einschalten eines Galvanometers in die Leitung zu den Platten messen kann, so ist dieser Strom numerisch gleich der Anzahl aller Teilchen, welche pro sek aus dem Raum zwischen den Platten an die Flächeneinheit beider Platten geschafft werden, multipliziert mit ihrer Ladung. Ist l der Plattenabstand, so werden Sl Teilchen pro sek an die Flächeneinheit der Platten geschafft, der Strom ist daher, wenn man noch mit e die Ladung eines Teilchens bezeichnet:

$$i = Sle,$$

also ist:

$$S = \frac{i}{le},$$

mithin:

$$\frac{dn}{dt} = N - \frac{i}{le}.$$

Im stationären Zustand ist

$$N - \frac{i}{le} = 0.$$

Dies bedeutet folgendes: Ist der das Gas durchfließende Strom so stark, d. h. das elektrische Feld, welchem er seine Entstehung verdankt, so groß, daß die Ionen schneller aus dem Raum herausbefördert werden, als daß Wiedervereinigungen eintreten könnten, so ist der Strom gegeben durch die Gleichung:

$$J = Nle.$$

Es ist dies der Maximalwert des für eine bestimmte Ionisierungsstärke überhaupt möglichen Stromes. Man nennt ihn deshalb Sättigungsstrom. Er ist unabhängig von der elektromotorischen Kraft, ist für eine bestimmte Strahlenintensität konstant und gibt bei veränderlicher Intensität der ionisierenden Strahlen ein

direktes Maß für die Stärke der Ionisierung, für die Anzahl N pro Sekunde erzeugter Ionen, da er dieser Zahl proportional ist.

3. Der dritte allgemeinste Fall, daß zwischen den Elektrodenplatten nur eine kleine Potentialdifferenz besteht, so daß wegen der langsamen Ionenbewegung beides, Strom und Wiedervereinigung, die Ionenzahl beeinflussen, ist rechnerisch nicht mehr ganz so einfach zu verfolgen. Sobald nämlich ein leitendes Gas von einem elektrischen Strom durchflossen wird, tritt Ungleichmäßigkeit im Potentialverlauf zwischen den Elektroden und in der Ionenverteilung ein. Es sind nicht mehr gleichviel + und — Ionen im ccm enthalten, und die Wiedervereinigung kann daher nicht mehr proportional βn^2 gesetzt werden. Wenn indessen der Strom so schwach ist, daß diese Komplikation nicht eintritt, und man ohne großen Fehler $R = \beta n^2$ annehmen kann, so besteht die Gleichung:

$$\frac{dn}{dt} = N - \beta n^2 - \frac{i}{le}.$$

Hierin können wir für n einen anderen Ausdruck einsetzen, wenn wir folgende Hypothese einführen (s. nächsten Paragraphen):

Es soll die Geschwindigkeit der Teilchen in jedem Augenblick proportional der Feldstärke sein.

Bezeichnet man mit $\mathfrak{E}$ die Feldstärke ausgedrückt in $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$, V die Potentialdifferenz der Platten in Volt, U die Geschwindigkeit der Teilchen, v ihre Beweglichkeit, d. h. ihre Geschwindigkeit für das Potentialgefälle $\frac{1\ \text{Volt}}{\text{cm}}$, (die vorläufig als für beide Teilchenarten gleich angenommen werden soll), so ist der mathematische Ausdruck dieser Hypothese:

$$U = v\mathfrak{E} = \frac{vV}{l}.$$

Sind n Teilchen beider Ionenarten zusammen im ccm und bewegen sich beide mit der Geschwindigkeit U, so gehen nU Teilchen pro sek durch die Flächeneinheit, mithin ist der Strom

$$i = nUe = \frac{nvVe}{l},$$

also:

$$n = \frac{il}{vVe}.$$

Die Gleichung für $\frac{dn}{dt}$ wird daher:

$$\frac{dn}{dt} = N - \frac{\beta i^2 l^2}{v^2 V^2 e^2} - \frac{i}{le}.$$

Im stationären Zustand ist also:

$$0 = N - \frac{i}{le} - \frac{\beta l^2}{v^2 e^2} \cdot \frac{i^2}{V^2}.$$

Multipliziert man mit le, so ist, unter Berücksichtigung, daß Nle gleich dem Sättigungsstrom J ist:

$$0 = J - i - \frac{\beta l^3}{v^2 e} \cdot \frac{i^2}{V^2}.$$

Aus dieser Gleichung kann man die Beziehung zwischen Stromstärke i und Potentialdifferenz V der Elektroden für schwache Ströme i ablesen. Fallen Röntgenstrahlen bestimmter Intensität zwischen die Platten, so ist J eine gewisse konstante Größe; ist i klein gegen J, so folgt aus der letzten Gleichung:

$$\frac{i^2}{V^2} = \text{Konst.},$$

d. h. die Stromstärke ist proportional der elektromotorischen Kraft, wenn diese klein ist. Das Ohmsche Gesetz ist für schwache Ströme erfüllt.

Läßt man also die Potentialdifferenz der Elektroden von Null an wachsen, so steigt erst die Stromstärke mit ihr proportional an, um dann aber für höhere elektromotorische Kräfte sich einem konstanten Grenzwert, dem Werte des Sättigungsstromes, zu nähern. Der Sättigungsstrom tritt, wie oben erörtert, dann ein, wenn alle erzeugten Ionen zur Stromleitung verwandt werden, keine mehr durch Wiedervereinigung verloren gehen. Fig. 301 zeigt diesen Verlauf der Stromstärke graphisch, die Kurve beginnt geradlinig, um bei a umzubiegen und horizontal weiter zu verlaufen, was dem Sättigungszustand entspricht.

In der Gleichung

$$0 = J - i - \frac{\beta l^3}{v^2 e} \frac{i^2}{V^2}$$

sind J, i, V und l zu messen, daher der Faktor $\frac{\beta}{ev^2}$ auszuwerten. Die Größe des Koeffizienten β der Wiedervereinigung ist auch

nach verschiedenen Methoden gemessen worden, welche im wesentlichen darauf hinauslaufen, die zeitliche Veränderung der Ionendichte nach Aufhören der ionisierenden Wirkung zu messen. Das Abklingen geschieht nach der Formel

$$-\frac{dn}{dt} = \beta n^2.$$

Ist also n_0 die anfänglich vorhandene Zahl, so ist sie nach einer Zeit t sek gesunken auf die Zahl n, welche durch die Beziehung gegeben ist:

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n_0} = \beta t.$$

Leitungsstrom

Potentialdifferenz

Fig. 301.

Bezüglich unserer Kenntnis über die Wiedervereinigung sei auf ein Sammelreferat von F. Harms[1]) verwiesen.

373. Bedeutung der Proportionalität von Ionengeschwindigkeit und Feldstärke. Das geladene Ion erfährt im elektrischen Felde eine Antriebskraft, welche dem Produkt aus seiner Ladung und der Feldintensität gleich ist. Seine Bewegung sollte demnach eine gleichförmig beschleunigte sein, wie diejenige eines frei im Schwerkraftsfeld der Erde fallenden Körpers. Das Ion erfährt indessen in dem Gase durch Reibung einen großen Widerstand gegen seine Bewegung. Es ist einem kleinen Körper vergleichbar, welcher in einer zähen Flüssigkeit zu Boden sinkt oder einem in Luft frei fallenden Nebelbläschen. Ein solches nimmt sehr schnell eine gleichförmige Geschwindigkeit an, welche der Kraft, welche auf dasselbe wirkt, proportional ist. So auch ein Ion. Wenn der Druck des Gases nicht zu gering ist, so ist auch hier die Reibung so groß, daß eine Beschleunigung nicht auftritt. Bei sehr kleinen Gasdrucken ist dies indessen nicht mehr der Fall, und die Betrachtungen des vorigen Paragraphen verlieren dann, soweit sie an die Annahme einer Proportionalität zwischen Geschwindigkeit und Feldstärke geknüpft sind, ihre Gültigkeit. Nur bei höheren Gasdrucken

1) Jahrb. d. Elektronik 3, 321, 1906.

(z. B. Atmosphärendruck) gilt daher die Beziehung des vorigen Paragraphen:

$$i = \frac{nve}{l} V = \text{Konst. } V,$$

d. h. nur bei höheren Drucken besteht für die Gasleitung das Ohmsche Gesetz. Dies gilt auch nur, solange die Feldstärke nicht so groß wird, daß die Ionengeschwindigkeit zur Bildung neuer Ionen durch Stoß ausreicht (§ 386). Auch war stillschweigend hier n als Konstante angenommen, d. h. angenommen, daß die Ionenkonzentration nicht durch den Strom beeinflußt wird. Dies ist nur für schwache Ströme der Fall, welche weit entfernt noch vom Sättigungsstrom sind (s. vor. Paragraphen).

374. Berücksichtigung der Wärmebewegung der Teilchen. Wir haben bisher die Teilchen, die durch ihre Bewegung im elektrischen Felde den Strom durch das Gas vermitteln, ohne ein elektrisches Feld als ruhend betrachtet. Die bisherigen Betrachtungen verlieren ihre Gültigkeit nicht, auch wenn wir jetzt, wie es die kinetische Theorie der Gase vorschreibt, annehmen, daß die Moleküle und Ionen des Gases in fortdauernder Bewegung sich befinden. Weil nämlich diese Bewegung eine völlig ungeordnete ist, so kann sie nach außen keine elektrische Wirkung ergeben, und der Einfluß eines Feldes ist jetzt der, daß sich über die ungeordnete Bewegung aller Teilchen eine geordnete, gerichtete Bewegung der elektrisch geladenen Teilchen, der Ionen, superponiert. Gegenüber der geordneten Bewegung der Teilchen konnten wir die ungeordnete unberücksichtigt lassen. Die kinetische Energie der ungeordneten fortschreitenden Bewegung repräsentiert zusammen mit einer eventuellen inneren Energie der Atome den als Wärme im Gase enthaltenen Energievorrat, und wie schon in § 357 ausgeführt, erfordert das Maxwell-Boltzmannsche Gesetz, daß bei einer bestimmten Temperatur im Wärmegleichgewicht jedes Teilchen, welcher Art es sein mag, ob Molekül, Atom, Ion oder freies Elektron die gleiche kinetische Energie fortschreitender Bewegung besitzt, und daß diese kinetische Energie proportional der absoluten Temperatur ist. Dies wird ausgedrückt durch die Formel

$$\frac{1}{2} mu^2 = \alpha\vartheta$$

in welcher α eine universelle Konstante ist.

Kinetische Betrachtungen erlauben uns, die Beweglichkeit der Teilchen für die geordnete Bewegung mit der ungeordneten Bewegung in Beziehung zu bringen. Bewegen sich die Teilchen ungeordnet mit der mittleren Geschwindigkeit u, und ist ihre mittlere freie Weglänge l, so ist die Zeit zwischen zwei Zusammenstößen im Mittel $\tau = \frac{l}{u}$, und die durch das Feld $\mathfrak{E}$ auf die Teilchenladung e ausgeübte Kraft $\mathfrak{E}e$ gibt in dieser Zeit τ den Teilchen die Geschwindigkeit

$$\mathfrak{E}e \frac{l}{um}.$$

Da alle Geschwindigkeiten von Null bis zu diesem Wert in jedem Augenblick vorhanden sind, so ist die mittlere Geschwindigkeit aller Teilchen in jedem Augenblick halb so groß, und die Geschwindigkeit im Felde $\mathfrak{E} = 1$, d. h. die Beweglichkeit v daher:

$$v = \frac{el}{2um} = \frac{elu}{4\alpha\vartheta}.$$

Diese Formel, welche bereits in dem Kapitel über die Elektronentheorie der Metalle im § 359 benutzt und abgeleitet wurde, ist in manchen Fällen geeignet, uns Aufschluß über die Natur der sich bewegenden Teilchen zu geben. Dies zeigt sich z. B. in § 384, 3 bei der Flammenleitung.

375. Verteilung der Ionen und damit der räumlichen Dichte freier Elektrizität im leitenden Gas. Der Umstand, daß die Ionen des leitenden Gases im elektrischen Feld eine erhebliche Geschwindigkeit besitzen und die Zahl pro Sekunde erzeugter Ionen nicht sehr groß ist, bewirkt, daß der Sättigungsstrom bereits bei relativ niedrigen elektromotorischen Kräften eintritt und keine sehr große Intensität besitzt. Die Stromstärke ist ja von Fall zu Fall sehr verschieden, ihre Größenordnung ist aber insoweit anzugeben, als es zu seiner Messung immer eines empfindlichen Galvanometers bedarf. In Elektrolyten ist die Erscheinung des Sättigungsstromes nicht beobachtet, ihre Leitung folgt dem Ohmschen Gesetz, wie die Leitung schwacher Ströme in Gasen. Die Ionenmenge pro ccm, der Dissoziationsgrad ist konstant. Dies rührt, abgesehen von einer anderen Entstehungsweise der elektrolytischen Ionen, zum Teil auch von der äußerst geringen Beweglichkeit der Ionen her.

Sättigungsstrom könnte erst bei sehr hohen Potentialdifferenzen erfolgen. Dann wären aber wegen der ungeheuren Ionendichte die Ströme außerordentlich groß. Man muß sich den Strom in flüssigen Elektrolyten wie einen sich langsam dahinwälzenden Strom ungeheuer vieler Teilchen, den Strom in Gasen wie eine kleine Anzahl schnell dahinfliegender Teilchen vorstellen. Aus der schnellen Bewegung der Teilchen folgt nun eine ungleichmäßige Verteilung der Ionen im Raume zwischen den Elektroden, wie man sich leicht in folgender Weise klar machen kann. Nehmen wir den Fall, daß eine zur Erzeugung des Sättigungsstromes ausreichende Potentialdifferenz der Platten bestehe. Durch eine Volumeneinheit, welche beliebig, z. B. näher der — geladenen Platte A gelegen ist (Fig. 302), wandern dann in der gleichen Zeit sämtliche in dem punktierten Zylinder rechts erzeugten + Ionen nach links und alle in dem Zylinder links erzeugten — Ionen nach rechts hindurch. Es müssen daher mehr + als — Ionen in einem Volumenteil sich befinden, welcher sich nahe der negativen Platte A befindet, und umgekehrt ein Überschuß — Teilchen an der positiven Platte B. In einer dünnen Schicht zwischen den Platten werden gleichviel + und — Ionen sich befinden, in ihr ist die räumliche Dichte freier Elektrizität gleich Null. Diese Schicht wird bei gleicher Geschwindigkeit der Teilchen in der Mitte zwischen den Platten liegen, bei ungleicher Geschwindigkeit dagegen unsymmetrisch, nämlich, wie man sich leicht klar machen kann, näher an der + Platte, wenn die Geschwindigkeit der — Teilchen die größere, und umgekehrt. Die Schichten freier positiver und negativer Elektrizität an der negativ bzw. positiv geladenen Platte müssen nun bewirken, daß das Potentialgefälle an beiden Platten steiler verläuft als im nichtleitenden Zustand oder im Fall gleichförmiger Ionenverteilung. Der Potentialverlauf im leitenden Gase muß demnach die Form der in Fig. 303 dargestellten Kurve haben.

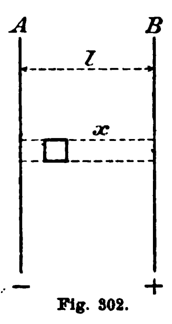
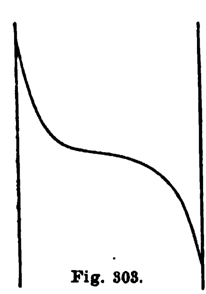


Fig. 302.


Fig. 303.

Der geschilderte Einfluß freier Elektrizität auf den Poten-

tialverlauf ergibt sich streng aus dem im nächsten Paragraphen bewiesenen, allgemeingültigen Satz.

376. In einem elektrischen Felde, dessen Induktionslinien sämtlich parallel verlaufen, sind das Potential und die räumliche Dichte etwa vorhandener freier Elektrizität an jeder Stelle verbunden durch die Beziehung $\varepsilon \frac{d^2 V}{dx^2} = -4\pi\varrho$. In § 25 war der Satz aufgestellt worden, daß die elektrische Kraft $\mathfrak{E}$ bei dem Durchgang durch eine mit der Flächendichte σ geladene Fläche springt um den Betrag $-4\pi\sigma$. In § 49 war weiter gezeigt, daß, sobald der Raum mit einem Medium der Dielektrizitätskonstante ε ausgefüllt ist, nicht die Feldstärke $\mathfrak{E}$, sondern die Induktion $\varepsilon\mathfrak{E}$ um den Betrag $4\pi\sigma$ an der geladenen Fläche springt. Ganz allgemein gilt danach folgendes: Springt bei dem Durchgang durch eine Fläche von der Seite 1 nach der anderen Seite 2 in Richtung der Induktionslinie die elektrische Induktion, so daß sie auf der ersten Seite der Fläche den Wert $[\varepsilon\mathfrak{E}]_1$, an der anderen Seite der Fläche den Wert $[\varepsilon\mathfrak{E}]_2$ hat, so ist die Fläche geladen mit einer Flächendichte

$$\sigma = \frac{[\varepsilon\mathfrak{E}]_2 - [\varepsilon\mathfrak{E}]_1}{4\pi}.$$

Hat $\varepsilon\mathfrak{E}$ auf der Seite 2 den größeren Wert, d. h. nimmt die Größe $\varepsilon\mathfrak{E}$ beim Durchschreiten der Fläche in der Richtung des elektrischen Feldes zu, so ist σ positiv, die Fläche positiv geladen und umgekehrt.

Beispiele für diesen Satz:

1. In ein homogenes elektrisches Feld (Medium 1) sei eingebettet eine Schicht eines Mediums 2 anderer Dielektrizitätskonstante, deren Hauptbegrenzungsflächen senkrecht zu den Induktionslinien liegen. Nach § 51 hat die Induktion innen und außen den gleichen Wert, es ist also

$$[\varepsilon\mathfrak{E}]_1 = [\varepsilon\mathfrak{E}]_2,$$
$$\varepsilon_1\mathfrak{E}_1 = \varepsilon_2\mathfrak{E}_2,$$

mithin $\sigma = 0$. Die Grenzfläche ist ungeladen. Die Feldstärke $\mathfrak{E}$ jedoch, d. h. das Potentialgefälle pro cm, springt an der Fläche.

Die Fläche verhält sich so, als ob sie in homogenem Medium sich befände und mit der Dichte $\sigma = \frac{\mathfrak{E}_2 - \mathfrak{E}_1}{4\pi}$ geladen wäre. Man spricht daher von scheinbarer Ladung derselben (s. § 53). Der Potentialverlauf ist etwa so, wie er in Fig. 304 dargestellt ist, wenn das eingebettete Medium 2 die größere Dielektrizitätskonstante hat

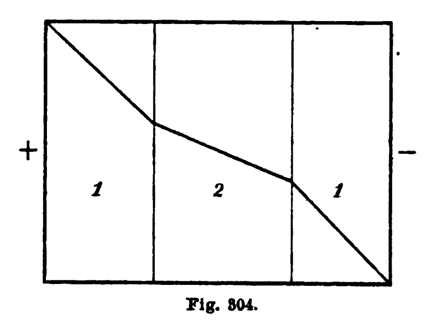


Fig. 304.

2. Ein homogenes elektrisches Feld sei erfüllt von einem Medium mit einem gewissen Leitvermögen $\varkappa_1$. In dieses sei in gleicher Weise wie im vorigen Beispiel eingebettet ein anderes Medium vom Leitvermögen $\varkappa_2$. Man kann sich dies Beispiel verifiziert denken, z. B. dadurch, daß ein Eisendraht, welcher die Klemmen eines galvanischen Elementes verbindet, unterbrochen ist durch ein Stück gleich dicken Kupferdrahtes. Das System von Leitern wird von einem Strom durchflossen; wir betrachten den stationären Zustand. Nach dem Ohmschen Gesetz müssen zwischen den Begrenzungsschichten der einzelnen Leiterabteile, da diese alle vom nämlichen Strom durchflossen sind, Potentialdifferenzen bestehen, welche den Widerständen der Abteile proportional sind. Das Potentialgefälle pro cm, d. h. die elektrische Feldstärke, muß sich also in den einzelnen Abteilen wie die Widerstände pro cm derselben, d. h. umgekehrt wie deren Leitfähigkeiten, verhalten, d. h. für die Feldstärken in den beiden Medien muß die Beziehung bestehen:

$$\mathfrak{E}_1 : \mathfrak{E}_2 = \varkappa_2 : \varkappa_1 .$$

Hat das eingebettete Medium 2 z. B. größere Leitfähigkeit als das umgebende Medium 1, wie es in dem genannten Beispiel der Fall, so ist der Potentialverlauf (abgesehen von Sprüngen des Potentials infolge Kontaktwirkung und Peltierschem Effekt, die den mittleren Teil der Kurve parallel mit sich selbst nach oben oder unten verschieben würden) derselbe, wie Fig. 304 es andeutet. An den beiden Grenzschichten springt also die Feldstärke, und zwar an der linken um den Betrag:

$$\mathfrak{E}_2 - \mathfrak{E}_1 = \mathfrak{E}_1 \cdot \frac{\varkappa_1 - \varkappa_2}{\varkappa_2} = \mathfrak{E}_2 \cdot \frac{\varkappa_1 - \varkappa_2}{\varkappa_1} .$$

Ist die Dielektrizitätskonstante der beiden Medien gleich, so springt die Induktion an der linken Grenzfläche um den Betrag $\varepsilon \mathfrak{E}_1 \frac{\varkappa_1 - \varkappa_2}{\varkappa_2}$. Die Flächendichte wirklicher freier Ladung ist durch den 4π-ten Teil dieses Sprunges gegeben, also

$$\sigma = \frac{\varepsilon}{4\pi} \mathfrak{E}_1 \frac{\varkappa_1 - \varkappa_2}{\varkappa_2}.$$

An der anderen Grenzfläche haben Sprung der Feldstärke und Induktion, sowie die Flächendichte die entgegengesetzt gleiche Größe. Ist $\varkappa_2 > \varkappa_1$, so ist σ negativ für die Fläche, an welcher das Potential den höheren Wert hat, positiv auf der anderen Fläche.

Man kann sich nun leicht den Fall konstruiert denken, daß die Leitfähigkeit nicht plötzlich springt, sondern allmählich von einem Wert in den anderen übergeht. Man kann sich dann aber den Raum, in welchem diese Änderung von $\varkappa$ stattfindet, zerlegt denken in eine große Anzahl sehr dünner Schichten, in deren jeder $\varkappa$ einen gewissen Wert hat, welcher aber von Schicht zu Schicht etwas springt. Die Folge davon ist, daß alle Grenzflächen dieser Schichten mit einer gewissen Flächendichte geladen erscheinen. Dieselbe Elektrizitätsmenge, welche vorher als Flächenbelegung auf der Grenzfläche auftrat, erscheint jetzt räumlich verteilt in dem Raume, in welchem $\varkappa$ sich ändert. Ändert sich pro cm das Potentialgefälle, d. h. die Feldstärke, um einen gewissen Betrag, so ist in diesem Raum von 1 cm Länge dieselbe Elektrizitätsmenge als räumliche Ladung enthalten, welche auf einer seiner seitlichen Begrenzungsflächen als Flächenladung sich befinden würde, wenn an dieser die Feldstärke um denselben Betrag springen würde. Die Flächenladung σ auf einem qcm geht über in eine räumliche Ladung in einem ccm. Ändert sich die Feldstärke $\mathfrak{E}$ auf einer Strecke dx um den Betrag $d\mathfrak{E}$, so ist $\frac{d\mathfrak{E}}{dx}$ ihre Änderung und $\varepsilon \frac{d\mathfrak{E}}{dx}$ die Änderung der elektrischen Induktion pro Längeneinheit. Die räumliche Dichte ϱ freier Elektrizität in dem Raum, wo $\mathfrak{E}$ variabel, ist daher

$$\varrho = \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{d\mathfrak{E}}{dx}.$$

Sie ist, wie die Flächenladung, positiv, wenn die Feldstärke beim Durchgang durch das Volumenelement in Richtung des elek-

trischen Feldes zunimmt, also $\frac{d\mathfrak{E}}{dx}$ positiv ist. $\mathfrak{E}$ ist die Änderung des Potentials V pro Längeneinheit, und zwar nimmt V in der positiven Feldrichtung ab, es ist daher

$$\mathfrak{E} = -\frac{dV}{dx}.$$

Folglich ist:

$$\varrho = -\frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{d\left(\frac{dV}{dx}\right)}{dx} = -\frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{d^2V}{dx^2},$$

oder

$$\varepsilon\frac{d^2V}{dx^2} = -4\pi\varrho.$$

Diese Gleichung ist ein Spezialfall der allgemeineren Poissonschen Gleichung der Potentialtheorie, welche für ein homogenes Dielektrikum lautet:

$$\varepsilon\left(\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} + \frac{d^2V}{dz^2}\right) = -4\pi\varrho,$$

wofür man abgekürzt

$$\varepsilon\Delta V = -4\pi\varrho$$

schreibt. Die Poissonsche Gleichung reduziert sich auf unsere Gleichung für den Fall eines geradlinigen Feldes. Dann ist V nur von einer Koordinate abhängig, und zwei Glieder der linken Seite verschwinden.

Die Gleichung zeigt, daß, wenn an einer Stelle eines elektrischen Feldes, dessen Induktionslinien parallel verlaufen, räumliche Ladungen sich befinden, die Feldstärke nicht konstant, der Potentialverlauf daher kein geradliniger sein kann. Die V-Kurve in Fig. 303 zeigt an der Anodenplatte großes negatives Gefälle, weiter nach der Mitte ein kleineres, dann wieder nach der Kathodenplatte zu ein größeres negatives Gefälle. $\frac{d^2V}{dx^2}$ ist an der Anode also positiv, an der Kathode negativ, die räumliche Dichte freier Elektrizität mithin an der Anode negativ, an der Kathode positiv.

377. Berechnung der Ionenverteilung und des Potentialverlaufs. Der Rahmen des Buches verbietet, diese Rechnung genauer durchzuführen. Sie soll indessen angedeutet werden, weil sich an ihr Resultat, welches ohne Rechnung aus freier Anschauung heraus bereits in § 375 entwickelt wurde,

mancherlei wichtige Folgerungen knüpfen lassen. Zwischen den Platten A und B der Fig. 302 fließe der Sättigungsstrom. Durch die Querschnittseinheit eines kleines Volumenelements, welches in der Entfernung x von der positiven Platte B, also in der Entfernung $l-x$ von der Platte A sich befindet, fließt ein Strom i_p positiver Teilchen nach links, dessen Stärke gegeben ist durch die Ladung aller Teilchen, welche pro Sekunde in dem Zylinder rechts vom Volumenelement erzeugt werden. Die Zahl dieser Teilchen ist gleich Nx. Andererseits ist der Strom positiver Teilchen wie in § 372 bestimmt durch die räumliche Dichte n_p der positiven Ionen, ihre Geschwindigkeit, welche gleich ihrer Beweglichkeit v_p mal dem Potentialgefälle $\frac{dV}{dx}$ an der Stelle des Volumenelementes ist, und ihre Ladung. Es ist also

$$i_p = Nex = n_p v_p \frac{dV}{dx} e,$$

und entsprechend für die negativen Ionen:

$$i_n = Ne(l-x) = n_n v_n \frac{dV}{dx} e.$$

Daher die Zahl positiver bzw. negativer Ionen pro Volumeneinheit an der Stelle des Raumelements:

$$n_p = \frac{Nx}{v_p \frac{dV}{dx}}; \quad n_n = \frac{N(l-x)}{v_n \frac{dV}{dx}},$$

und das Verhältnis derselben:

$$\frac{n_p}{n_n} = \frac{x}{l-x} \cdot \frac{v_n}{v_p}.$$

Hieraus ersieht man bereits das in § 375 entwickelte Resultat:

Ist die Geschwindigkeit im Einheitsgefälle für beide Ionenarten gleich ($v_p = v_n$), so ist die Zahl positiver Ionen pro ccm größer als diejenige negativer für $x > l-x$, d. h. für $x > \frac{l}{2}$.

Für $x = \frac{l}{2}$ ist $n_p = n_n$, für $x < \frac{l}{2}$ ist $n_p < n_n$. Der Punkt, wo $n_p = n_n$, d. h. keine freie Elektrizität sich befindet, rückt um so mehr nach kleinerem x, also näher an die positive

Platte B, je mehr die Geschwindigkeit v_n der negativen Teilchen diejenige der positiven übertrifft.

Um das Potentialgefälle im ganzen Raum zu berechnen, hat man nur die Differenz $n_p - n_n$ zu bilden. Der Überschuß der positiven Teilchen, welchen diese Differenz darstellt, multipliziert mit ihrer Ladung e ist gleich der räumlichen Dichte ϱ freier Elektrizität an der betreffenden Stelle. Diese wiederum nach § 376 gleich $-\frac{1}{4\pi}\frac{d^2V}{dx^2}$. Man erhält so folgende Gleichung:

$$n_p - n_n = \frac{Nx(v_p + v_n) - Nlv_p}{v_p v_n \frac{dV}{dx}} = -\frac{1}{4\pi e}\frac{d^2V}{dx^2}.$$

Dies ist eine Differentialgleichung, deren Lösung den Potentialverlauf wiedergibt. Sie ist ganz leicht nach $\frac{dV}{dx}$ zu lösen. Eine kleine Umformung ergibt die Gleichung:

$$-\frac{1}{8\pi e}\frac{d\left(\frac{dV}{dx}\right)^2}{dx} = \frac{N(v_p + v_n)}{v_p v_n}x - \frac{Nl}{v_n}.$$

Die Lösung hiervon ergibt für das Potentialgefälle eine Gleichung von der Form:

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 = \frac{C}{2}x^2 - C'x + C''.$$

Dies ist die Gleichung einer Hyperbel. Trägt man also in ein Koordinatensystem die Größe des Potentialgradienten als Funktion des Orts auf, so erhält man als Kurve eine Hyperbel. Diese Hyperbel hat an der Stelle $x = \frac{C'}{C}$ ihren Scheitelpunkt. Die Einsetzung der Größe der Konstanten ergibt für diese Stelle die Beziehung:

$$\frac{x}{l - x} = \frac{v_p}{v_n}.$$

Es ist also die Stelle, wo gleich viel positive und negative Teilchen sich befinden. Dort hat das Potentialgefälle sein Minimum. Die Potentialkurve hat an dieser Stelle ihren Wendepunkt (Fig. 302). Die Ermittelung der Lage desselben gibt also ein Mittel, das Verhältnis der Beweglichkeiten $v_p : v_n$ für die beiden Ionenarten zu bestimmen.

Eine kurze Bemerkung mag hier noch über den Gültigkeitsbereich obiger Betrachtungen und den Begriff des Sättigungsstromes gemacht werden. Es ist zunächst klar, daß Wiedervereinigungen erst dann überhaupt nicht mehr stattfinden können, wenn die Dichtigkeit der Jonen Null wird, denn nur dann kann der Ausdruck $R = \beta n_p n_n = 0$ sein. Es verschwinden n_p und n_n vollständig aber nur für unendlich große Feldstärken, und es findet daher streng Sättigungsstrom nur für $\frac{dV}{dx} = \infty$ statt. Die Stromkurve der Fig. 301 verläuft darum nach der Umbiegung bei a nicht ganz horizontal, sondern steigt noch langsam an, immer langsamer, je größer die Feldstärke wird. Streng gelten die Betrachtungen dieses Paragraphen darum nur für unendlich große Feldstärke, dann wird aber, wie aus obigen Gleichungen ersichtlich, $n_p = 0$, $n_n = 0$ und $\frac{d^2V}{dx^2} = 0$. Die Hyperbel, die den Potentialverlauf bei nicht völlig erreichtem Sättigungsstrom ungefähr darstellt, degeneriert bei Annäherung an die volle Sättigung also immer mehr zu einer Geraden, es wird der geradlinige Potentialverlauf dann nicht mehr durch vorhandene freie Ladungen gestört. Bezüglich einer strengeren Ausführung der Theorie der unselbständigen Elektrizitätsleitung in Gasen, welche die Wiedervereinigung und die Diffusion der Ionen, sowie die Veränderung des elektrischen Feldes berücksichtigt, sei auf die Arbeiten von E. Riecke[1]), G. Mie[2]) und R. Seeliger[3]) verwiesen. Experimentelle Prüfung der Theorie bei T. Retschinsky.[4])

378. Experimentelle Beweise des Vorigen. Daß ein leitendes Gas schnell infolge der Wiedervereinigung der Ionen seine Leitfähigkeit verliert, nachdem es der Einwirkung des Ionisators entzogen ist, kann man leicht an der in Fig. 305 skizzierten Anordnung demonstrieren. Unter ein senkrecht gestelltes, etwa 1 m langes Metallrohr von einigen Zentimeter Durchmesser wird eine kleine Gasflamme gestellt, so daß die

1) Ann. d. Phys. **12**, 814, 1903.
2) Ann. d. Phys. **13**, 857, 1904.
3) Diss. München 1910.
4) Ann. d. Phys. **17**, 518. 1905.

Verbrennungsgase wie in einem Kamin hochsteigen. Im Rohr befinden sich mehrere isoliert eingeführte Metallplättchen, welche aufgeladen und mit einem Elektroskop verbunden werden können. Während die Entladung des untersten fast momentan erfolgt, geschieht sie um so langsamer, je weiter oben sich das betreffende Plättchen befindet. Endladung der oberen findet überhaupt nicht mehr statt, sobald das unterste geladen gehalten wird. Dieser letztere Versuch zeigt, daß die Träger der Elektrizitätsleitung im Gase geladene Teilchen sind. Übersichtlicher wird derselbe noch in

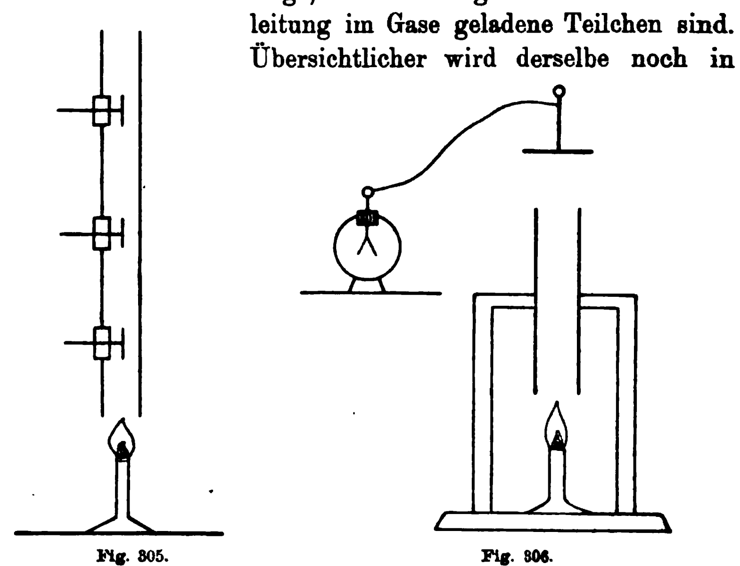


Fig. 305. Fig. 306.

folgender einfacher Anordnung (Fig. 306). Zwischen zwei Metallscheiben, z. B. den Platten eines Kohlrauschkondensators (Fig. 18) brennt ein kleines Flämmchen. Über den einige cm voneinander entfernten Platten befindet sich ein isoliertes Metallstück, das mit Elektroskop verbunden und geladen wird. Die im warmen Luftstrom aufsteigenden Gasionen bewirken eine sehr schnelle Entladung, die aber sogleich vollkommen aufhört, wenn zwischen den Platten ein elektrisches Feld erzeugt wird. Aufladen auf eine Potentialdifferenz von etwa 200 Volt ist hierfür völlig ausreichend. Die Richtigkeit der in den letzten Paragraphen aus der Ionentheorie gezogenen Folgerungen ist auch experimentell bestätigt worden. Thomson und Rutherford ermittelten die Kurve, welche die Abhängigkeit der Stromstärke von der elektro-

motorischen Kraft in röntgenbestrahltem Gase darstellt, in der Form der Fig. 301; C. D. Child bestimmte mittels Tropfelektroden (§ 27) den Potentialverlauf zwischen zwei geladenen Platten in röntgendurchstrahltem Gas und fand für ihn eine Kurve nach Art von Fig. 303. Aus der der Anode näheren Lage des Wendepunktes ergibt sich eine etwas größere Geschwindigkeit des negativen Ions.

Der Strom zwischen zwei Platten, in deren Zwischenraum Röntgenstrahlen fallen, ist mit einem empfindlichen Galvanometer leicht zu demonstrieren, ebenso die Existenz des Sättigungsstromes.

Bei schwacher Ionisation reicht die Empfindlichkeit eines Galvanometers nicht aus. Die Strommessung kann hier in bequemer, sehr genauer und empfindlicher Weise nach folgender Methode ausgeführt werden. Die leitende Gasstrecke wird in Reihenschaltung hinter einem sehr großen Widerstande W an die Stromquelle gelegt und mittels eines Quadrantelektrometers die Spannung V zwischen den Enden des Widerstandes gemessen. Die Stromstärke ist dann $J = \frac{V}{W}$. Ist der Widerstand sehr groß, so kann man ungemein schwache Ströme nach dieser Methode messen. Als Widerstand eignet sich hierfür ein langes dünnes Rohr, eventuell Kapillarrohr, mit einer Lösung von Jodcadmium in Amylalkohol und Cadmiumelektroden. Ein solcher Widerstand ist annähernd polarisationsfrei. Seine Größe braucht nicht bekannt zu sein, wenn es sich um nur relative Strommessungen handelt.

Der Ausdruck für den Sättigungsstrom in § 372:

$$J = Nle$$

zeigt, daß cet. par. die Stromstärke proportional dem Plattenabstand ist. Dies auf den ersten Blick paradox erscheinende Resultat, daß die Stromstärke mit wachsendem Elektrodenabstand zunimmt, ist, vom Standpunkt der Ionentheorie betrachtet, vollständig plausibel. Bei größerem Plattenabstand werden in dem Leitungsraum eben mehr Ionen erzeugt. Die Messung des Sättigungsstromes gibt Antwort auf die Frage, welcher Bruchteil der Gasmenge ionisiert ist. In einem Versuch von J. J.

Thomson und E. Rutherford[1]) in röntgenbestrahltem Wasserstoff betrug der maximale Leitungsstrom 10^{-1} el. stat $= \frac{1}{3 \cdot 10^{11}}$ e. m. Einh. Da der Strom 1 e. m. Einh. elektrolytisch eine Wasserstoffmenge 10^{-4} gr = ca 1 ccm bei Atmosphärendruck pro sek. freimacht, so würde obiger Sättigungsstrom eine an $\frac{1}{3 \cdot 10^{11}}$ ccm haftende Elektrizitätsmenge in der Sekunde transportieren, d. h. dieses Volumen wird in der Sekunde durch die Röntgenstrahlen völlig ionisiert. Da der gesamte Leitungsraum zwischen den Elektrodenplatten bei diesem Versuch 10 ccm betrug, so wird also von der darin enthaltenen Gasmenge nur der Bruchteil $\frac{1}{3 \cdot 10^{12}}$ = ein Dreibilliontel dissoziiert. Dies macht es verständlich, daß bei der Ionisierung Druckänderungen nicht zu bemerken sind. Die räumliche Verteilung freier Elektrizität im Leitungsraum zwischen zwei Platten, in welchem Ionen z. B. durch eine Flamme erzeugt werden, kann man in einfacher Weise dadurch demonstrieren, daß man mittels einer Saugpumpe und eines zwischen die Platten eingeführten Glasrohres die Luft aus den verschiedenen Bereichen durch ein kleines isoliertes, mit Watte gefülltes Metallrohr saugt. Ein damit verbundenes Exnersches Elektroskop zeigt, weil die Ionen an den Wattepfropf ihre Ladung abgeben, sogleich Ladung an, und zwar positive, wenn man nahe der Kathode, negative, wenn man aus der Umgebung der Anode die Luft absaugt.

379. Elektrizitätsleitung in der Flamme. Unipolare Leitung. Die Gase in dem Flammenkegel z. B. eines Bunsenbrenners zeigen eine außerordentlich starke Leitfähigkeit. Mit Galvanometern von mäßiger Empfindlichkeit kann ein Strom zwischen zwei in die Flamme eingeführten Elektroden, welche sich auf einigen Volt Spannungsdifferenz befinden, nachgewiesen werden. Sehr stark, bis aufs ca. 1000fache vergrößert wird der Strom durch Einführung von Salzen, besonders Kaliumsalz, in die Flamme.

Die Leitung in der Flamme zeichnet sich aus durch eine sehr viel größere Beweglichkeit des negativen Ions. Dies hat

1) Phil. Mag. 42, 392, 1896.

zur Folge, daß das Potentialgefälle im wesentlichen an der Kathode auftritt. Im übrigen Flammenraum und an der Anode besteht so gut wie gar kein Gefälle. Leitet man daher die Kathode zur Erde, so erscheint die ganze Flamme geladen, weil gleich an der Kathode der Potentialsprung erfolgt. Wird die Anode geerdet, so ist die ganze Flamme auf annähernd dem Potential Null, und erst in unmittelbarer Nähe der Kathode sinkt das Potential plötzlich auf den Wert des Kathodenpotentials. Während also in unmittelbarer Nähe der Kathode die Ionen sich sehr schnell bewegen, ist ihre Bewegung im übrigen Flammenraum relativ langsam, daher die Ionendichte dort groß, an der Kathode klein. Die in dem Flammenteil in unmittelbarer Nähe der Kathode erzeugten Ionen werden daher sämtlich zur Leitung verwendet werden, während den in der übrigen Flamme erzeugten Ionen hinlänglich Gelegenheit zur Wiedervereinigung gegeben ist. Der Hauptwiderstand der Flamme liegt an der Kathode, im sonstigen Teil ist er nur gering. Dies erklärt manches merkwürdige Verhalten der Flamme bezüglich ihrer Elektrizitätsleitung. Vor allem, daß der Widerstand der Flamme so gut wie unabhängig vom Elektrodenabstand ist; ferner, daß eine künstliche Vermehrung der Flammenionen durch Verdampfen einer Salzperle nur dann den Widerstand der Flamme bedeutend herabsetzt, wenn der Salzdampf an die Kathode gelangt, und daß endlich es auf Größe und Glühzustand der Anode gar nicht ankommt, während dieselben Dinge bei der Kathode wesentlich die Stromstärke bestimmen. Ein Glühen der Kathode hat einen doppelten Einfluß. Erstens wird die der Kathode anliegende Gasschicht heißer, als es möglich ist, wenn eine massive kalte Metallelektrode ihrer Nachbarschaft Wärme entzieht, und zweitens tritt bei hellem Glühen der Kathode noch ein weiterer Leitungseffekt zu der eigentlichen Flammenleitung hinzu, der durch eine lebhafte Elektronenabgabe des glühenden Metalles bedingt ist (§ 381). Die Flamme verhält sich bezüglich der Elektrizitätsleitung wie eine Leiterkombination, bestehend aus einem Stückchen feinen Drahtes von hohem spez. Widerstand in Hintereinanderschaltung mit einem dicken Kupferdraht. Den drei eben genannten elektrischen Eigenschaften der Flamme entspricht das Verhalten dieser

Leiterkombination: Unabhängigkeit ihres Widerstandes von der Länge des Kupferdrahtes, ferner davon, ob man den Kupferdraht durch ein noch besser leitendes Metall, etwa Silber, ersetzt, endlich davon, ob man den Querschnitt des dicken Drahtes vervielfacht. Der Hauptwiderstand liegt eben in dem dünnen Drahtstückchen. Die gleichen Änderungen mit ihm vorgenommen beeinflussen die Stromstärke beträchtlich.

Der Unterschied im Verhalten von Kathode und Anode bedingt es, daß, sobald nur irgend eine Unsymmetrie vorhanden ist, sei es bezüglich Größe oder Temperatur der Elektroden oder in der Salzkonzentration oder Temperatur der einzelnen Flammenteile, man einen Unterschied der Stromstärke je nach der Richtung des Stromes erhalten muß. Diese lange bekannte und bei der Flamme besonders ausgeprägte Erscheinung heißt unipolare Leitung. Sie verdankt bei der Flamme ihre Entstehung also der durch verschiedene Ionenbeweglichkeit entstehenden Unsymmetrie im Potentialverlauf.

Den Beweis, daß die erhitzten Salzdämpfe rein elektrolytisch leiten, hat H. A. Wilson[1]) erbracht. Es wurde Salz in einem glühenden Platinrohr verdampft und Strommessungen vorgenommen. Es zeigte sich, daß man leicht einen Sättigungsstrom erreichen kann, derart, daß weder Spannungs- noch Temperatursteigerung eine Stromverstärkung zur Folge haben. Es ist das ein Zeichen, daß das Salz völlig dissoziiert ist, und alle Ionen zur Leitung verwandt werden. Dieser Sättigungsstrom erwies sich nun als derselbe wie der Strom, der die pro Sekunde in den Heizraum eingespritzte Salzmenge durch Elektrolyse aus wässeriger Lösung ausscheidet.

380. Weitere Fälle von Elektrizitätsleitung in Gasen. Ionenerzeugung an der Oberfläche der Elektroden. In den bisherigen Fällen fand die Ionenerzeugung im ganzen Volumen des Gases statt. Es gibt weitere Fälle, wo die Ionenerzeugung nur an der Oberfläche einer Elektrode vor sich geht. Es versteht sich von selbst, daß nur das Ion des Vorzeichens der Elektrode, an welcher es entsteht, die Leitung durch das Gas übernimmt. Das entsprechende Ion des anderen

1) Phil. Mag. (6), 4, 207, 1902.

Vorzeichens gibt seine Ladung an die Elektrode gleich ab. Die verschiedene Leichtigkeit, mit welcher die beiden Ionenarten sich aus der Elektrodenoberfläche loslösen, bedingen auch hier Unipolarität der Leitung, d. h. Abhängigkeit des Stromes von der Feldrichtung.

381. Elektrizitätsleitung an glühenden Körpern. Ein rotglühender Platindraht erzeugt in der ihn umgebenden Luft einen Überschuß positiver Ionen, und zwar um so mehr, auf je höherem Potential er sich gegen seine Umgebung befindet. Dies erklärt ohne weiteres folgende Versuche: Der rotglühende Draht entladet negativ geladene Körper in seiner Nähe, nicht dagegen positiv geladene. Er selbst verliert eine ihm mitgeteilte positive Ladung, behält aber negative Ladung (unipolare Leitung). Diese Erscheinung ist vom Drahtmaterial und vom Gase abhängig. In Wasserstoff beispielsweise dreht sich das Vorzeichen der Erscheinungen um. Fettet man den Platindraht durch einmaliges Überstreichen mit dem Finger nur etwas an, so entladet er rotglühend auch ein positiv geladenes Elektroskop und verliert diese Eigenschaft erst, wenn die verunreinigende Schicht fortgeglüht worden ist.

Glüht der Draht weiß, so verliert und zerstreut er eigene bzw. fremde Ladungen beider Vorzeichen.

Im Gase bewegt sich in jedem Falle nur das Ion eines Vorzeichens. Es ist daher im ganzen Zwischenraum der Elektroden nur räumliche Dichte freier Elektrizität eines Vorzeichens vorhanden. Der Potentialgradient nimmt daher von der Anode zur Kathode hin stetig zu oder ab und hat kein Minimum. Er ist am kleinsten an der glühenden Elektrode.

Die Ionen der leitenden Gase, z. B. die von einem + geladenen, rotglühenden Draht herrührenden Ionen, können mit einem Luftstrom durch Röhren fortgeführt werden. Sie geben ihre Ladung aber bei dem Durchgang der Luft durch einen Pfropfen von Watte, Glaswolle oder dergl. ab, ein mit demselben verbundenes Elektroskop aufladend. Durch geeignetes Blasen kann man leicht die Entladung eines Elektroskops durch einen nahe befindlichen glühenden Draht (oder radioaktiven Körper) verhindern.

Bei heller Rot- und bei Weißglut verliert ein Metalldraht,

wie schon gesagt, auch negative Ladung. Dieser Effekt zeigt sich im Gegensatz zum Verhalten bei positiver Ladung auch im luftleeren Raum und ist im gaserfüllten von der Natur des Gases unabhängig. Er wird außerordentlich stark, wenn sich auf den Drähten Oxyde ganz besonders die der Erdalkalimetalle befinden. Wie die Untersuchung im Vakuum gelehrt hat, wird er hervorgerufen durch eine Abgabe von freien Elektronen, die bei den Oxyden des Baryums, Strontiums und Kalziums besonders intensiv ist. Ein kleiner Oxydfleck auf einem glühenden Platinblechstreifen, der sich mit einer zweiten Ableitungselektrode in einem Vakuumrohr befindet, sendet nämlich ein intensives Kathodenstrahlbündel aus, sobald der Platinstreifen auf nur einige Volt negativ geladen wird. Der Strom ist dabei so stark, daß er eine eingeschaltete Glühlampe zu hellem Leuchten bringen kann. Sogar erdabgeleitet, im ungeladenen Zustand wird der Oxydfleck von einem, wenn auch schwachen und sehr diffus verlaufenden, so doch leicht zu beobachtenden Kathodenstrahlbündel verlassen. Aus elektrischen und magnetischen Ablenkungsversuchen hat man nachweisen können (§ 407), daß die das Strahlenbündel bildenden negativen Teilchen freie Elektronen sind. Diese Erscheinungen sind von A. Wehnelt zuerst beobachtet und näher studiert worden.

Im gaserfüllten Raum haften sich die Elektronen sofort an Gasteilchen und bilden negative Ionen, welche wegen der größeren Masse träger und weniger beweglich sind. In der hochtemperierten Bunsenflamme bleiben sie indessen als freie Elektronen auf längeren Wegstrecken erhalten. (Siehe § 384).

382. Photoelektrischer Strom. Metalle sind mehr oder weniger fähig, wenn sie von ultravioletten Lichtstrahlen getroffen werden, negative Teilchen abzugeben. Dies tun sie schon in ungeladenem Zustand und laden sich dadurch selbst schwach positiv auf, bis ihre positive Ladung eine weitere Abgabe negativer Teilchen verhindert; jedoch erfolgt die Abgabe in steigendem Maße, wenn die Metalle mehr und mehr negativ aufgeladen, d. h. auf ein tieferes Potential als die Umgebung gebracht werden.[1]) Folge davon ist, daß ultraviolett bestrahlte

1) Positives Aufladen der Umgebung hat gleiche Wirkung.

Metalle eigene negative Ladung sowie positive Ladung in der Nähe befindlicher Körper zu zerstreuen vermögen.

Quantitative Untersuchungen haben gezeigt, daß dieser sog. Hallwachs-Effekt um so stärker ist, je elektropositiver das Metall ist. Gleichzeitig rückt das Maximum der Wirkung im Lichtspektrum mehr nach den längeren Wellen.

Eine frisch geputzte oder besser noch amalgamierte Zinkplatte verliert schnell negative Ladung im ultravioletten Licht einer Bogenlampe. Eine eingeschaltete Glasplatte zerstört die Wirkung. Natrium, Kalium, Rubidium verlieren nach Elster und Geitel negative Ladung, wenn sie Strahlen des sichtbaren Lichts ausgesetzt werden. Natrium schnell in blauem, sehr langsam in rotem Licht. Rubidium in blauem Licht bereits langsamer als in gelbem. Fig. 307 zeigt eine photoelektrische Natriumzelle nach Elster und Geitel. Für die Stärke der photoelektrischen Wirkung maßgebend ist die Absorption des Lichtes in dem wirksamen Material. Flüssigkeiten sind auch photoelektrisch wirksam. Hallwachs zeigte, daß bei wirksamen Flüssigkeiten immer starke Absorption stattfindet. Dagegen sind nicht alle absorbierenden Flüssigkeiten wirksam. Wasser absorbiert ultraviolette Strahlen nur schwach und ist photoelektrisch daher unwirksam, es kann durch Zusatz absorbierender Substanzen, z. B. Anilinfarbstoffen, aber empfindlich gemacht werden.

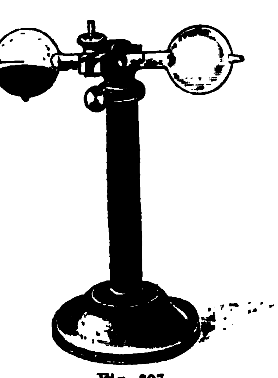


Fig. 307.

Der photoelektrische Effekt findet auch im äußersten erreichbaren Vakuum statt. Die negativen Teilchen erlangen dann wegen der fehlenden Reibung große Geschwindigkeit. Lenard hat gezeigt, daß sie dann alle Eigenschaften der Kathodenstrahlen zeigen, Phosphoreszenz erregen, magnetisch ablenkbar sind usw. Und auch die quantitative Untersuchung der Geschwindigkeit und der spezifischen Ladung hat völlige Identität der Teilchen des photoelektrischen Effekts mit den die Kathodenstrahlen bildenden Elektronen ergeben. Es sind dies dieselben Elektronen, welche auch zur Erklärung der optischen Dispersion, des Zeemanneffekts sowie der Erscheinungen der

Elektrizitätsleitung in Metallen herangezogen worden sind. In Gas von höherem Druck vereinigen sich die Elektronen des Photoeffekts sogleich mit Gasteilchen und bilden auf diese Weise geladene Ionen, welche wegen der bedeutend größeren Masse die viel geringere Beweglichkeit haben.

Auch wenn das Metall ungeladen ist, tritt lichtelektrische Wirkung bei Bestrahlung auf, und das Metall ladet sich infolge des Elektronenverlustes positiv auf, solange bis durch das entstehende Feld die Elektronen am Metall zurückgehalten werden. Da die Selbstaufladung nur bis zur Höhe von einigen Volt erfolgt, so ist daraus zu schließen, daß die das Metall verlassenden Elektronen Kathodenstrahlen geringer Geschwindigkeit bilden, indem sie ja durch das geringe elektrische Feld bereits zurückgehalten werden, so daß keine Weiteraufladung erfolgen kann. Läßt man ultraviolettes Licht auf eine Metallplatte im Vakuum fallen, so ist nach Lenard die Anzahl der frei werdenden Elektronen von einem gewissen negativen, also beschleunigenden Potential der Platte an eine konstante, d. h. wir haben Sättigung, der Photostrom wächst nicht mehr an. Wählt man das Potential geringer, so nimmt der Photostrom ab und zwar bis zum Potential Null auf etwa zwei Drittel des Sättigungswertes. Ladet man aber die Platte auf ein positives verzögerndes Potential auf, so nimmt die Anzahl ausgesandter Elektronen schnell ab und hat bei + 0,5 Volt nur mehr etwa $\frac{1}{6}$ der maximalen Menge. Dies würde bedeuten, daß die Hauptmenge der Elektronen Geschwindigkeiten hat, die bereits durch ein Gegenfeld von 0,5 Volt vernichtet werden. Eine derartige Beobachtung gibt also ein Bild der Geschwindigkeitsverteilung lichtelektrischer Elektronen und kann zur Bestimmung der Geschwindigkeit unter verschiedenen äußeren Bedingungen benutzt werden.

Die Geschwindigkeit ist zuerst von Ph. Lenard, sodann in spektral zerlegtem Licht von E. Ladenburg sowie von demselben gemeinsam mit K. Markau gemessen worden. Sie ergab sich als unabhängig von der Intensität der Belichtung, während die Zahl der Elektronen, welche pro Zeiteinheit die bestrahlte Platte verlassen, der Lichthelligkeit proportional ist. Die Geschwindigkeit der lichtelektrisch ausgelösten Elektronen ist von der Wellenlänge der Lichtstrahlung abhängig in dem

Sinne, daß sie mit abnehmender Wellenlänge zunimmt. Die Ladenburg-Markauschen Messungen ergaben für Platin zwischen $\lambda = 260$ und $\lambda = 200\ \mu\mu$ Geschwindigkeiten von 0,8 bis 2,3-voltigen Kathodenstrahlen, d. i. ca. $6 - 10 \cdot 10^7 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$.

Man stellt sich die Wirkung des Lichtes so vor, daß durch die elektrischen Schwingungen im Lichtstrahl das bewegliche Elektron im bestrahlten Körper in Schwingungen versetzt wird, welche so heftig werden können, daß es sich aus dem Körper losreißt. Dies Losreißen wird nach dieser Anschauungsweise dann besonders erfolgen können, wenn die Schwingungen der elektrischen Kraft senkrecht zur Grenzfläche des festen Körpers erfolgen. Dies ist auch wirklich der Fall. Elster und Geitel haben gezeigt, daß bei schiefer Inzidenz von polarisiertem Licht auf eine Kalium-Natriumlegierung die photoelektrische Wirkung etwa zwölfmal stärker war, wenn die Polarisationsebene des Lichtes senkrecht zur Einfallsebene war, als wenn sie in derselben lag. Dies bedeutet nach § 345, daß bei der stärkeren Wirkung die elektrische Kraft in der Einfallsebene liegt, d. h. eine Komponente senkrecht zur Metallfläche hat.

Nach den Ladenburg-Markauschen Messungen ist es wahrscheinlich, daß einer bestimmten Wellenlänge des wirksamen Lichts eine bestimmte Geschwindigkeit oder wenigstens ein bestimmter engerer Geschwindigkeitsbereich der befreiten lichtelektrischen Elektronen entspricht. Der Hallwachseffekt wäre demnach als ein Resonanzphänomen anzusehen, in dem Sinne, daß durch verschiedene Wellenlängen verschieden gebundene Elektronengattungen zu Resonanzschwingungen erregt werden. Sobald die Intensität dieser Schwingungen einem bestimmten, je nach der Gattung verschiedenen maximalen Geschwindigkeitswert des schwingenden Elektrons entspricht, kann dieses die Grenzschicht des Metalls durchbrechen und in den umgebenden Raum austreten. Auf die Intensität des auftreffenden Lichtskommt es für den Wert der Grenzgeschwindigkeit nicht an. Dagegen scheint die Wellenlänge in einfacher Beziehung zu demselben zu stehen. Röntgenstrahlen sind jedenfalls als ein äußerst kurzwelliges Licht anzusehen. Damit ist die Erscheinung in Übereinstimmung, daß die aus Metallen

durch sie befreiten Elektronen eine sehr große Geschwindigkeit haben.

Die Elektronen, welche sich im Photostrom bewegen, entstammen also nur dem Metall. Das umgebende Gas hat auf die Ionenerzeugung daher nie den Einfluß, wie z. B. im Falle des glühenden Drahtes, daß ein Zeichenwechsel des Effekts eintritt. Der Strom hat in verschiedenen Gasen verschiedene Stärke, weil die Beweglichkeit der gebildeten Ionen mit der Natur des Gases variiert, und auch wohl, weil die Elektronen mit verschiedener Leichtigkeit aus dem Metall in einzelne Gase übergehen. Elster und Geitel fanden z. B., daß der Photostrom durch Kohlensäure besonders groß ist. Mit von Null an steigender elektromotorischer Kraft wächst der Photostrom erst mit dieser proportional, dann immer langsamer, ähnlich wie in Fig. 301. Der letzte geradlinige Teil der Stromkurve ist aber nicht der Abszissenachse parallel, sondern etwas gegen sie geneigt. Bei hohen Potentialdifferenzen biegt die Kurve wieder nach oben um und zeigt nach Versuchen von v. Schweidler und von Kreusler in der Nähe des Funkenpotentials ein äußerst rapides Ansteigen des Photostromes an. Dieser hat dann für alle Metalle beträchtliche Größe, während bei kleinen Potentialdifferenzen die vom Zink aus auf der elektronegativen Seite der Spannungsreihe stehenden Metalle photoelektrisch recht unempfindlich sind. Das starke Ansteigen des photoelektrischen Stromes in größeren elektrischen Feldern hat seinen Grund in dem in § 386 besprochenen Verhalten der Ionen, oberhalb einer gewissen Geschwindigkeit durch Stoß neue Ionen zu erzeugen.

Die Belichtung bewirkt bei Metallen eine allmählich abnehmende Empfindlichkeit für den Photoeffekt. Diese sog. l i c h t e l e k t r i s c h e E r m ü d u n g hat in Veränderungen der Oberfläche ihren Grund.

383. Kondensation von Wasserdampf durch Ionen. In vollständig staubfreiem Gas kann Wasserdampf unterkühlt werden, d. h. unter seine Kondensationstemperatur abgekühlt werden. Sind dagegen Staubteilchen vorhanden, so bilden diese Kondensationskerne, an welchen sich die Teilchen flüssigen Wassers bilden. Indem man eine mit Wasserdampf gesättigte Gas-

menge plötzlich auf ein größeres Volumen bringt, sinkt infolge der adiabatischen Expansion deren Temperatur. Solange Staub vorhanden, findet Kondensation an den Staubteilchen statt; diese sinken mit den Nebelbläschen behaftet zu Boden, und es wird durch mehrfach wiederholte Expansion der Gasraum staubfrei gemacht. Ist das erreicht, so tritt Kondensation nicht mehr ein. Läßt man nun Röntgen- oder Becquerelstrahlen in den Raum fallen, so tritt jetzt bei Expansion sofort wieder Kondensation ein, indem die erzeugten Ionen Kondensationskerne bilden wie Staubteilchen. Jedes Ion behaftet sich mit einem Nebelbläschen und sinkt zu Boden. Die negativen Ionen erzeugen leichter Kondensation als die positiven. Bei kleiner Expansion werden daher zuerst sich Nebelbläschen nur um die negativen Ionen bilden.

Ist r der Radius eines Nebeltröpfchens, μ der Reibungskoeffizient des Gases, so ist die Grenzgeschwindigkeit v des fallenden Tröpfchens durch folgende, theoretisch abzuleitende Formel gegeben:

$$v = \frac{2}{9} \frac{g r^2}{\mu}.$$

Die Masse des Teilchens ist $m = \frac{4}{3} \pi r^3$. Der Reibungskoeffizient ist für Luft von Atmosphärendruck $\mu = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$. Daraus folgt:

$$m = 3{,}1 \cdot 10^{-9} \cdot v^{\frac{3}{2}}.$$

Hiernach kann man die Masse eines fallenden Tröpfchens aus der Fallgeschwindigkeit desselben bestimmen.

Ein aus einer Spitze austretender Dampfstrahl wird durch Kondensation weiß, undurchsichtig, wenn in seiner Nähe starke Ionenerzeugung stattfindet durch kräftige Becquerelstrahlen, Spitzenentladung (R. Helmholtz) oder dergl. mehr. Die Kondensationserscheinungen spielen für die atmosphärische Elektrizität eine große Rolle (§ 428).

384. Bestimmung der Beweglichkeit von Ionen. Je nachdem beide Arten von Ionen oder nur die Ionen eines Vorzeichens im leitenden Raum vorhanden sind, sind die zu wählenden Messungsmethoden verschiedene. Es mögen drei Beispiele Erwähnung finden.

1. Beweglichkeit der positiven und negativen Ionen in röntgenbestrahltem Gas. Seien (Fig. 308) A und B die beiden plattenförmigen Elektroden aus Drahtnetz. A wird

mit einer Batterie aufgeladen, B mit einem Elektrometer verbunden und zuerst geerdet; in einem bestimmten Zeitmoment wird die Erdleitung unterbrochen. Die Platte B ladet sich dann allmählich auf, sobald Röntgenstrahlen von O aus in den Zwischenraum zwischen den Platten fallen. Die Zunahme des Potentials von B pro Zeiteinheit gibt ein Maß für den zwischen den Platten fließenden Strom. Ist A positiv geladen, so bewegen sich die positiven Ionen gegen B. Bläst man jetzt einen Luftstrom von B nach A, so verlangsamt dies die Ionenbewegung. Hat der Luftstrom die gleiche Geschwindigkeit wie die ohne Luftstrom im elektrischen Felde wandernden Ionen, so wird die Bewegung der positiven Ionen vollständig vernichtet, und es findet keine Aufladung der Platte B statt. Man hat also zur Messung nur entweder den Luftstrom so lange zu regulieren oder die Potentialdifferenz der Platten A und B so lange zu ändern, bis das Elektrometer keine Aufladung anzeigt, und die Geschwindigkeit des Luftstroms zu messen. Sie gibt direkt die Geschwindigkeit der positiven Ionen, falls A positiv, der negativen Ionen, falls A negativ geladen ist. Die Beweglichkeit, d. h. die Geschwindigkeit im Feld 1, erhält man durch Division mit der Feldintensität.

Fig. 308.

Die Geschwindigkeit der negativen Ionen ergibt sich stets etwas größer. Die Beweglichkeiten sind in verschiedenen Gasen verschieden groß, z. B. nach Messungen von J. Zeleny

	trocken		feucht	
	v_n	v_p	v_n	v_p
Luft	1,87	1,36	1,51	1,37
Kohlensäure	0,81	0,76	0,75	0,82
Sauerstoff	1,80	1,36	1,52	1,29
Wasserstoff	7,95	6,70	5,60	5,30

Anwesenheit von Wasserdampf setzt die Beweglichkeit im allgemeinen herab, und zwar die der — Ionen, die leichter adsorbiert werden, in größerem Betrage.

2. **Beweglichkeit der negativen, lichtelektrisch zerstreuten Ionen.** Ladet man die Platte A (diese sei jetzt eine polierte oder amalgamierte Zinkplatte) mit einer sinusförmig veränderlichen Wechselspannung auf, so werden bei ultravioletter Belichtung von A durch das Drahtnetz B hindurch immer nur während einer halben Periode Elektronen aus A frei und bewegen sich als negative Ionen während dieser halben Periode gegen B hin, um in der nächsten halben Periode wieder sämtlich umzukehren, falls in der ersten Periodenhälfte nicht ein Teil von ihnen bereits die Platte B erreicht und an diese ihre Ladung abgegeben hat.

Ist V_0 der Maximalwert der sinusförmig verlaufenden Spannungsdifferenz, d der Plattenabstand, so ist $\frac{V_0}{d}$ der Maximalwert der Feldstärke und nach § 234 der Mittelwert der Feldstärke

$$\mathfrak{E} = \frac{2}{\pi} \frac{V_0}{d}.$$

Ist v_n die Beweglichkeit der negativen Ionen, so legen dieselben in der Zeit $\frac{T}{2}$ einer halben Periode in dem Feld, dessen Mittelwert $\mathfrak{E}$ ist, den Weg zurück:

$$a = \frac{2 V_0 v_n}{\pi d} \cdot \frac{T}{2}.$$

Die Platten A und B seien zunächst weit voneinander entfernt. Alle Ionen, welche sich von A während einer Periodenhälfte fortbewegen, kommen in der nächsten Hälfte zurück. Nähert man jetzt die Platten, so werden, sobald der Abstand d derselben gleich a wird, die negativen Ionen die Platte B erreichen und ihre Ladung an sie abgeben, was am Elektrometer erkannt wird. Dann ist:

$$a = \frac{2 V_0 v_n}{\pi a} \frac{T}{2}$$

oder:

$$v_n = \frac{\pi a^2}{V_0 T}.$$

Durch Messung dieses Plattenabstandes a, der maximalen Potentialdifferenz V_0 und der Periode T des Wechselstroms ist v_n bestimmt.

Diese von Rutherford angegebene, an Genauigkeit bei weitem voranstehende Methode läßt sich leicht demonstrieren. Hat der Wechselstrom beispielsweise eine Maximalspannung von

150 Volt und eine Periodenzahl 50 pro sek, so beträgt der Abstand a, bei welchem das Drahtnetz B sich negativ aufzuladen beginnt, etwa 1,25 cm.

3. Ionenbeweglichkeit bei der Flammenleitung. Zwei Elektroden sind vertikal übereinander in der Flamme angebracht, dicht unter der oberen wird eine Salzperle zum Verdampfen gebracht. Die eine Hälfte der Ionen des Salzdampfes wird durch das elektrische Feld nach unten getrieben und wird gegen die Strömung der Flammengase an die untere Elektrode gelangen können, wenn an jeder Stelle die Geschwindigkeit $\mathfrak{E}v$ der Ionen im elektrischen Feld größer ist als die der Flammengase U. Das Erreichen der unteren Elektrode wird durch ein plötzlich starkes Anwachsen der Stromstärke angezeigt, die Flammengeschwindigkeit ist meßbar, ebenso vermittels eingeführter Sonden das elektrische Feld, aus den Daten also die Beweglichkeit der Flammenionen berechenbar.

H. A. Wilson fand bei oberer positiver Elektrode die zur Stromsteigerung nötige Spannung 100 Volt, woraus sich für die + Ionen eine Beweglichkeit $v_p = 62 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ ergab, gleichviel ob die Salzperle aus Cs, Rb, K, Na, Li-salz bestand. Die Beweglichkeit des — Ions war viel größer, nämlich $v_n = 1000 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$. Die Flammentemperatur betrug um 2000°. Parallelversuche in einem 1000° heißen Luftstrom ergaben $v_p = 7{,}2$; $v_n = 26$, also erheblich kleinere Werte.

Die Formel in § 374 für die Beweglichkeit eines Ions erlaubt uns nun dieselbe unter der Voraussetzung eines bestimmten Ions und seiner kinetischen Konstanten zu berechnen. Nimmt man z. B. für die freie Weglänge des OH-ions bei 0° einen Wert, der zwischen den entsprechenden Zahlen für Wasserstoff und Sauerstoff liegt, die ihrerseits aus der Gastheorie bekannt sind, so wäre derselbe etwa $l_0 = 1{,}4 \cdot 10^{-5}$, also bei 2000° Celsius

$$l_{2000} = l_0 \tfrac{2273}{273} = 1{,}2 \cdot 10^{-4}.$$

Für die mittlere Geschwindigkeit des OH-ions würde sich unter Zugrundelegung des Wertes $4{,}25 \,.\, 10^4 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ für ein Sauerstoffmolekül bei 0° der Wert

$$u_0 = 5{,}8 \,.\, 10^4 \frac{\text{cm}}{\text{sec}},$$

also für 2000° C

$$u_{2000} = 16{,}7 \,.\, 10^4 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$$

berechnen.

Da weiter die spezifische Ionenladung für das OH-ion $\frac{e}{m} = 589$ beträgt, so würde für die Beweglichkeit im elektrischen Felde $\mathfrak{E} = 10^8 = \frac{1 \text{ Volt}}{\text{cm}}$ sich ergeben:

$$v = 21 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}.$$

Die experimentell gefundene Beweglichkeit ist also wesentlich größer, woraus jedenfalls zu schließen ist, daß die — Flammenionen nicht die Ionen der Hydroxylgruppe, sondern viel leichtere sind. Man nimmt an, daß freie Elektronen bei der Flammendissoziation entstehen, die einige Zeit als solche erhalten bleiben, aber nach Durchlaufen einer je nach der Höhe der Temperatur mehr oder weniger großen Wegstrecke sich an ungeladene Atome heften. Man mißt also einen Beweglichkeitswert, der zwischen dem der freien Elektronen und dem der Atome liegt. Je höher die Flammentemperatur, desto mehr freie Elektronen sind vorhanden. Ähnliches hat man auch bei gewöhnlicher Temperatur bei den reinen Edelgasen (Helium, Argon) und beim Stickstoff anzunehmen, in welchen, wenn sie sorgfältig von den letzten Spuren beigemengten Sauerstoffs befreit sind, das negative Ion nach Versuchen von J. Frank und R. Pohl eine sehr große Beweglichkeit besitzt.

385. Bestimmung der Ladung eines Ions. Elektrisches Elementarquantum. Zwischen zwei horizontalen Platten A und B werden Ionen und durch schwache Expansion Nebelbläschen erzeugt, welche sich an die negativen Ionen heften. Auf jedes Tröpfchen wirkt die Schwerkraft mg, unter deren Wirkung es mit einer meßbaren Geschwindigkeit fällt. Daraus ist nach § 383 die Masse eines Nebelbläschens und aus dem Gewicht der gesamten herabgefallenen kondensierten Wassermenge die Anzahl der Tröpfchen zu berechnen. Mißt man außerdem mit einem Elektrometer die mitgenommene Elektrizitätsmenge, so findet man daraus die an einem Tröpfchen, also an einem Ion haftende Ladung. Diese Methode ist von

J. J. Thomson angegeben worden. Sehr schwierig ist bei ihr die richtige Wägung der kondensierten Menge. Dieselbe ist umgangen durch eine von H. A. Wilson erdachte und ausgeführte Modifikation der Thomsonschen Methode. Zuerst wird auch hier die Fallgeschwindigkeit v_1 der Nebelbläschen bestimmt, die dieselben durch die alleinige Wirkung der Schwerkraft mg erhalten. Wird nun ein elektrisches Feld $\mathfrak{E}$ zwischen den Platten erzeugt, so gerichtet, daß es die Geschwindigkeit der negativen Teilchen erhöht, d. h. untere Platte positiv, so ist jetzt die auf das negative Teilchen wirkende Kraft gleich $mg + \mathfrak{E}e$ und die Geschwindigkeit v_2 im Verhältnis der Kräfte größer, d. h.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{mg}{mg + \mathfrak{E}e}.$$

Da nach § 383 die Masse eines unter Wirkung der Schwerkraft fallenden Tröpfchens gegeben ist durch

$$m = 3{,}1 \cdot 10^{-9} \cdot v_1^{\frac{3}{2}},$$

so folgt:

$$e = 3{,}1 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{g}{\mathfrak{E}}(v_2 - v_1)\, v_1^{\frac{1}{2}}.$$

Es ergab sich die Ladung eines negativen Ions zu etwa

$$e = 3 \cdot 10^{-10}$$

elektrostatischen Einheiten der Elektrizitätsmenge. Es ist diese Ladung die gleiche wie diejenige, welche an einem einwertigen elektrolytischen Ion haftet, und welche in § 114 bestimmt wurde. Ein negatives Gasion ist also mit dem elektrischen Elementarquantum geladen.

B. Selbständige Leitung in Gasen.

386. Selbständige Elektrizitätsleitung durch Gase. Ionenstoß. Die bisher besprochenen Arten von Elektrizitätsleitung durch Gase hatten wir in den ersten Paragraphen dieses Abschnitts in einer Gruppe zusammengefaßt, welche die Fälle unselbständiger Elektrizitätsleitung enthält, unselbständig, weil äußere Mittel die Gase erst in leitenden Zustand versetzen müssen, damit ein Elektrizitätstransport im Gase stattfinden kann. Nun gibt es aber, wie bereits erwähnt, auch Fälle, in

denen das elektrische Feld selbst die für einen Elektrizitätsfluß erforderliche Leitfähigkeit des Gases schafft; ja diese Fälle zeichnen sich sogar vor den bisherigen dadurch aus, daß die Ströme in der Regel ungleich kräftigere sind. In § 289 haben wir bereits gesehen, daß im Entladungsfunken eines Kondensators während allerdings sehr kurzer Zeit ungeheure Ströme, Ströme von vielen Tausenden von Ampère fließen können. Es fragt sich nun, wie können wir uns das spontane Eintreten eines Stromes bei Erreichung einer gewissen Intensität des elektrischen Feldes und die Entstehung so großer Stromstärken nach der Ionentheorie vorstellen? Unsere bisherigen Betrachtungen reichen dazu nicht aus; denn sie setzen ja das Vorhandensein der für den Strom notwendigen Ionenmengen voraus. Es muß hier eine neue Hypothese helfend eingreifen. J. J. Thomson hat eine solche aufgestellt. Sie lautet:

Jedes Ion ist fähig, wenn es eine bestimmte Geschwindigkeit erlangt, durch Zusammenprall mit einem Gasteilchen dasselbe in neue Ionen zu zerspalten.

Es ist zur Trennung des positiven und negativen Bestandteils eines neutralen Teilchens ein gewisser Energiebetrag nötig. Sobald die kinetische Energie eines Ions oder freien Elektrons genügende Größe hat, kann dasselbe unter Verlust dieser Energie ein neutrales Teilchen bei einem Zusammenstoß in seine Ionen zerspalten.

Nehmen wir nun an, es seien zwischen zwei Elektroden einige freie Ionen zerstreut. Sobald wir nun ein starkes elektrisches Feld zwischen den Elektroden erzeugen, erhalten die Ionen in sehr kurzer Zeit eine sehr große Geschwindigkeit. Sobald eins auf ein Gasmolekül stößt, entstehen daraus zwei neue Ionen, welche sogleich Geschwindigkeit erlangen und neue Ionen ihrerseits erzeugen, und so geht dies fort; in sehr kurzer Zeit wird die Dichtigkeit der Ionen und die Stromstärke sehr groß. Auf diese Weise erklären sich die großen Stromstärken, welche bei den selbständigen Entladungen, z. B. im Lichtbogen oder im elektrischen Funken auftreten können.

Bedingung für den Eintritt der Ionisierung durch Stoß ist, daß das bewegliche stoßende Ion zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zusammenstößen mit Gasteilchen, d. h. auf seiner

freien Weglänge l die hinreichende kinetische Energie erhält. Diese ist offenbar gegeben durch das Produkt aus der freien Weglänge und der Kraft, unter deren Antrieb das mit der Ladung e versehene Ion im elektrischen Feld $\mathfrak{E}$ sich bewegt. Die kinetische Energie ist also durch das Produkt $\mathfrak{E}el$ gegeben, und die Größe dieses Produktes wird für den Eintritt der Stoßionisierung maßgeblich sein. Da die freie Weglänge dem Druck des Gases umgekehrt proportional ist, so wird also das in Gasen von verschiedenem Druck zum Eintritt der Stoßionisierung nötige Feld dem Gasdruck proportional sein müssen. Aus Versuchen von Schweidler, die die Abhängigkeit der Stromstärke vom Feld für den lichtelektrischen Strom zwischen zwei Platten zeigen sollten, ergibt sich das plötzliche Anwachsen der Stromstärke, also der Beginn der Stoßionisierung für folgende Potentialdifferenzen zwischen den Platten:

Druck	Potentialdifferenz
750 mm	4700 Volt
130 „	1150 „
17 „	140 „

Die Werte zeigen Proportionalität allerdings nur in den letzteren zwei Reihen.

387. Gase besitzen immer eine geringe Leitfähigkeit. Schon Coulomb beobachtete, daß die Elektroden seiner elektrostatischen Drehwage Elektrizitätsverluste zeigten, welche nicht durch Leitung längs der festen Stützen erklärt werden konnten. Ein solcher Elektrizitätsverlust geladener Körper in Gasen, in freier Luft wie auch in abgeschlossenen Räumen, ist in neuerer Zeit von Linß[1]), sowie von Elster und Geitel[2]) näherer Untersuchung unterzogen worden. Es zeigte sich, daß Gase immer ein geringes Leitungsvermögen besitzen, d. h. daß immer eine Anzahl freier Ionen sich in ihnen befinden. Der Nachweis wurde in der Weise geführt, daß ein vollständig in einem fast allseitig geschlossenen, mit Trockenmitteln versehenen Gefäß befindliches Elektroskop geladen wurde. Die Isolation kann so gut gemacht werden, daß sich die Ladung sehr lange

1) Meteorolog. Zeitschr. 4, 352, 1887.
2) Ann. d. Phys. 2, 425, 1900.

hält. Wurde dann aber auf das Elektroskop ein Metallzylinder, ein sog. Zerstreuungskörper, derartig gesetzt, daß er ohne eine Berührung des Gefäßes durch dessen obere Öffnung herausragt, dann zeigte sich ein Ladungsverlust, welcher je nach äußeren Umständen sehr verschiedene Größe hat. Er zeigt sich auch in völlig geschlossenen Räumen. Er kann nicht herrühren von Staubteilchen oder Wasserbläschen, welche angezogen und abgestoßen werden; denn er ist im Gegenteil um so größer, je staub- und dunstfreier das umgebende Gas ist. In der Atmosphäre schrieb man zuerst diese Ionisierung der Luft der Wirkung der Sonnenstrahlen zu. Es hat sich jedoch weiterhin gezeigt, daß auch in dunklen abgeschlossenen Räumen die Zerstreuung groß ist. Man hat gefunden, daß die Ionisierung der Luft von einer Radioaktivität aller Körper insbesondere des Erdbodens, dem fortdauernd radioaktive Emanation entströmt, herrührt (siehe auch § 428).

388. Verzögerung der Funkenentladung. Zum Eintritt jeder selbständigen Entladung ist nach der Thomsonschen Anschauung wenigstens ein ursprünglich im elektrischen Feld vorhandenes Ion erforderlich. Durch „Ionenstoß“ erzeugt es sich selbst die zum Eintritt der Entladung nötige Ionenmenge. Die Bedingung des Vorhandenseins einiger Ionen ist aber, wie im vorigen Paragraphen gezeigt, stets erfüllt. Es ist nun anzunehmen, daß die Ionen eine gewisse Zeit zur Erzeugung einer großen Zahl neuer Ionen brauchen werden; diese Zeit wird um so länger sein, je weniger Ionen ursprünglich vorhanden sind. Eine Erscheinung, welche vielleicht hierin ihren Grund hat, ist die Verzögerung der Funkenentladung. Sie besteht in folgendem: Wenn man an zwei Kugeln eine zur Entladung ausreichende Potentialdifferenz anlegt, so tritt in der Regel die Entladung nicht sofort ein, sondern erst nach einer gewissen Zeit, welche man die Verzögerungsperiode nennt. Dieselbe ist von ganz unregelmäßiger Dauer, kann bei einem Versuch einen Bruchteil einer Sekunde, bei dem nächsten Anlegen einer selbst größeren Potentialdifferenz viele Sekunden, ja selbst mehrere Minuten dauern. Sie ist besonders groß in sehr trockenem Gas und läßt sich daher an einer in abgeschlossenem

Gefäß befindlichen Funkenstrecke besonders leicht demonstrieren. Legt man die Potentialdifferenz mit Hilfe eines Momentankontakts nur ganz kurze Zeit, etwa $\frac{1}{100}$ Sekunde, an die Kugeln, so kann sie mehrere Male so groß sein als die bei genügendem Warten zur Entladung ausreichende Potentialdifferenz, ohne daß Entladung eintritt. Sobald man dagegen auf irgend eine Weise Ionen an der Funkenstrecke erzeugt, indem man die Kathode ultraviolett belichtet, Röntgenstrahlen nahe der Funkenstrecke erzeugt oder in die Nähe derselben eine Flamme, einen glühenden oder radioaktiven Körper bringt, hört jede Verzögerung auf. Es tritt, wenn die Hilfsionisation nicht zu kräftig ist, stets bei derselben Potentialdifferenz sofort Entladung ein. Die so gemessene Entladungs-Potentialdifferenz ist dieselbe, ob man das elektrische Feld langsam oder sehr schnell erzeugt, und hat nach einer Untersuchung von E. Warburg den gleichen Wert sogar noch für sehr schnelle elektrische Schwingungen.

389. Versuch von H. Hertz über die Wirkung des ultravioletten Lichts. Falsche und richtige Auffassung desselben. Macht man die Entfernung der blankgeputzten Kugeln eines Funkenmikrometers (Fig. 309) so groß, daß etwa 1 cm lange Funken eines mittelgroßen Induktoriums gerade nicht mehr überspringen, so tritt sofort ein Funkenübergang ein, sobald man die Funkenstrecke mit ultraviolettem Licht bestrahlt. Diese von H. Hertz gelegentlich seiner Versuche mit elektrischen Wellen an Resonatorfünkchen entdeckte Erscheinung wurde meist als eine Erniedrigung des Entladungspotentials aufgefaßt. E. Wiedemann und H. Ebert fanden, daß die Wirkung der Bestrahlung auf die Kathode beschränkt ist. Die richtige Erklärung des Versuchs ist im vorigen Paragraphen enthalten. Die Verzögerung verhindert den Funkenübergang, die Ionenerzeugung an der negativen Elektrode durch das ultra-

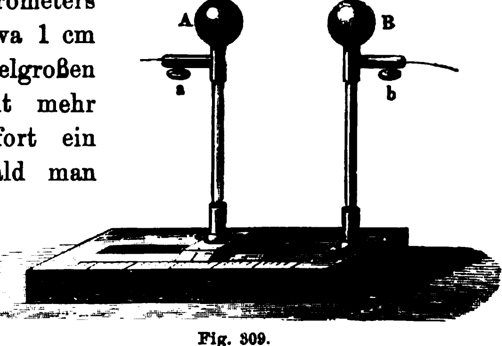


Fig. 309.

violette Licht beseitigt die Verzögerung, setzt aber nicht das Entladungspotential herab. Diese Aufklärung der Wirkung des ultravioletten Lichts rührt von E. Warburg her. Wenn durch sehr kräftige Ionisatoren sehr viel Ionen nahe der Funkenstrecke erzeugt werden, so findet nach einer Untersuchung von J. Herweg auch eine Erniedrigung des Entladungspotentials statt. Feldveränderungen sind die Ursache dieser Erscheinung. Verwendet man z. B. Platten als Funkenelektroden, so ist der Potentialverlauf durch eine gerade Linie dargestellt. Wird dagegen das Gas kräftig ionisiert, so hat der Potentialverlauf die Form der in Fig. 303 dargestellten Kurve, das Feld wird daher an Kathode und Anode größer und kann dort jetzt zur Stoßionisierung ausreichen, während es vorher zu klein war.

390. Funkenpotential. Elektrische Festigkeit eines Gases. Sobald die Verzögerung durch Belichtung aufgehoben wird, erweist sich die zur Erzeugung der Funkenentladung nötige Potentialdifferenz für eine gegebene Funkenstrecke in einem gegebenen Gas als völlig konstant und unabhängig von der Geschwindigkeit, mit welcher die Potentialdifferenz erzeugt wird. Nach genauen Messungen von Orgler sind zum Eintritt der Funkenentladung in Luft, Kohlensäure und Wasserstoff von 75 cm Druck zwischen Kugeln von 1,25 cm Radius bei ein und fünf Millimeter Schlagweite folgende Potentialdifferenzen nötig.

	Schlagweite 0,1 cm	Schlagweite 0,5 cm
Luft	15,22	58,18
CO_2	14,54	52,44
H	9,22	32,86.

Die Funkenpotentiale sind in absoluten elektrostatischen Einheiten ausgedrückt. Die Voltzahl erhält man durch Multiplikation mit 300 (§ 98).

Maxwell nannte die Intensität des elektrischen Feldes, bei welcher Zerreißung des Gases durch den Funken stattfindet, elektrische Festigkeit des Gases. Bei großen Kugeln und geringem Abstand δ derselben ist die Feldintensität durch den Quotienten $\frac{V}{\delta}$ gegeben, wenn V das Funkenpotential für die Entfernung δ ist. Dieser Quotient ist indessen für verschiedene

Abstände nicht derselbe, sondern wächst stark an, je kleiner δ wird. Dies erklärt sich auf folgende Weise: Die Kurven, welche die Abhängigkeit des Funkenpotentials von δ darstellen, zielen nicht auf den Nullpunkt des Koordinatensystems, sondern schneiden die Ordinatenachse bei etwa dem Wert 300 Volt. Dies bedeutet, daß für $\delta = 0$ das Funkenpotential nicht Null ist, sondern noch den Wert 300 Volt hat, daß also ein Übergangswiderstand an der Elektrodenoberfläche existiert. Das Funkenpotential A in einem Gas setzt sich demnach aus der für die Durchbrechung des Übergangswiderstandes nötigen Potentialdifferenz α und der eigentlichen Entladungs-Potentialdifferenz a der Gasstrecke zusammen. Es ist also:

$$A = a + \alpha.$$

Ist für die gleiche Funkenstrecke in Luft das Funkenpotential B, so ist dies entsprechend

$$B = b + \beta.$$

Der Quotient $k = \frac{a}{b} = \frac{A - \alpha}{B - \beta}$ ist die Zahl, die uns angibt, wieviel mal größer das Entladungspotential der Gasstrecke als das der Luftstrecke ist, unabhängig vom Übergangswiderstand. Diese Größe nennt man spezifische elektrische Festigkeit eines Gases bezogen auf Luft. Um k zu bestimmen, bedarf es nur der Bestimmungen der Funkenpotentiale für zwei Schlagweiten in Gas und in Luft. Sind dieselben A_1, A_2 bzw. B_1, B_2, so ist:

$$k(B_1 - \beta) = A_1 - \alpha$$

$$k(B_2 - \beta) = A_2 - \alpha$$

also:

$$k(B_2 - B_1) = A_2 - A_1$$

oder

$$k = \frac{A_2 - A_1}{B_2 - B_1}.$$

Diese Größe hat sich für alle Gase als in weiten Grenzen von Schlagweite und Druck unabhängig erwiesen, kann daher als eine für ein Gas charakteristische Konstante angesehen werden. Sie ist für obengenannte drei Gase (Orgler):

Luft	1
Wasserstoff . . .	0,563
Kohlensäure . .	0,888.

Der Übergangswiderstand liegt höchst wahrscheinlich an der Kathode und ist dem Kathodengefälle der Glimmentladung (§ 393) analog. Ein Funke, in welchem sich nicht zu große Elektrizitätsmengen, etwa einer Leidener Flasche, entladen, bringt in seinem Aussehen diese Analogie zur Schau. Von der Anodenoberfläche an ist er ein rötliches Lichtband bis dicht vor die Kathode (positives Licht), an der Kathode bildet er einen hellen blauen Lichtpunkt (negatives Glimmlicht). Beide Lichterscheinungen sind durch einen kleinen dunklen Raum (Faradaysche dunkle Raum) getrennt. Funkenentladung bei geringer Stromstärke ist eine diskontinuierliche Glimmentladung. Entladet sich eine größere Kapazität, d. h. ist die Stromstärke erheblich, so hat der Funke den Charakter einer Bogenentladung.

391. Spitzenentladung. Eine Metallspitze steht einer großen Platte gegenüber, welche durch ein Galvanometer zur Erde geleitet ist. Bei einem gewissen Potential der Spitze fängt ein Strom an, von derselben zur Platte zu fließen. Das Galvanometer zeigt die Stärke des Stromes an. In freier Luft zeigt sich dabei kein bedeutender Unterschied mit dem Vorzeichen der Spitzenladung. In Gasen, welche vollständig von Sauerstoff befreit sind, ist dagegen, wie Warburg fand, eine große Verschiedenheit im Verhalten zu bemerken, indem bei negativer Spitze die Stromstärke bei Entfernung der letzten Spuren von Sauerstoff außerordentlich ansteigt, und das zur Entladung erforderliche Potential der Spitze erheblich sinkt, während die positive Leitung nicht durch Anwesenheit von Sauerstoff beeinflußt wird.

Das Potential, bei welchem eine Spitzenentladung einsetzt, ist in der Regel verschieden von demjenigen, bei welchem eine bestehende Spitzenentladung aufhört. Letzteres liegt dann tiefer und heißt Minimumpotential (Röntgen). Sauerstoff wird durch Spitzenentladung teilweise in Ozon verwandelt, ebenso Ozon teilweise in Sauerstoff. Beides geht für eine bestimmte Entladungsstromstärke bis zu einem gewissen Grenzwerte, welcher dann erreicht ist, wenn die ozonisierende und desozonisierende Wirkung der Entladung sich das Gleichgewicht halten. Die desozonisierende Wirkung nimmt mit sinkender Temperatur ab, daher bei tiefer Temperatur mehr Ozon erzeugt wird (Warburg).

Die Entladung aus negativer Spitze ist auch eine Glimmentladung und zeigt unter dem Mikroskop dicht gedrängt aber sehr deutlich das charakteristische Aussehen derselben, das negative Glimmlicht, den Faradayschen Dunkelraum und das positive Licht.

392. Glimmentladung. Bei Atmosphärendruck kann man zwischen den kugelförmigen Polen einer Influenzmaschine unter Umständen einen stillen Elektrizitätsübergang beobachten, welcher im Zwischenraum der Kugeln von keiner weiteren Lichtentwicklung begleitet ist, als daß die Kathode von einer Lichthaut überzogen erscheint. Diese Entladung, welche einen durchaus kontinuierlichen Charakter hat, heißt Glimmentladung. Dieselbe ist sehr viel augenfälliger zwischen Elektroden in Röhren mit verdünntem Gase. Verbindet man zwei Elektroden, welche in die Enden eines zylindrischen Glasrohrs eingeschmolzen sind, mit den Enden der Sekundärspule eines Induktors, so ist zunächst bei gewöhnlichem Gasdruck eine hohe Potentialdifferenz erforderlich, um Entladung in Form von Funken zu erhalten. Pumpt man nun das Rohr mit Hilfe einer Quecksilberluftpumpe allmählich aus, so sinkt die für die Entladung erforderliche Potentialdifferenz schnell. Der Funken wird dabei immer breiter, seine Konturen verwaschener. Ferner beobachtet man bald, daß dicht vor der Kathode das Funkenband plötzlich aussetzt, und sich ein dunkler Raum, der sog. Faradaysche dunkle Raum, ausbildet. Die Kathode selbst überzieht sich dabei mit einer, wenn das Gas Luft ist, blauen Schicht, dem sog. negativen Glimmlicht. Dasselbe sitzt jedoch nicht unmittelbar an der Kathodenoberfläche auf, sondern es folgt nach ihm erst noch ein weiterer lichtloser Teil, der sog. Crookessche dunkle Raum, und dann erst, dicht auf der Oberfläche sitzend, eine gelblich rot leuchtende Schicht, die sog. erste Kathodenschicht. Je weiter man auspumpt, desto mehr wird die Kathode von der aus drei Teilen bestehenden Lichthaut überzogen, gleichzeitig dehnt sich der Faradaysche dunkle Raum weiter aus, und das Funkenband wird, sich gleichzeitig immer mehr zurückziehend, als das sog. positive Licht breiter, bald den ganzen Röhrenquerschnitt erfüllend. Die Dicke der Licht-

haut an der Kathode bleibt unverändert mit abnehmendem Druck die gleiche, bis die ganze Kathode vom Glimmlicht bedeckt ist; dann breitet sich das letztere immer mehr in die Röhre hinein aus. Gleichzeitig nimmt auch die Größe des Crookesschen Dunkelraums zu. Wenn das negative Glimmlicht die Glaswand berührt, erregt es dieselbe zu hellgrüner Fluoreszenz.

393. Potentialverlauf bei der Glimmentladung. Der Potentialverlauf längs eines vom Glimmstrom durchflossenen Rohres, zuerst von W. P. Graham bestimmt, hat Ähnlichkeit mit dem in § 375 besprochenen in röntgenbestrahltem Gas. An beiden Elektroden größere Potentialgefälle, im Raume zwischen den Elektroden ein kleinerer Potentialgradient, welcher aber in den verschiedenen Regionen noch Verschiedenheiten aufweist. So ist z. B. im positiven Licht der Gradient relativ groß im Verhältnis zu demjenigen im Faradayschen dunklen Raum und im negativen Glimmlicht, in welch letzteren Bereichen er nur ganz gering ist. Am größten ist das Gefälle in der Nähe der Kathode, d. h. im Crookesschen Dunkelraum. Die Potentialdifferenz zwischen Kathode und einem Punkte im negativen Glimmlicht oder im Faradayraum, das sog. Kathodengefälle, ist nach den Untersuchungen von E. Warburg für ein bestimmtes Metall in bestimmtem Gas eine ganz bestimmte von Druck und Stromstärke unabhängige Größe, solange das Glimmlicht die Kathode noch nicht ganz bedeckt. Dies sogenannte normale Kathodengefälle beträgt beispielsweise für:

Platin	in Stickstoff, 232	in Wasserstoff, 300	in Helium, 160	in Sauerstoff 369
Magnesium	in Stickstoff, 207	in Wasserstoff, 168	in Helium, 125	in Sauerstoff 310
Natrium	in Stickstoff, 178	in Wasserstoff, 185	in Helium 80	
Kalium	in Stickstoff, 170	in Wasserstoff, 172	in Helium 69.	

(Die Zahlen stammen aus Untersuchungen von Warburg, Capstick, May Defregger.)

Aus den Zahlen ist ersichtlich, daß in Sauerstoff das Gefälle, also der Widerstand der Gasstrecke an der Kathode groß ist. Diese Vergrößerung des Kathodenwiderstandes bewirken

bereits Spuren von Sauerstoff. Sobald spurenweise Sauerstoff dem Stickstoff beigemengt wird, steigt das Gefälle an der Kathode, z. B. an Platin in Stickstoff von 232 bis 410. Dies Ansteigen wird aber verhindert durch gleichzeitige Anwesenheit von Wasserdampf. Bezüglich des Sauerstoffeinflusses hat die Glimmentladung große Ähnlichkeit mit der Spitzenentladung aus negativer Spitze (s. § 391). An Alkalimetallen ist das Kathodengefälle sehr gering, besonders im Helium und Argon. Dies bedingt, daß man schon mit sehr geringen elektromotorischen Kräften, z. B. mit 110 Volt einer städtischen Zentralenleitung, durch ein Heliumrohr mit Natrium- oder noch besser Kaliumkathode Glimmentladung erhalten kann. Heliumröhren mit elektrolytisch nach einer von E. Warburg angegebenen Methode eingeführtem Natrium oder auch solche, die etwas Kalium-Natriumlegierung (bei gewöhnlicher Temperatur flüssig) enthalten, werden deshalb mit Erfolg zum Nachweis noch recht schwacher elektrischer Schwingungen benutzt. Nach jüngst veröffentlichten Versuchen von W. H. Westphal findet unmittelbar an der Kathodenoberfläche ein Potentialsprung statt, der ca. $\frac{1}{3}$—$\frac{1}{4}$ des Kathodengefälles beträgt und in Bezug auf Konstanz oder Inkonstanz sich wie das letztere verhält.

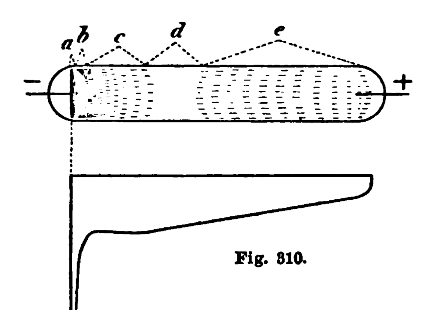
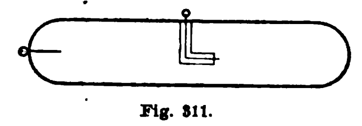


Fig. 310.

Auch unmittelbar an der Anode findet ein, wenn auch viel geringeres Potentialgefälle statt. Das Anodengefälle ist in der Regel kleiner für das Metall, welches das größere Kathodengefälle hat (Skinner). Es ist unabhängig von Stromdichtigkeit, was für das Kathodengefälle nur gilt, solange es das „normale" ist. Fig. 310 zeigt den ungefähren Potentialverlauf in den verschiedenen Bereichen des Entladungsraumes. a = erste Kathodenschicht, b = Crookesscher dunkler Raum, c = negatives Glimmlicht, d = Faradayscher dunkler Raum, e = positives Licht.

394. Das negative Glimmlicht und das positive Licht. Die beiden Leuchterscheinungen, welche von den Elek-

troden der Glimmentladung ausgehen, haben ganz verschiedenen Charakter. Das positive Licht ist mit dem Stromverlauf durch das Rohr auf das engste verbunden und folgt überall den Stromlinien. Das negative Glimmlicht ist von ihnen vollkommen unabhängig. Dies erkennt man in sehr augenfälliger Weise an einem Rohr, dessen Form Crookes angegeben hat (Fig. 311). Ist die in der Mitte des Rohrs befindliche, bis auf eine kleine freie Spitze mit Glasrohr umgebene Elektrode Anode, so biegt dicht an ihr das positive Licht um, nach der Kathode seinen Weg nehmend. Ist sie Kathode, so dehnt sich das blaue negative Glimmlicht in den elektroden- und stromlosen Teil der Röhre aus.


Fig. 311.

395. Theorie der selbständigen Strömung und der Funkenentladung von Townsend. Eine einfache und übersichtliche Theorie der durch Ionenstoß entstehenden elektrischen Strömung in Gasen hat J. S. Townsend[1]) veröffentlicht. Und da sie gleichzeitig vom ionentheoretischen Gesichtspunkt aus eine Anschauung darüber gibt, wann zwischen zwei Elektroden eine plötzliche stromstarke leuchtende Entladung einsetzt, sei es als eine Funken- oder als leuchtende Glimmentladung, und da die experimentellen Untersuchungen Townsends eine ausgezeichnete Bestätigung seiner Theorie ergaben, so sei dieselbe hier in kurzen Zügen wiedergegeben. Es wird der Fall behandelt, daß zwei Platten in einem Gas einander gegenüberstehen, das elektrische Feld als gleichmäßig angenommen, ferner vorausgesetzt, daß aus der Kathodenplatte, etwa infolge Bestrahlung, eine gewisse Anzahl n_0 von negativen Teilchen pro Sekunde hervorkommen. Das Feld wird als so groß vorausgesetzt, daß sogleich Ionisierung durch Stoß eintritt, aber die Teilchen keine Zeit zur Wiedervereinigung haben, sondern alle pro Sekunde erzeugten Ionen auch in der Sekunde an die Elektrode befördert werden, ihre Ladung also die Stromstärke ergibt. Wir wissen bereits aus den in § 382 und 386 genannten Versuchen von v. Schweidler und Kreusler, daß derartige Ströme zu messen sind und mit wachsender Elektrodenspannung schnell an Stärke zu-

1) Phil. Mag. 6, 598, 1903.

nehmen. Wenn aus der Kathode pro sek n_0 Teilchen hervorkommen, so erfahren diese auf ihrem Wege nach der Anode einen rapiden Zuwachs, indem jedes Teilchen fortwährend neue erzeugt, die sich mitbewegen und ihrerseits auch wieder neue erzeugen. Es ist ersichtlich, daß die in der Sekunde an die Anode gelangende Zahl negativer Teilchen exponentiell mit dem Plattenabstand a wachsen muß.

Ist links von der in Fig. 312 herausgegriffenen Schicht der Dicke dx die pro sek erzeugte Zahl negativer Teilchen gleich p, und erzeugt jedes negative Ion auf dem cm seiner Bahn α neue Ionen, so wächst p auf der Schichtbreite dx um

$$dp = \alpha(n_0 + p)\,dx,$$

weil durch die Schicht in der Sekunde $n_0 + p$ negative Ionen gehen. Die Integration gibt das Gesetz, nach welchem p mit x wächst, und führt man sie zwischen 0 und dem Plattenabstand a aus, so erhält man die Gesamtzahl n aller zwischen den Platten pro Sekunde erzeugter negativer Ionen zu:

$$n = n_0 + \bar{p} = n_0 e^{\alpha a}.$$

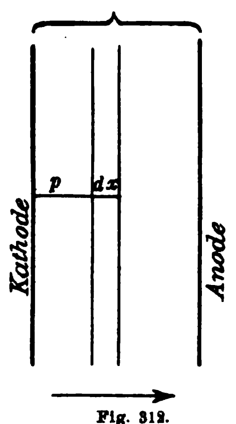


Fig. 312.

n ist proportional dem fließenden Strom J und setzt sich zusammen aus der Zahl n_0 aus der Kathode kommender und $\bar{p}$ zwischen den Platten erzeugter negativer Ionen. Townsend maß nun J als Funktion des Plattenabstandes unter Konstanthaltung der Feldstärke und fand, daß das exponentielle Gesetz in dieser Form in Wirklichkeit nicht bestätigt wird, und daß also die Voraussetzungen, von denen diese Betrachtung ausgeht, nicht erfüllt sind. Dies zeigt folgende Zahlenreihe:

Abstand a	2	6	10	11 mm
J beob.	2,86	24,2	373	2250
$J = e n_0 e^{\alpha a}$	2,86	23,4	190	322

Die Tabelle zeigt, daß für kleinere Plattenabstände, bis $a = 6$ mm, das Gesetz hinreichend gilt, dagegen garnicht mehr, wenn der Abstand größer wird. Dann wächst J viel schneller als die

Exponentialfunktion an. Townsend fand den Grund dieser Abweichung darin, daß in der angestellten Betrachtung völlig abgesehen wurde von der Möglichkeit einer Ionisierung durch Stoß auch der positiven Ionen. Eine sehr einfach durchzuführende Erweiterung der Betrachtung ergibt unter Zulassung auch dieser Möglichkeit und unter der Annahme, daß die positiven Ionen auf einem Zentimeter ihres Weges die Zahl β, die negativen Ionen die Zahl α von Ionen (diesmal beiderlei Vorzeichens) bilden, für die Zahl n aller im Plattenzwischenraum gebildeten Ionen den Ausdruck:

$$n = \frac{n_0 (\alpha - \beta) e^{(\alpha - \beta) a}}{\alpha - \beta e^{(\alpha - \beta) a}}.$$

Dieser Ausdruck muß also die Stromstärke als Funktion des Abstandes wiedergeben, wenn dabei die Feldstärke aufrecht erhalten wird (durch jedesmaliges Verändern der Potentialdifferenz auf eine dem Abstand proportionale Größe). Dies muß geschehen, um α und β als Konstante ansehen zu können. Diese zwei Größen sind durch Beobachtung zweier Stromwerte für zwei verschiedene Abstände a zu erhalten. Setzt man nun den nach dieser Formel berechneten Stromwert in obiger Tabelle ein, so zeigt sich eine ausgezeichnete Übereinstimmung von Beobachtung und Berechnung:

Abstand a	2	6	10	11 mm
J beob.	2,86	24,2	373	2250
J ber.	2,87	24,6	380	2150

$$\alpha = 5{,}25; \quad \beta = 0{,}0141.$$

Der im Vergleich zu β sehr hohe Wert von α zeigt, daß den positiven Ionen unter gleichen Bedingungen eine sehr viel kleinere Fähigkeit, durch Stoß zu ionisieren, zukommt als den negativen Teilchen. Deshalb ist auch bei der Glimmentladung in verdünnten Gasen die Ionisierung durch die im Crookesschen Dunkelraum beschleunigten Elektronen der bestimmende Faktor (§ 396).

Da die Theorie hier nur unter Annahme eines homogenen elektrischen Feldes durchgeführt ist, so dürfen die Ströme zwischen den Platten keine zu kräftigen sein.

Die Formel erlaubt nun eine weitere interessante Anwendung. Wenn unter Aufrechterhaltung des elektrischen Feldes, also gleichzeitiger Erhöhung der Potentialdifferenz der Plattenabstand vergrößert wird, so muß der Strom stark zunehmen, und für einen bestimmten Abstand, der durch Verschwinden des Nenners gegeben ist, muß der Strom sogar unendlich stark werden. Dieser Fall tritt ein für:

$$\alpha = \beta e^{(\alpha - \beta)\bar{a}}$$

oder $J = \infty$ für:

$$\bar{a} = \frac{\log \alpha - \log \beta}{\alpha - \beta}.$$

Aus den aus Beobachtungen eben besprochener Art abgeleiteten Werten für α und β kann man diesen Abstand $\bar{a}$ berechnen. Sobald er erreicht ist, kann der Strom kein kontinuierlicher mehr sein, sondern es muß ein plötzlicher Übergang der stillen Entladung in die Form einer leuchtenden Entladung (Funken) erfolgen. Townsends Versuche ergaben auch in dieser Beziehung eine sehr gute Übereinstimmung mit der Theorie. Auch bei diesen Versuchen muß die Homogenität des elektrischen Feldes bewahrt bleiben, und darf demnach eine gewisse obere Abstandsgrenze der Elektrodenplatten nicht überschritten werden.

396. Der Verlauf der Glimmentladung. Wird an die Elektroden einer Entladungsröhre eine wachsende Potentialdifferenz angelegt, so tritt bei einem bestimmten Wert derselben, wenn Verzögerungen ausgeschlossen sind, also beispielsweise durch Belichten der Kathode gleich von Anfang an für das Vorhandensein einiger Ionen gesorgt wird, plötzlich Entladung ein. Dieselbe erfolgt in dem Augenblick, in welchem die nach der Townsendschen Theorie notwendigen Vorbedingungen erfüllt sind. Letztere sind theoretisch am übersichtlichsten, wenn die Entladung zwischen zwei hinreichend großen, einander gegenüberstehenden Platten hervorgerufen wird. Sobald die Entladung eingesetzt hat, gehen große Änderungen im elektrischen Feld zwischen den Platten vor sich. Der vorher geradlinige Potentialverlauf wird während der Entladung ein ungleichmäßiger. Wird den Elektroden keine Elektrizität weiter zugeführt, so wird die Entladung sogleich wieder erlöschen, es findet eine

einmalige Entladung des durch die Elektroden gebildeten Kondensators bzw. des mit den Elektroden verbundenen Leiters statt. (Disruptive Entladung.) Wird den Elektroden langsam, etwa durch einen großen Widerstand Elektrizität zugeführt, so wird in ähnlicher Weise eine Entladung eintreten, die dann aufhört und sich erst wiederholt, wenn wieder die ausreichende Potentialdifferenz erlangt ist, was bei großer Kapazität und hohem Widerstand lange Zeit dauern kann. (Intermittierende Entladung.) Findet dagegen ausreichend schnelle Zufuhr von Elektrizität statt, so wird die Entladung, nachdem sie einmal eingesetzt hat, fortdauern, und zwar mit verändertem elektrischen Feld. Je nach den äußeren Bedingungen von Spannung und Widerstand wird diese kontinuierliche Entladung die Form der Glimm- oder der Bogenentladung annehmen. Letztere Form tritt ein, wenn die Stromstärke so groß wird, daß das Elektrodenmaterial in Glut kommt und verdampft, entweder wie bei dem Lichtbogen in ausgedehnterer Weise oder wie bei der Funkenentladung größerer Kapazitäten in beschränkterem Maße. Nehmen wir nun den Fall an, die äußeren Bedingungen entsprächen dem Bestehen einer Glimmentladung. Dann haben wir im Entladungsrohr wahrscheinlich folgende Vorgänge: Von der Kathode kommen dauernd Elektronen und erlangen nach Durchlaufung des Crookesschen Dunkelraumes die für Stoßionisierung nötige kinetische Energie. An dieser Stelle, also an der der Kathode abgewandten scharfen Grenze des Dunkelraumes setzt scharf die Ionisierung und eine damit verbundene spontane Wiedervereinigung ein. Einer dieser Vorgänge oder beide erzeugen das dort scharf einsetzende negative Glimmlicht, welches ein Bandenspektrum liefert. Der Crookessche Dunkelraum gibt nach dieser Vorstellung ein direktes Maß für die freie Weglänge der Elektronen im Gas. Zwischen Kathode und der Grenzfläche von Dunkelraum und Glimmlicht muß die Ionisierungsspannung des Elektrons liegen, und das letztere muß die Länge des Dunkelraums ohne Zusammenstoß mit Gasteilchen frei durchfliegen, um die zur Ionisation erforderliche Geschwindigkeit durch die Ionisierungsspannung zu erlangen. Von den im Glimmlicht erzeugten negativen Ionen fliegt ein Teil, nämlich alle sich nicht mit positiven Ionen wiedervereinigenden, weiter und erlangt in

dem schwachen Felde, welches im Bereich des Glimmlichts und des Faradayschen Dunkelraumes herrscht, erst nach Zurücklegung einer größeren Strecke eine zur Stoßionisation ausreichende Geschwindigkeit. Wo diese erreicht ist, leuchtet das Gas im sog. positiven Licht. Die positiven Ionen dieses Bereiches, sowie die des negativen Lichtes wandern nach der Kathode zu und erlangen im Crookesschen Raum nach Durchlaufung eines Teiles desselben eine zur Lichtemission ausreichende Geschwindigkeit. Dies Leuchten ist also im wesentlichen kein Ionisationslicht, wie das negative und positive Glimmlicht, sondern es ist das Leuchten der Kanalstrahlen. Es hat dementsprechend auch dieselbe Farbe und Spektrum wie das bei Durchbohrung der Kathode jenseits derselben auftretende Leuchten. Das Spektrum ist ein Linienspektrum und zeigt den Dopplereffekt (J. Stark, vgl. § 356). Dies ist wahrscheinlich die Erklärung der unmittelbar auf der Kathode aufsitzenden sog. ersten Kathodenschicht. Ein schattenwerfender Körper vor der Kathode in dieser Schicht angebracht, zeigt nach einem Versuch von Wehnelt denn auch, daß das Leuchten von den nach der Kathode zu eilenden positiven Ionen ausgeht. Nebenbei bewirken die positiven Teilchen auch eine Ionisierung des Gases, und es ist deshalb das Linienspektrum von einem Bandenspektrum begleitet. Außerdem übernehmen die positiven Teilchen die Rolle, bei dem Auftreffen auf die Kathode eine erhebliche Zahl von Elektronen aus derselben zu befreien, die den Entladungsvorgang aufrecht erhalten. Das negative Glimmlicht dehnt sich im Entladungsrohr um so weiter aus, je weiter die negativen Ionen ihre Geschwindigkeit beibehalten. Wird der Gasdruck sehr gering, so findet keine Reibung, d. h. kein häufiges Zusammenstoßen mit Gasmolekülen mehr statt. Die Ionisierung und die damit verbundene Leitfähigkeit und das Leuchten des Gases wird immer geringer, und die negativen Teilchen fliegen auf weite Wegstrecken strahlenartig weiter, sie bilden so die Kathodenstrahlen, welche bei genügender Gasverdünnung geradlinig den Raum durchfliegen, bis sie durch feste Hindernisse, z. B. die Wand des Glasrohrs aufgehalten werden.

C. Elektrodynamik der Gasentladungen.

397. Die charakteristische Kurve einer Entladung. In einem metallischen oder elektrolytischen Leiter gilt das Ohmsche Gesetz, d. h. die Spannung ist der Stromstärke proportional. Der Proportionalitätsfaktor, mit welchem die Stromstärke zu multiplizieren ist, um die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten des Leiters zu erhalten, ist eine konstante, von der Stromintensität unabhängige Größe, die der Widerstand des Leiters zwischen den zwei Punkten heißt. Dem ist nicht mehr so, wenn der Leiter eine Gasstrecke ist. Bei dieser ist die Spannung zwischen den Elektroden im allgemeinen durchaus nicht mehr der Stromstärke proportional, und man kann infolgedessen nicht mehr von einem bestimmten Widerstand sprechen. Höchstens könnte man den Quotienten $\frac{E}{J}$ als einen mit J veränderlichen Widerstand bezeichnen. Indessen ist dies unzweckmäßig, und die Stromverhältnisse im leitenden Gas sind besser durch eine Kurve zu charakterisieren, welche die Spannung E zwischen den Elektroden der Gasstrecke als Funktion der Stromstärke angibt. Eine solche Kurve nennt man deshalb eine charakteristische Kurve oder Charakteristik. Sie wird nicht nur bei Gasentladungen zweckmäßig verwandt, sondern überall dort, wo die Spannung nicht der Stromstärke proportional ist. Dies ist z. B. bei einer selbsterregenden Dynamomaschine der Fall, bei welcher ein entnommener Strom die Stärke des Feldmagneten und damit die Induktion im Anker beeinflußt. Das Verhalten der Maschine charakterisiert der Elektrotechniker am übersichtlichsten in der Charakteristik der Maschine. Ähnliches gilt von den Glühlampen, deren Widerstand wegen der Erhitzung mit der Stromstärke sich ändert.

Die charakteristischen Kurven von Gasentladungen zeigen nun eine besondere Eigentümlichkeit, aus welcher das oft merkwürdige Verhalten derselben abgelesen werden kann. Die Betrachtungen dieser Art sind zuerst von W. Kaufmann[1]) ausführlich angestellt worden. Zunächst ist die $E-J$-Kurve bei Gasentladungen durchaus nicht immer eine ansteigende, sondern

1) Gött. Nachr. 1899, S. 243 und Ann. d. Physik 2, 158, 1900.

kann Maxima und Minima aufweisen, d. h. es braucht mit wachsender Stromstärke die Klemmenspannung nicht immer anzuwachsen, sondern kann konstant bleiben oder sogar fallen. Dann ist es ein den Gasentladungen eigentümliches Verhalten, daß bei kleinen Änderungen einer angelegten Spannung die Stromstärke häufig plötzlich sprungweise sich stark ändert. Dies findet z. B. bei dem plötzlichen Einsetzen einer Glimm- oder Funkenentladung bei Erreichung des sog. Entladungspotentials statt oder bei kontinuierlicher Glimmentladung, wenn diese bei einer spontanen Erhitzung einer Elektrode zur Glut plötzlich in eine Bogenentladung umschlägt. Es ist eine solche sprungweise Änderung der Stromstärke oder der Spannung ein Zeichen dafür, daß in den Entladungsverhältnissen ein labiler Zustand erreicht war, der plötzlich in einen stabilen umschlägt. Die Charakteristik einer Gasstrecke erlaubt uns nun abzulesen, unter welchen äußeren Bedingungen eine Entladung stabil oder labil ist.

398. Stabilitätsbedingung einer elektrischen Gasentladung. Die Charakteristik stellt die Klemmenspannung E als Funktion der Stromstärke dar, hat also eine Gleichung von der Form:

$$E = f(J).$$

Legen wir nun an die Gasstrecke unter Vorschaltung eines äußeren Widerstandes W eine äußere Spannung E_0 etwa einer galvanischen Batterie an, so gilt offenbar:

$$E_0 - JW = E = f(J).$$

Zu einer bestimmten Stromstärke $\bar{J}$ gehören unendlich viele Werte von E_0 und W, man kann sie durch Anlegen sehr vieler verschiedener Spannungen E_0 erhalten, wenn man nur den Vorschaltwiderstand W geeignet wählt. Ist die Charakteristik als eine gezeichnete Kurve gegeben, so kann man nun diese Gleichung graphisch lösen, d. h. die für eine bestimmte Stromstärke $\bar{J}$ gehörigen Wertepaare E_0 und W, mithin eine dieser beiden Größen ermitteln, wenn die andere vorgeschrieben ist. Man kann also z. B. die Frage beantworten: Welchen Vorschaltwiderstand muß man einschalten, um von einer gegebenen Batteriespannung E_0 den Strom $\bar{J}$ durch die Gasstrecke zu erhalten.

Wir haben dazu nur E_0 auf der Spannungsachse (Fig. 313) abzutragen und den Endpunkt E_0 und den der Stromstärke $\bar{J}$ entsprechenden Punkt $(\bar{E}, \bar{J})$ der charakteristischen Kurve durch eine Gerade zu verbinden. Die Tangente des Winkels α, den diese gerade Linie mit der durch den Endpunkt E_0 gezogenen Parallelen zur J-Achse bildet, gibt den geforderten Vorschaltwiderstand. Denn wie ersichtlich ist dann

$$E_0 - \bar{J} \operatorname{tang} \alpha = E_0 - \bar{J}\,W = \bar{E},$$

also die obige Gleichung erfüllt. Man kann nun weiter aus der Form der Charakteristik entnehmen, ob unter bestimmten äußeren Bedingungen eine Entladung stabil oder labil ist. Bezüglich der sehr einfachen Ableitung sei auf die Kaufmannsche Arbeit verwiesen. Es zeigt sich, daß der Zustand nur dann stabil ist, wenn

$$W + \frac{\partial E}{\partial J} > 0$$

ist. Die kleinste Änderung der Stromstärke muß aber sofort zunehmen, d. h. der Entladungszustand labil sein, wenn

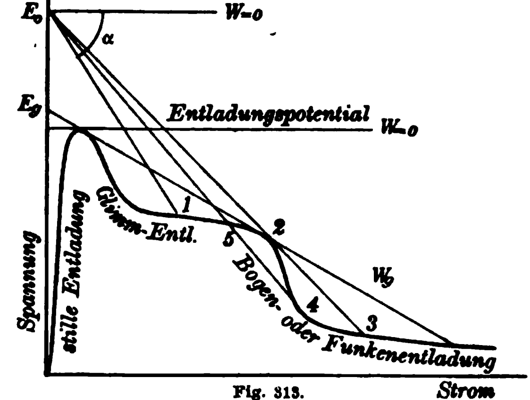


Fig. 313.

$$W + \frac{\partial E}{\partial J} < 0.$$

Es ist daraus zu ersehen, daß ein labiler Zustand, also ein Umschlag in der Form der Entladung nur dann eintreten kann, wenn $\frac{\partial E}{\partial J}$ negativ ist, und zwar seinem absoluten Betrage nach den Wert W des äußeren Widerstandes erreicht. Der Umschlag wird gerade eintreten, wenn

$$W + \frac{\partial E}{\partial J} = 0$$

ist.

Diese Gleichung kann man graphisch sehr leicht interpretieren. $\frac{\partial E}{\partial J}$ ist die Tangente des Winkels, welchen die Tangente an die charakteristische Kurve mit der J-Achse bildet. Wenn diese

$= W = \tan g\, \alpha$ ist, d. h. also, wenn die durch E_0 gezogene Widerstandslinie die Kurve tangiert, dann wird der labile Zustand erreicht. In Fig. 313 entspricht der Schnittpunkt der Widerstandslinie mit der Charakteristik einem stabilen Zustand. Verkleinert man jetzt bei konstanter äußerer Spannung den äußeren Widerstand W, d. h. vermindert man den Winkel α, so ändern sich E und J an der Gasstrecke so, wie es das Wandern des Schnittpunkts auf der Kurve angibt. Im Moment, wo die W-Linie zur Kurve tangentiell verläuft, wird die Entladung labil; dies findet bei einem bestimmten W und bestimmten Grenzwerten von E und J statt. Verkleinert man den Widerstand noch weiter, so springt die Stromstärke plötzlich auf einen anderen Betrag, der je nach dem weiteren Verlauf der Charakteristik sehr hohe Werte erreichen kann und durch den an anderer Stelle erfolgenden Schnitt der Kurve mit der W-Linie gegeben ist.

Ist der äußere Widerstand sehr klein, fast gleich Null, so verläuft die W-Linie fast horizontal. Tangieren mit der Charakteristik findet dort statt, wo letztere ein Maximum hat. Die Bedingung für den Übergang in den labilen Zustand ist

$$\frac{\partial E}{\partial J} = 0.$$

Der stabile Zustand, in welchen die Entladung überspringt, ist jedenfalls ein solcher sehr hoher Stromstärke, weil die fast horizontale W-Linie die Charakteristik erst in großer Entfernung schneiden wird. Dies stellt etwa das Verhalten einer Funkenstrecke dar, zwischen deren Polen man ohne Widerstand ein Feld erzeugt. Die Widerstandslinie, die fast horizontal verläuft, schneidet bei niedrigen E_0-Werten die Charakteristik, die für diesen Fall äußerst nahe an der E-Achse hochsteigt (Fig. 313, linker Kurventeil), bei ganz kleinen J-Werten, welche stabil sind. Dies ist die sog. stille Entladung, d. h. ein Vorstrom der Funkenentladung, welche letztere mit sehr großer Stromstärke plötzlich dann einsetzt, wenn die parallel mit sich selbst nach höheren E_0-Werten verschobene W-Linie die Charakteristik in ihrem Maximum berührt. Der weitere Verlauf der Kurve in Fig. 313 zeigt den sehr instruktiven Fall des Übergangs einer Glimmentladung, die man etwa zwischen zwei Spitzen in freier Luft mit einer Hochspannungsbatterie erzeugt, in eine Bogen-

entladung, die dann plötzlich eintritt, wenn der Strom die Spitzen zum Verdampfen bringt. Konstante Außenspannung E_0. Bei großem Vorschaltwiderstand anfangend (großer Winkel α) erhält man den einer stabilen Entladung entsprechenden Schnittpunkt 1. Wird der Widerstand immer mehr verkleinert, so kommt die W-Linie in 2 zum Tangieren, der Strom springt plötzlich unter gleichzeitigem Sinken der Spannung (in einem Versuch von 350 Volt auf 30 Volt) auf einen lichtbogenbildenden hohen Wert (Punkt 3). Vergrößert man jetzt den Widerstand wieder, so tritt der Rückgang in die Glimmentladung nicht auf die Punkt 2 entsprechenden E, J-Werte ein, sondern es springt die Bogenentladung bei dem labilen Zustand 4 in die Punkt 5 entsprechende Glimmentladung um.

Während also ohne Vorschaltwiderstand bei Steigern von E_0 die Stromstärke plötzlich auf sehr hohe Werte springt (Bogen- oder Funkenentladung), so kann man bei eingeschaltetem großen Vorschaltwiderstand unter sonst gleichen Bedingungen, wie man aus Fig. 313 entnehmen kann, den Funken vermeiden. Ist nämlich die Widerstandslinie steil genug, so schneidet sie nach dem Tangieren (das jetzt auch nicht im Maximumpunkt stattfindet) die Charakteristik nicht im Bereich der Bogenentladung, sondern bei den kleineren Stromwerten der Glimmentladung. Es ist dies eine Erscheinung, welche man auch leicht beobachten kann. Bei eingeschaltetem hohen Widerstand tritt statt der Bogen- eine Glimmentladung ein. Die Neigung der Linie W_g stellt den Grenzwiderstand dar, mit dem die stille Entladung bei Erhöhung der Spannung bis E_g noch gerade direkt in Bogenentladung überspringen kann.

Die in oben genannten Formeln ausgesprochene Stabilitätsbedingung ist nicht mehr hinreichend, wenn der Gasstrecke eine Kapazität parallel geschaltet wird. Auch dieser Fall ist von Kaufmann behandelt worden. Unbedingt stabil ist hier die Entladung, wenn $\frac{dE}{dJ} > 0$, d. h. die Spannung an den Elektroden der Gasstrecke mit zunehmender Stromstärke steigt. Daß die Zuschaltung einer Kapazität auf die Entladungsverhältnisse von großem Einfluß ist, kann man leicht im Versuch erkennen. Die kontinuierliche Glimmentladung einer Hochspannungsbatterie

durch ein Rohr mit verdünntem Gas von geeignetem Druck wird diskontinuierlich, sobald ein Kondensator dem Rohr parallel geschaltet wird, dessen Kapazität nicht zu klein ist. Die Entladung im Rohr wird dann durch einzelne Funkenentladungen des Kondensators gebildet. Die Schnelligkeit der Funkenfolge hängt von der Größe des Kondensators und des Vorschaltwiderstandes ab. Sind beide groß, so können beliebig lange Zeiten zwischen zwei Funken verstreichen, und sind umgekehrt beide klein, so können die Einzelentladungen so schnell aufeinander folgen, daß ein eingeschaltetes Telephon einen hohen Ton hören läßt, ja daß sogar die Tonhöhe über die Hörbarkeitsgrenze steigt.

399. Die dynamische Charakteristik des Wechselstromlichtbogens. Lichtbogenhysteresis. Im elektrischen Lichtbogen ist die Temperatur des Bogens und, was auch ganz besonders in Betracht kommt, die der Kohlenstifte von der Intensität des Stromes abhängig. Bei schnellen Stromänderungen kann die Temperatur nicht so schnell folgen, und es wird daher für die Stromverhältnisse in jedem Moment auch der Zustand des Lichtbogens in der unmittelbar vorhergehenden Zeit von Einfluß sein. Sinkt die Stromstärke z. B. von höheren zu tieferen Werten hinab, so findet die Entladung unter sonst gleichen Verhältnissen eine heißere, besser leitende Gasstrecke und heißere Elektroden vor als bei steigender Stromstärke. Dies wird um so mehr von Einfluß sein, je schneller die Stromschwankungen erfolgen, und deshalb wird die charakteristische Kurve für Wechselstrom eine Gestalt haben, die von der sog. statischen Charakteristik abweicht, um so mehr abweicht, je größer die Periodenzahl des Wechselstroms ist. Außerdem ist leicht ersichtlich, daß bei steigendem und fallendem Strom nicht die gleiche Kurve beschrieben wird, sondern daß die Gesamtkurve für eine ganze Periode eine geschlossene Schleife bildet. Dieses Phänomen ist von H. Th. Simon[1]) gefunden und in bezug auf seine Abhängigkeit von Bogenlänge, Vorschaltwiderstand, Periodenzahl u. a. m. genau untersucht worden. In Analogie mit der in § 79 beschriebenen magnetischen Erscheinung, mit welcher es sehr viel Ähnlichkeit aufweist, hat man dasselbe

1) Phys. Zeitschr. 6, 297, 1905.

Lichtbogenhysteresis genannt, die darstellende Kurve heißt dynamische Charakteristik. Zur Aufnahme dieser Kurve sind zwei Wege eingeschlagen worden. Der eine ist der, daß man zusammengehörige Werte von Spannung und Stromstärke bestimmt, was am besten mittels eines Hochfrequenzoszillographen geschieht. Dem Stromoszillographen wird natürlich ein kleiner induktionsfreier Widerstand parallel, dem Spannungsoszillographen ein großer ebensolcher vorgeschaltet. Figg. 314—315 zeigen

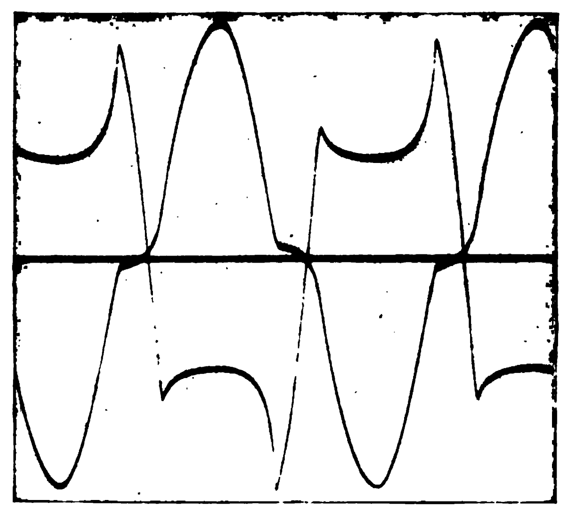


Fig. 314.

derartige zusammengehörige E- und J-Kurven an einem Kohlelichtbogen und einem Kohlekupferbogen. Aus den Kurven ist die Charakteristik ohne weiteres zu konstruieren, und aus der letzteren ist auf dem nach den Betrachtungen des letzten Paragraphen gegebenen Wege sogleich E und J an den Klemmen des Bogens zu finden, wenn man unter Vorschaltung eines Widerstandes W eine elektromotorische Wechselkraft anlegt. Der Schnittpunkt der Widerstandslinien $\tang \alpha = W$, die von jedem Wert E_0 ausgehend parallel gezogen werden, gibt die momentanen Werte von E und J, wobei bei Hin- und Rückgang die geschlossene Kurve beschrieben wird.

Eine zweite, für Demonstrationszwecke geeignete Methode, welche die Schleife der Charakteristik objektiv zeigt, ist auch

von H. Th. Simon angegeben und benutzt worden. Dieselbe ähnelt im Prinzip der in § 255 beschriebenen Methode und benutzt die Braunsche Röhre, die in Fig. 187 gezeigt ist. Der Leuchtfleck der Röhre wird proportional dem Momentanwert von E durch den mit den Bogenelektroden verbundenen kleinen Ablenkungskondensator elektrostatisch abgelenkt und magnetisch in dazu senkrechter Richtung proportional dem Momentanwert von J durch eine von J durchflossene Spule. Diese Methode

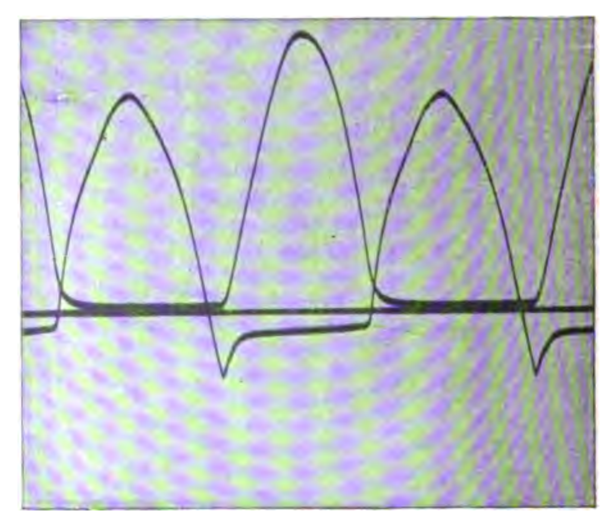


Fig. 315.

ist auch für sehr hohe Periodenzahlen des Wechselstromes anwendbar.

Die Form der dynamischen Charakteristik eines Lichtbogens mit parallel zu ihm geschalteter Kapazität und Selbstinduktion ist von H. Th. Simon als die Ursache der entstehenden Schwingungen erkannt und damit eine Theorie des selbsttönenden Lichtbogens gegeben worden.

D. Kathoden- und Kanalstrahlen. Röntgenstrahlen.

400. Kathodenstrahlen. Von einem gewissen kleinen Druck an verlieren die negativen Teilchen also keine Geschwindigkeit durch Reibung mehr, sondern bewegen sich mit ihrer

vollen, im elektrischen Feld an der Kathode erlangten Geschwindigkeit durch weite Wegstrecken. Die Fortpflanzung der Teilchen findet dabei geradlinig, strahlenartig statt. Da, wo die Teilchen auf die Glaswand treffen, erregen sie helle — bei gewöhnlichem Biegeglas gelbgrüne — Fluoreszenz. Wegen ihrer geradlinigen Ausbreitung entwerfen sie von einem ihnen in den Weg gestellten Körper einen entsprechend geformten Schatten. Während bei hohem Gasdruck die Teilchen ihre Geschwindigkeit gleich nahe an der Kathode an das Gas abgeben und dort eine leicht mit einem an die Glaswand gehaltenen Thermometer nachzuweisende Erwärmung erzeugen, findet die Umwandlung der kinetischen Energie der Teilchen in Wärme jetzt erst an der Glaswand statt, welche sich stark erwärmt. Durch jeden Querschnitt des Kathodenstrahlenbündels geht in der


Fig. 316.

Strahlenrichtung eine gewisse negative Elektrizitätsmenge pro Zeiteinheit hindurch; ein Kathodenstrahlenbündel verhält sich in jeder Beziehung wie ein biegsamer, beweglicher Leiter, durch welchen ein Strom entgegengesetzt der Strahlenrichtung fließt. Ein Kathodenstrahlenbündel wird demnach im Magnetfeld aus seiner Richtung abgelenkt. Die Ablenkbarkeit wird um so kleiner, die Strahlen um so steifer, je weiter man den Druck in der Röhre abnehmen läßt. Fig. 316 zeigt ein Rohr, in welchem ein mittels Diaphragma ausgeblendetes Kathodenstrahlenbündel an einem Fluoreszenzschirm (etwa Kreidepulver, welches rot leuchtet) entlang streicht. Mittels eines kleinen Ansatzrohres, in welchem sich etwas Ätzkali befindet, kann man den Gasdruck im Rohr regulieren. Durch Erwärmen der Substanz erhöht man den Druck, wobei das magnetisch beeinflußte Kathodenstrahlenbündel sich mehr umbiegt. Da die Kathodenstrahlteilchen diskrete negative Ladungen darstellen, so sind sie einer Ablenkung auch im elektrischen Felde unterworfen. Die

Ladung, welche die Kathodenstrahlen mit sich führen, kann man mit einem Rohr, wie es Fig. 317 zeigt, leicht nachweisen. Dabei leitet man die durchlöcherte Anode zur Erde. Die Entladung findet nur in der einen Rohrhälfte statt; ein Galvanometer, durch welches hindurch man die Metallelektrode der anderen Hälfte erdet, zeigt aber negativen Strom an, welcher von der negativen Ladung der Kathodenstrahlen herrührt.

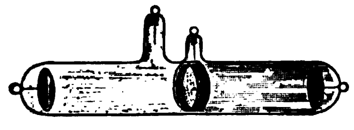


Fig. 317.

401. Fluoreszenz- und chemische Wirkungen der Kathodenstrahlen. Sehr viele Körper werden von Kathodenstrahlen zu mehr oder weniger heller Phosphoreszenz angeregt. Glas der gewöhnlichen Glasröhren phosphoresziert grün, Kaliglas blau, Kreide rot. Durch besondere Helligkeit zeichnet sich die Phosphoreszenz des Kalziumsulfids (grün und stark nachleuchtend) sowie des Kalziumwolframats (blau, sehr wenig nachleuchtend) aus. Fast alle Substanzen zeigen Ermüdung, indem sie, eine Weile bestrahlt, weniger gut phosphoreszieren. Diese Erscheinung läßt sich an Glas demonstrieren mittels der Röhre Fig. 318, in welcher sich ein umklappbarer schattenwerfender Gegenstand, z. B. ein Metallkreuz, befindet. Das Kreuz erscheint auf der Glaswand erst als schwarzer Schatten auf grün phosphoreszierendem Grund, nach seiner Entfernung aus der Strahlenbahn dagegen heller auf weniger hellem Grund, weil jetzt die vorher nicht bestrahlten Stellen heller leuchten. Ein Teil dieser Erscheinung ist der Erwärmung des Glases zuzuschreiben, indem warmes Glas weniger hell phosphoresziert. Ein anderer Teil bleibt indessen dauernd bestehen und ist wohl durch chemische Veränderungen des Glases zu erklären. Kathodenstrahlen sind überhaupt fähig, chemische Reaktionen einzuleiten. Lichtempfindliche Stoffe werden auch durch Kathodenstrahlen beeinflußt. Auch die Färbung von Salzen, wie z. B. die intensive Blaufärbung von Steinsalzkristallen, gehört hierher. Sauerstoff wird durch Kathodenstrahlen ozonisiert.

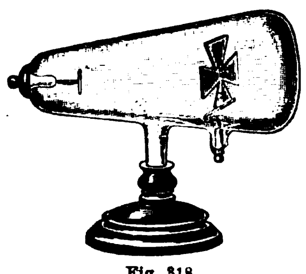


Fig. 318.

Die Kathode in Entladungsröhren zeigt die Erscheinung der Zerstäubung, wobei die Natur des Metalls und die Gasfüllung von Einfluß sind. Aluminium in trockenem Gas zerstäubt nur wenig. Die Zerstäubung ermöglicht die Herstellung sehr feiner Metallspiegel.

402. Magnetische Ablenkung der Kathodenstrahlen. Bestimmung von $\frac{mv}{e}$. Zur Demonstration der magnetischen Ablenkung eignet sich die Braunsche Röhre (Fig. 186 auf S. 318). Von einer ebenen Kathode aus gehen die Kathodenstrahlen durch ein enges Diaphragma hindurch in den weiteren Teil des Rohrs, in welchem ihnen ein Fluoreszenzschirm (Glimmerschirm, mit Kalziumsulfid bestrichen) in den Weg gestellt ist. Der hellgrüne Fluoreszenzfleck verschiebt sich bei Annäherung eines Stahlmagneten.

Tritt der Kathodenstrahl in ein senkrecht zu seiner Bahn gerichtetes homogenes magnetisches Feld der Feldstärke $\mathfrak{H}$, welches durch ein Solenoid hergestellt werden kann, ein, so wird auf das mit der Geschwindigkeit v bewegte, mit der Elektrizitätsmenge e geladene Teilchen, welches eine Stromstärke $i = ve$ repräsentiert, in jedem Augenblick eine senkrecht zu seiner Bewegungsrichtung gerichtete bewegende Kraft ausgeübt, welche durch das Produkt $\mathfrak{F} = \mathfrak{H} i = \mathfrak{H} ve$ gegeben ist. Das Teilchen muß demnach einen Kreis beschreiben. Bei einer Kreisbewegung einer Masse m ist aber die nach dem Zentrum gerichtete Zentripetalkraft gegeben als

$$\mathfrak{F} = \frac{mv^2}{\varrho}.$$

Es folgt daher:

$$\frac{mv^2}{\varrho} = \mathfrak{H} ve$$

oder

$$\frac{mv}{e} = \mathfrak{H} \varrho.$$

Das experimentell aus der Bahn des Strahles und der Stromstärke im Solenoid, sowie den Dimensionen des letzteren zu ermittelnde Produkt $\mathfrak{H}\varrho$ ist demnach gleich dem Quotienten aus Geschwindigkeit des Teilchens und der Größe $\frac{e}{m}$, d. h. der Ladung pro Masseneinheit desselben.

403. Elektrostatische Ablenkung der Kathodenstrahlen. Bestimmung von $\frac{mv^2}{e}$. Bringt man die Braunsche Röhre zwischen die Platten eines Luftkondensators, so kann man dieselben auf eine beliebig hohe Potentialdifferenz aufladen, ohne daß eine Ablenkung der Kathodenstrahlen eintritt. Man hielt dies lange Zeit für einen Beweis des Fehlens einer elektrischen Ablenkung. Dem ist indessen nicht so. Es liegt das negative Ergebnis des Versuchs vielmehr daran, daß die Kathodenstrahlen das Gas in der Röhre leitend machen. Es kann daher kein elektrisches Feld in der Röhre bestehen, jede Potentialdifferenz gleicht sich vielmehr sofort aus; es bilden sich an den seitlichen Wänden des Glasrohrs Influenzladungen aus, welche das Feld der äußeren Kondensatorplatten im Inneren des Rohres aufheben. Um eine elektrische Ablenkung der Kathodenstrahlen zu erhalten, muß man also suchen, die Strahlen zwischen Platten hindurchgehen zu lassen, in deren Zwischenraum ein elektrisches Feld besteht. Und dies gelingt, wenn man die Kondensatorplatten in das Rohr hinein verlegt und das letztere sehr weit auspumpt. In diesem Fall ist die Leitungsfähigkeit des Raumes wegen der geringen überhaupt vorhandenen Gasmenge sehr gering, und man kann zwischen größeren Platten ein angenähert homogenes elektrisches Feld erzeugen. So kann man starke elektrische Ablenkungen erhalten. Diese Erfahrung ist in der Braunschen Röhre für elektrostatische Ablenkung (Fig. 187 auf S. 318) benutzt, bei welcher der Ablenkungskondensator im Röhreninneren liegt. Ist der Gasdruck nicht sehr niedrig, so findet zwischen den Kondensatorplatten, wenn man sie mit einer Batterie von Elementen auf eine konstante Spannungsdifferenz aufladet, ein kontinuierlicher Elektrizitätsübergang statt. Die Verteilung des Potentialgefälles wird dann eine von der normalen gänzlich abweichende. Wie in § 375 ausgeführt, sind nur an den Elektroden größere Feldstärken vorhanden, während im mittleren Zwischenraum der Potentialgradient nur sehr gering ist. An der Kathode ist das Potentialgefälle weitaus am stärksten. Passiert daher das Kathodenstrahlenbündel mitten zwischen den Platten, so findet so gut wie gar keine elektrische Ablenkung statt, eine große Ablenkung dagegen,

wenn das Bündel nahe an der negativen Platte vorbeigeht. Diese Erscheinung ist von Goldstein entdeckt und mit dem Namen Deflexion belegt worden.

Ein negativ geladenes Kathodenstrahlteilchen, welches sich senkrecht zu den Kraftlinien eines homogenen elektrischen Feldes bewegt, ist einer in der Feldrichtung wirkenden ablenkenden Kraft unterworfen, wie ein Stein, welcher im homogenen Erdfeld horizontal abgeworfen wird. Die Bahn, welche das Teilchen im elektrischen Felde beschreibt, ist daher eine Parabel. Die Strecke y, um welche der Fluoreszenzfleck auf dem Schirm Fig. 319 abgelenkt wird, entspricht der Fallhöhe. Dieselbe ist durch die Fallgesetze, wenn t die Zeit der Bewegung ist, gegeben als

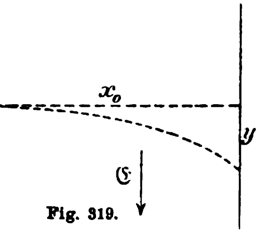


Fig. 319.

$$y = \frac{1}{2} g t^2,$$

wo g die Beschleunigung ist. Ist x_0 der in der Zeit t mit der Geschwindigkeit v horizontal durchlaufene Weg, also

$$t = \frac{x_0}{v},$$

so ist

$$y = \frac{1}{2} g \cdot \frac{x_0^2}{v^2}.$$

Die Kraft $\mathfrak{F}$, welche das Teilchen mit der elektrischen Ladung e im elektrischen Feld $\mathfrak{E}$ erfährt, ist

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{E} e,$$

mithin die Beschleunigung in diesem Fall:

$$g = \mathfrak{E} \cdot \frac{e}{m}.$$

Einsetzung dieses Wertes von g in die Gleichung für die elektrische Ablenkung y ergibt:

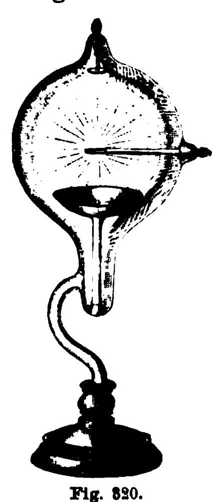
$$y = \frac{1}{2} \mathfrak{E} \cdot \frac{e}{m v^2} x_0^2,$$

mithin ist

$$\frac{m v^2}{e} = \frac{\mathfrak{E} x_0^2}{2 y}.$$

Aus der längs einer Wegstrecke x_0 in einem bekannten elektrischen Feld $\mathfrak{E}$ erfolgenden elektrostatischen Ablenkung kann man daher die Größe $\frac{mv^2}{e}$, d. h. den Quotienten aus dem Quadrat der Geschwindigkeit und der Ladung pro Masseneinheit für die im Kathodenstrahl bewegten Teilchen bestimmen.

404. Wärmewirkung der Kathodenstrahlen. Bestimmung von $\frac{mv^2}{e}$. Fallen Kathodenstrahlen auf feste Körper, so geben sie ihre Energie an diese ab, und es findet Wärmeerzeugung statt; die festen Körper können sich dabei auf sehr hohe Temperaturen, bis zur hellsten Weißglut erwärmen (Fig. 320). Platin und Iridium können leicht geschmolzen werden. Gleichzeitig geben die Kathodenstrahlenteilchen ihre Ladung an den Körper ab. Ist derselbe ein Leiter und durch ein Galvanometer geerdet, so zeigt das letztere einen negativen Strom an.


Fig. 320.

Die kinetische Energie eines Teilchens ist $\frac{1}{2} mv^2$. Fallen pro Sekunde n Teilchen auf den Körper, so ist die durch sie erzeugte Wärmemenge gleich dem Verlust ihrer kinetischen Energie, also

$$W = \frac{1}{2} nmv^2,$$

wenn alle Teilchen ihre Geschwindigkeit verlieren.

Die Stromstärke, welche man bei Erdung des Körpers in der Erdleitung erhält, ist

$$i = ne,$$

also:

$$W = \frac{i}{2} \frac{mv^2}{e},$$

oder:

$$\frac{mv^2}{e} = \frac{2W}{i}.$$

Man kann also die Größe $\frac{mv^2}{e}$ bestimmen, indem man die erzeugte Wärmemenge W und die Stromstärke i mißt.

Die letzte Gleichung bleibt auch bestehen, wenn von den n auffallenden Teilchen ein Bruchteil ohne Geschwindigkeitsverlust

reflektiert wird; denn von den reflektierten Teilchen wird weder Elektrizität noch Energie an den Körper, auf welchen sie auftreffen, abgegeben. Wenn indessen die reflektierten Teilchen einen Geschwindigkeits-, also Energieverlust erleiden, so muß die produzierte Wärme zu hoch erscheinen, ebenso die aus ihr berechnete Größe $\frac{mv^2}{e}$.

405. Bestimmung von $\frac{mv^2}{e}$ durch Messung des Entladungspotentials. An der Kathodenoberfläche besitzt ein Teilchen, wenn V das Potential der Kathode ist, die potentielle Energie eV. Dieselbe wird, wie in § 396 erörtert, bei genügend niedrigem Gasdruck völlig in kinetische Energie des Teilchens verwandelt. Es ist also

$$eV = \frac{1}{2}mv^2,$$

oder

$$\frac{mv^2}{e} = 2V.$$

Die Größe $\frac{mv^2}{e}$ ist also numerisch gleich dem doppelten, in absoluten Einheiten gemessenen Entladungspotential.

Masse und Ladung sind Konstante des Teilchens, es ist daher aus der letzten Gleichung zu folgern: Die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen ist der Quadratwurzel aus dem Entladungspotential proportional.

Die letzte Gleichung in § 402 zeigt, daß der Krümmungsradius der Bahn eines ein homogenes Magnetfeld durchfliegenden Teilchens der Geschwindigkeit proportional, die magnetische Ablenkung ihr also umgekehrt proportional ist. Mithin ist die magnetische Ablenkung der Kathodenstrahlen der Quadratwurzel aus dem Entladungspotential umgekehrt proportional.

Dieser Satz ist zuerst von J. J. Thomson und von W. Kaufmann experimentell bestätigt worden.

406. Homogene und inhomogene Kathodenstrahlen. Magnetisches Spektrum. Homogene Kathodenstrahlen, d. h. solche einer bestimmten Geschwindigkeit, erhält man nach Letztgesagtem nur aus Entladungen mit konstanter Potentialdifferenz

zwischen Kathode und Anode. Solche Entladungen sind mit der Influenzmaschine oder einer Hochspannungsbatterie herstellbar. Induktorentladungen ergeben inhomogene Kathodenstrahlen von verschiedenerlei Ablenkbarkeit. Ein mit einem Induktor erzeugtes Kathodenstrahlenbündel breitet sich bei magnetischer Ablenkung fächerartig zu einem „magnetischen Spektrum“ auseinander.

407. Die Größe $\frac{e}{m}$ und die Geschwindigkeit v der Kathodenstrahlen. Durch Beobachtung der magnetischen Ablenkung in Verbindung mit einer Bestimmung entweder der elektrostatischen Ablenkbarkeit oder der Wärmeerzeugung oder endlich des Entladungspotentials findet man die Größen $\frac{mv}{e}$ und $\frac{mv^2}{e}$, mithin die Größen $\frac{e}{m}$ und v einzeln. Solcherlei Bestimmungen sind mehrfach sehr genau ausgeführt worden, sie sind schwierig vor allem wegen der Aufgabe der genauen Ausmessung von elektrischem und magnetischem Feld. Anstatt das elektrische Feld senkrecht zur Richtung der Strahlen ablenkend wirken zu lassen, kann man es auch in der Strahlenrichtung beschleunigenden oder verzögernden Einfluß ausüben lassen. Auch hieraus ergibt sich eine $\frac{e}{m}$- und v-Bestimmung. Bezüglich der Ausführung der Untersuchungen im einzelnen muß auf die Originalarbeiten verwiesen werden. Es seien hier nur Zitate und Ergebnisse der wichtigsten derselben mitgeteilt.

Beobachter	$\frac{e}{m}$	Literaturangabe
J. J. Thomson	$1{,}17 \cdot 10^7$	Phil. Mag. **44**, 293, 1897.
W. Kaufmann	$1{,}86 \cdot 10^7$	Wied. Ann. **61**, 544; **62**, 596; **65**, 431, 1898.
S. Simon	$1{,}865 \cdot 10^7$	Wied. Ann. **69**, 589, 1899.
A. Becker	$1{,}847 \cdot 10^7$	Ann. d. Phys. **17**, 404, 1905.
A. Bestelmeyer	$1{,}72 \cdot 10^7$	Ann. d. Phys. **22**, 429, 1907.
J. Classen	$1{,}773 \cdot 10^7$	Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **10**, 700, 1908.

Über die Abhängigkeit der Größe $\frac{e}{m}$ von der Geschwindigkeit siehe den letzten Abschnitt dieses Buches.

Die spezifische Ladung $\frac{e}{m}$ der Kathodenstrahlenteilchen hat also den gleichen Wert, wie er sich aus der Messung des Zeemaneffekts für die Elektronen, welche die Erscheinung der Dis-

persion und der Emission des Lichts veranlassen, ergeben hat. Die bewegten, negativ geladenen Teilchen der Kathodenstrahlen sind demnach freie Elektronen, welchen wir hier im stark verdünnten Gase zum erstenmal in einem dauernd von der Materie losgelösten Zustand begegnen. Sie werden aus dem Material der Kathode, teils durch die auf dieselbe aufprallenden positiven Ionen, teils durch das Licht der Entladung frei gemacht. Die photoelektrischen Teilchen, welche aus einer geladenen, von außen belichteten Metallplatte im hohen Vakuum befreit werden, sind nach Untersuchungen von Ph. Lenard und von J. J. Thomson auch Elektronen, indem sie Kathodenstrahlen von gleichen Eigenschaften bilden. Auch ungeladen sendet die belichtete Platte Kathodenstrahlen aus, welche in diesem Fall sehr langsam sind. Bei höherem Druck, z. B. in freier Atmosphäre, heften sich die losgelösten Elektronen sogleich an Gasmoleküle, auf diese Weise die weniger beweglichen negativen Ionen bildend. In einem elektrischen Feld ausreichender Stärke beginnt außerdem Stoßionisierung.

Der Wert der Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen in seiner Abhängigkeit vom Entladungspotential V ergibt sich nach § 405 zu:

$$v = \sqrt{2 \frac{e}{m} V}.$$

Für ein Entladungspotential von 10000 Volt = 10^{12} e. m. Einh. berechnet sich die Geschwindigkeit zu $0{,}61 \cdot 10^{10}$ cm/sek, d. h. zu etwa ein Fünftel Lichtgeschwindigkeit.

Nach einer von Th. Des Coudres zuerst angegebenen Methode ist von E. Wiechert die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen direkt gemessen worden. Das Prinzip der Methode ist das folgende: Durch einen Stahlmagneten wird ein Kathodenstrahlenbündel abgelenkt, so daß es ein enges, in einiger Entfernung vor der Kathode stehendes Diaphragma nicht passieren kann. Läßt man jetzt einen von schnellen elektrischen Schwingungen einer Leydener Flasche durchflossenen Drahtkreis so auf das Kathodenstrahlenbündel wirken, daß die maximale Ablenkung gerade die Ablenkung durch den Hufeisenmagneten aufhebt, so wird immer im Moment größter Stromstärke im Drahtkreis ein Kathodenstrahlblitz das Diaphragma passieren und einen

in größerer Entfernung aufgestellten Fluoreszenzschirm zum Leuchten bringen. Ein von denselben Schwingungen durchflossener zweiter Drahtkreis wird nun im allgemeinen das ausgeblendete Bündel magnetisch beeinflussen. Verschiebt man aber diesen zweiten Drahtkreis längs des Strahlenbündels, so wird dann durch ihn keine Ablenkung hervorgebracht werden, wenn in dem Moment, in welchem der Kathodenstrahlblitz am Drahtkreis vorbeigeht, in dem letzteren gerade kein Strom fließt. Dies ist dann der Fall, wenn die Zeit, die der Kathodenstrahl braucht, um vom ersten Drahtkreis zum zweiten zu gelangen, gerade eine viertel Periode der elektrischen Schwingungen beträgt. Kennt man also diese Periode und den Abstand der Drahtkreise, so kennt man auch direkt die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen.

408. Reflexion der Kathodenstrahlen. Sekundärstrahlen. Fallen Kathodenstrahlen auf ein Metallblech, so wird ein Teil davon nach allen Seiten zurückgeworfen. Die Kleinheit der Elektronen macht es verständlich, daß die Reflexion eine diffuse ist. Die Größe des reflektierten Bruchteils kann man dadurch messen, daß man mittels einer Anordnung, wie sie Fig. 321 andeutet, alle reflektierten Strahlen in einem Metallzylinder C auffängt, den man durch ein Galvanometer zur Erde leitet. Mißt man den so erhaltenen Strom i_1, wie auch den Strom i_2, welcher bei Ableitung des Reflektors R durch ein Galvanometer entsteht, so ist

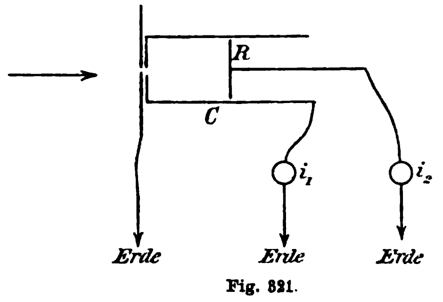


Fig. 321.

$$k = \frac{i_1}{i_1 + i_2}$$

der Reflexionskoeffizient. Dieser ist für verschiedene Metalle sehr verschieden. Es werden beispielsweise an Aluminium 25%, an Kupfer 45%, an Platin 72% aller auffallenden Strahlen reflektiert, wenn ein Kathodenstrahlenbündel senkrecht auffällt. Die Größe der Reflexion ändert sich in weitem Bereich nicht mit der Geschwindigkeit der Strahlen.

Bei der Reflexion findet ein Geschwindigkeitsverlust eines

Teils der Strahlen statt. Dies ist dadurch konstatiert worden, daß ein aus den reflektierten Strahlen herausgegriffenes Bündel bei magnetischer Ablenkung ein „magnetisches Spektrum“ zeigt, auch wenn die auffallenden Strahlen homogen sind.

Durch die auffallenden Kathodenstrahlen wird der Reflektor außerdem zu einer Emission von Elektronen angeregt, die eine sehr kleine Geschwindigkeit haben, also sehr langsame Kathodenstrahlen bilden. Diese Aussendung negativer Teilchen durch das Reflektormetall hängt von der Neigung ab, unter welcher die primären Strahlen auffallen, und kann so weit gehen, daß ein Galvanometer, durch welches der Reflektor zur Erde geleitet wird, gar nicht mehr empfangene negative Elektrizität, sondern einen positiven Strom anzeigt, der sogar größer sein kann als der durch die Primärstrahlen mitgeführte Strom.

409. Durchgang der Kathodenstrahlen durch Metallfolie. Die Kleinheit der Elektronen macht es ebenfalls verständlich, daß Kathodenstrahlen durch dünne Metallblättchen hindurchzudringen vermögen (Lenard). Dies geschieht um so besser, je dünner das Blättchen ist, und je spezifisch leichter das Metall ist, aus welchem es hergestellt ist. Das Durchdringungsvermögen wächst auch stark an mit der Geschwindigkeit der auffallenden Strahlen. Für solche Versuche hat man also hohe Entladungspotentiale anzuwenden. Die Kathodenstrahlen haben nach dem Durchgang durch ein Metallblättchen an Geschwindigkeit eingebüßt, und zwar so, daß ein vorher homogenes Bündel inhomogen wird, was man auch, wie bei den reflektierten Strahlen, an der Bildung eines magnetischen Spektrums erkennt.

Der Durchgang der Kathodenstrahlen durch dünne Schichten fester Körper ermöglicht es, dieselben aus dem Entladungsraum, in welchem sie entstehen, in die freie Luft gelangen zu lassen (Lenard). Sehr leicht gelingen diese Versuche, wenn man für die Entladungen einen Teslatransformator benutzt, welcher hohe Entladungspotentiale ohne allzu niedrigen Gasdruck erreichen läßt. Da Glasrohre leicht bei den hohen Spannungen durchschlagen werden, sind Entladungsrohre aus Hartgummi von Vorteil (Des Coudres). Die Kathodenstrahlen werden in der dichten äußeren Luft in unmittelbarer Nähe des Blättchens, durch welches

hindurch sie austreten, absorbiert und verlaufen dort ganz diffus. Die Luft wird hierbei sehr stark ionisiert, und es findet lebhafte Ozonbildung statt.

410. Kathodenstrahlen im Vakuum. Für manche Untersuchungen ist es wertvoll, Kathodenstrahlen im hohen Vakuum zu erhalten. Dies ist überall da nötig, wo die durch die Kathodenstrahlen erzeugte Gasionisierung stören kann. Nun darf man aber ein gewöhnliches Entladungsrohr nicht unter eine gewisse Grenze des Druckes bringen, denn dadurch wird die Entladung überhaupt verhindert, indem nicht mehr genügend Gasteilchen vorhanden sind, welche ionisiert die Leitung durch das Rohr übernehmen könnten. Man kann sich hier helfen durch Benutzung der beschriebenen Fähigkeit der Kathodenstrahlen, Metallfolie zu durchdringen, indem man den Beobachtungsraum vom Entladungsraum trennt; indessen werden auch durch sehr dünne Metallblätter die Strahlen schon sehr zerstreut und geschwächt. Ein einfacheres und besseres Mittel bietet der lichtelektrische Effekt, sowie nach A. Wehnelt die Eigenschaft der glühenden Oxyde, Elektronen zu emittieren (§§ 362, 381). Wird ein Entladungsrohr so weit ausgepumpt, daß Entladungen nicht mehr auf gewöhnlichem Wege zu erhalten sind, so kann man dadurch, daß man entweder die Kathode belichtet oder auf ihr einen kleinen Oxydfleck etwa auf galvanischem Wege zur Glut bringt, sofort einen Elektronenstrom, ein Kathodenstrahlenbündel durch das Rohr erhalten, das ganz besonders im letzteren Falle sehr intensiv sein kann. Man kann auf dem Wege der Belichtung sehr schnelle Kathodenstrahlen von sehr hohem Potential, und durch Glühen der Kathode umgekehrt äußerst langsame, sehr intensive Strahlen erhalten, die durch schwache magnetische Felder in einer Kugelröhre leicht zur Durchlaufung einer hell sichtbaren, völlig geschlossenen Kreisbahn gebracht werden können, deren Durchmesser von der Stärke des Magnetfeldes und vom Entladungspotential abhängt.

411. Kanalstrahlen. Ist die scheibenförmige Kathode eines Entladungsrohres mit einem Loch versehen, so tritt nach rückwärts durch das Loch hindurch in den entladungsfreien Rohrteil ein Strahlenbündel (Figg. 322, 323), welches das Gas in der

Röhre zum Leuchten bringt und daher deutlich zu sehen ist (Goldstein). In Luft, welche nicht durch Kohlenwasserstoffe verunreinigt ist, hat das Bündel rötlichgelbe Farbe. Es ist auch magnetischer und elektrostatischer Ablenkung unterworfen, welche aber so erfolgen, daß sie auf eine Bewegung positiv geladener Teilchen in der Strahlenrichtung schließen lassen. Diese positive Ladung ist mit einem Galvanometer oder Elektroskop und der Röhre Fig. 317 auch leicht nachzuweisen. Man hat dazu die siebförmige mittlere Elektrode zur erdabgeleiteten Kathode zu machen. Die Strahlen, welche den Namen **Kanalstrahlen** erhalten haben, sind, auch wenn die Entladung bei einem bestimmten Entladungspotential vor sich geht, inhomogen, das die Kathode verlassende Bündel breitet sich bei Ablenkung stets fächerartig auseinander. Zur magnetischen Ablenkung sind starke Magnetfelder erforderlich. In dem Kanalstrahlenbündel sind auch gar nicht ablenkbare Strahlen enthalten.

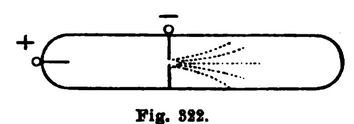


Fig. 322.

Die Kanalstrahlen erzeugen bei ihrem Auftreffen auf verschiedene Stoffe lebhafte Fluoreszenz- oder Phosphoreszenzerscheinungen. Röhrenglas leuchtet braunrot und zeigt die Natriumlinie. Intensiv leuchten Metalloxyde, jedoch zeigt, wie G. C. Schmidt fand, das chemisch reine Oxyd eines Metalls so gut wie gar keine Fluoreszenz. Erst geringe Beimengungen eines anderen Oxyds (z. B. zu Aluminiumoxyd ein zehntausendstel Gewichtsteil Chromoxyd) bewirken das Auftreten des Leuchtens bei Auffallen der Strahlen, und dies auch erst dann, wenn sich nach einem Glühen das Gemisch in eine sog. feste Lösung verwandelt hat.

Fig. 323.

Die Kanalstrahlen verändern chemisch die Substanzen, auf welche sie auftreffen, oxydieren oder reduzieren je nach der Gasfüllung der Röhre. Eine Kupferplatte wird in lufterfülltem Rohr schnell durch Kanalstrahlen oxydiert.

Die Kanalstrahlen bewirken ferner bei ihrem Auftreffen,

ähnlich wie die Kathodenstrahlen, eine sekundäre Emission von Elektronen geringer Geschwindigkeit. Dieser Umstand ist zu beachten, wenn man die durch Kanalstrahlen transportierte positive Elektrizitätsmenge messen will. Die Geschwindigkeit der ausgelösten sekundären Kathodenstrahlen ist nach Füchtbauer unabhängig von dem Gasinhalt und von der Geschwindigkeit der einfallenden Kanalstrahlen. Sie hat, ebenso wie für die durch primäre Kathodenstrahlen ausgelösten Elektronen, den Wert $3{,}2 - 3{,}6 \cdot 10^8 \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sek}}$. Die sekundäre Emission ist unter den untersuchten Metallen am größten für Aluminium, am kleinsten für Platin, scheint also wie der Photoeffekt mit der Spannungsreihe zusammenzuhängen. Ein Teil der auf eine Substanz auftreffenden Kanalstrahlen erleidet wie die Kathodenstrahlen auch eine Zurückwerfung mit etwa gleicher Geschwindigkeit (Reflexion am festen, Zerstreuung am gasförmigen Körper).

Die Bestimmung von $\frac{e}{m}$ und v durch magnetische und elektrische Ablenkung bietet große Schwierigkeiten und ist zuerst von W. Wien ausgeführt worden. Von den Resultaten dieser Arbeit sei hier nur erwähnt, daß die spezifische Ladung sehr verschiedene Werte hat. Die Größenordnung (10^4 und kleiner) zeigt aber, daß wir es mit bewegten Atomen zu tun haben und nicht, wie bei den Kathodenstrahlen, mit freien Elektronen, die hier das positive Vorzeichen haben müßten. Solche sind bisher überhaupt noch nicht beobachtet worden. Die Ladungsverhältnisse scheinen bei den Kanalstrahlen sehr kompliziert zu sein. In sehr eingehenden neueren Untersuchungen ist W. Wien zu dem Schluß gekommen, daß die Kanalstrahlenteilchen fortwährend durch Aufnahme und Wiederabgabe von Elektronen ihre positive Ladung neutralisieren und wiedergewinnen, so daß ein Teilchen auf seiner Bahn während des Flugs abwechselnd geladen und ungeladen ist. Dies Verhalten soll die Veranlassung zu der verschiedenen magnetischen Ablenkung geben. Anstoß zu dieser Meinung gab die interessante Beobachtung, daß ein Kanalstrahlenbündel, dem durch ein Magnetfeld alle ablenkbaren Strahlen genommen waren, und das infolgedessen nur unablenkbare Strahlen enthalten sollte, im weiteren Verlaufe wieder magnetische Ablenkung zeigte. Wenn die Wiensche Auf-

fassung richtig ist, so muß es als ausgeschlossen gelten, die Geschwindigkeit der Kanalstrahlenteilchen durch Ablenkungsversuche zu bestimmen.

Hierfür bietet sich indessen ein anderer Weg, den die Auffindung des Dopplereffekts in dem durch die Kanalstrahlenteilchen emittierten Licht eröffnet hat. Diese für unsere Erkenntnis von der Natur der Lichtemission ungemein wertvolle Entdeckung von J. Stark haben wir bereits in § 356 besprochen. Eine Messung der maximalen Linienverschiebung gibt uns den Wert der maximalen im Kanalstrahlenbündel vorkommenden Geschwindigkeit, und die Bestimmung der Intensitätsverteilung in der verschobenen Linie ein Urteil über die Geschwindigkeitsverteilung. Unter der allerdings kaum zulässigen Annahme, daß das gesamte Feld der Röhre den Kanalstrahlenteilchen ihre kinetische Energie gibt, kann man dann aus dem mit Hilfe des Dopplereffekts gewonnenen v-Wert die Größe $\frac{e}{m}$ aus der Beziehung

$$eV = \frac{1}{2} m v^2$$

ermitteln.

Von Interesse ist die Beobachtung, daß in dem Kanalstrahlenlicht nicht nur die Spektrallinien des Füllgases, sondern auch die des Elektrodenmetalls enthalten sind und den Dopplereffekt zeigen. Es beweist dies, daß die Kanalstrahlen nicht nur durch bewegte Gasatome, sondern auch durch Atome des Elektrodenmetalls gebildet werden.

412. Anodenstrahlen. Auch an der Anode einer Entladungsröhre ist ein Potentialgefälle, wie in § 393 bereits gesagt wurde. Das Anodengefälle ist zwar wesentlich kleiner als dasjenige an der Kathode, jedoch kann auch hier eine Strahlenbildung erwartet werden. Die Bedingungen, unter welchen eine solche Anodenstrahlung am meisten auftritt und am besten sichtbar wird, sind von E. Gehrcke und O. Reichenheim studiert worden. Es zeigte sich, daß eine Anode ein in hellem Licht leuchtendes Strahlenbündel aussendet, wenn sie aus einem heißen Salz, am besten einem Alkalisalz (z. B. Li, K, Na-Salz) besteht. Die durch die Entladung produzierte Wärme reicht schon hin, um das Salz genügend zu erwärmen. Das Strahlenbündel zeigt wie Kanalstrahlen das Spektrallicht.

des betreffenden Salzes; es erzeugt ferner bei dem Auftreffen auf einen salzbestrichenen Schirm Fluoreszenz desselben in den Farben des Linienspektrums des betreffenden Metalls. Ein Schirm aus Lithiumkarbonat zeigt z. B. rote Fluoreszenz, die im Spektralapparat die rote und orangefarbene Li-Linie aufweist. Daneben ist stets die Na-Linie zu sehen. Im Anodenstrahlenbündel werden die Salzteilchen der Anode transportiert, was dadurch kenntlich ist, daß ein reiner Glimmerschirm zuerst kaum leuchtet, dann aber nach und nach immer heller das Linienspektrum des Anodensalzes zeigt. Die Anodenstrahlen verhalten sich sehr ähnlich wie Kanalstrahlen, sie bestehen aus positiven Teilchen, welche die Anodenfläche in senkrechter Richtung verlassen. Erdalkalimetalle (Ca, Ba, Sn), welche Elektronen am leichtesten abgeben (§ 381), sind unwirksam.

413. Röntgenstrahlen. Bei der Absorption der Kathodenstrahlen tritt außer der Verwandlung der kinetischen Energie der Teilchen in Wärme noch eine teilweise Umwandlung in eine neue, eigenartige Energieform auf. Röntgen fand, daß bei dem Auftreffen von Kathodenstrahlen auf feste Körper von der getroffenen Stelle diffus nach allen Seiten eine neue Strahlenart mit merkwürdigen Eigenschaften ausgeht. Diese Strahlen haben nach ihrem Entdecker — von ihm selbst zuerst X-Strahlen genannt — den Namen Röntgenstrahlen erhalten. Die Energie dieser Strahlung ist sehr gering, indem eine Erwärmung eines Körpers, auf welchen sie auftreffen, nur mit den allerfeinsten Hilfsmitteln der modernen Meßtechnik nachgewiesen werden kann. Das was diese Strahlenart vor allen anderen bis dahin bekannten Strahlen auszeichnet, ist ihr außerordentliches Durchdringungsvermögen. Durch dicke Holzmassen, auch noch durch Metallschichten hindurch vermag man ihre Wirkungen wahrzunehmen. Man kann ihr Vorhandensein leicht nachweisen mit Hilfe eines Fluoreszenzschirmes von Bariumplatinzyanür, welches unter ihrem Einfluß grün leuchtet, oder durch ihre Wirkung auf eine in lichtdichtes Papier eingewickelte photographische Platte. Auf Schirm und Platte entwerfen sie von zwischengestellten Körpern je nach deren Durchlässigkeit mehr oder weniger dunkle Schatten. Im allgemeinen absor-

bieren verschiedene Körper die Strahlen um so mehr, je spezifisch schwerer sie sind. Da Fleisch im Verhältnis zu den Knochen sehr durchlässig ist, so ist es möglich, Teile des menschlichen Körpers zu durchleuchten und ein Abbild des Knochengerüstes vom lebenden Körper zu erhalten. Dies ist insbesondere für medizinische Zwecke äußerst wertvoll. Metallische Fremdkörper sind wegen ihres verhältnismäßig großen Absorptionsvermögens leicht aufzufinden.

Die Strahlen sind nicht magnetisch ablenkbar. Die optischen Erscheinungen der regelmäßigen Reflexion und der Brechung sind nicht beobachtet worden. Auch eine Beugung der Strahlen, die man zuerst bemerkt zu haben glaubte (H. Haga und C. H. Wind), ist nach neueren Untersuchungen nicht als nachgewiesen anzusehen. Die Beobachtungen von B. Walter und R. Pohl haben gezeigt, daß, wenn man von einer Wellenlänge der Röntgenstrahlen überhaupt sprechen kann, dieselbe unterhalb $\frac{1}{100}$ $\mu\mu$ liegen muß.

414. Emissionsvermögen verschiedener Substanzen für Röntgenstrahlen. Röntgenröhre. Die Fähigkeit, für eine gewisse auffallende Kathodenstrahlenquantität Röntgenstrahlen zu emittieren, geht für die verschiedenen Körper mit ihrem Absorptionsvermögen Hand in Hand. Je stärker ein Körper Röntgenstrahlen absorbiert, desto größer ist sein Emissionsvermögen für dieselben. Deshalb wählt man als Körper, an welchem die Erzeugung von Röntgenstrahlen stattfinden soll, als sog. Antikathode, einen möglichst dichten, und zwar in der Regel Platin. In einer Röntgenröhre sendet eine hohlspiegelförmige Kathode ein konvergentes Kathodenstrahlenbündel auf eine unter

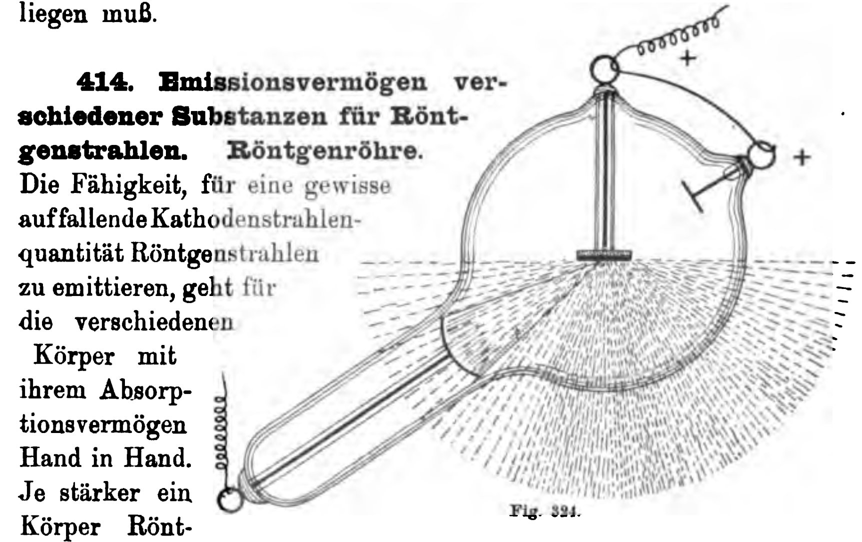


Fig. 324.

ca. 45° geneigte Platinplatte, die Antikathode. Dieselbe sendet die Röntgenstrahlen nach allen Seiten aus (Fig. 324).

Die Glaswände der Röhre, sowie die Elektroden geben nach der Herstellung der Röhre zunächst viel Gas ab; um dies okkludierte Gas energisch zu entfernen, werden die Röhren bei dem Auspumpen stark erhitzt und kräftige Entladungen durch sie hindurchgeschickt. Dabei benutzt man aber nicht die leicht zerstäubende Platin-Antikathode als Elektrode, sondern eine weitere eingeschmolzene Elektrode aus Aluminium. Fig. 325 zeigt eine Röntgenröhre der gewöhnlich benutzten Form. Häufig wird eine solche Röhre mit kühlbarer Antikathode versehen, um die starke Erhitzung bei längerem Gebrauch zu vermeiden.

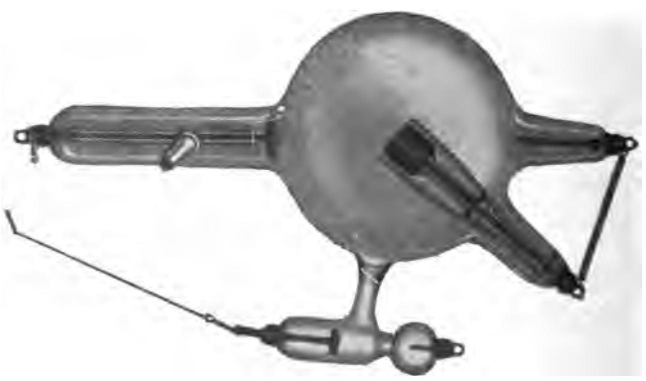
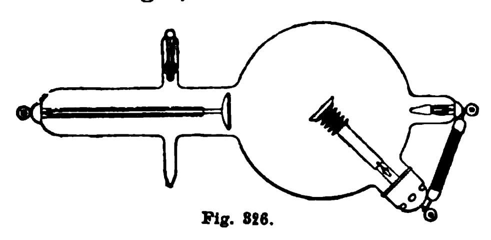


Fig. 325.

415. Harte und weiche Röntgenstrahlen. Das Durchdringungsvermögen der Röntgenstrahlen nimmt mit wachsender Geschwindigkeit der sie erzeugenden Kathodenstrahlen zu. Um dichte Körper zu durchdringen, muß man daher schnelle Kathodenstrahlen erzeugen, d. h. die Röntgenröhre sehr weit auspumpen, so daß das Entladungspotential ein hohes wird. Für medizinische Zwecke muß man einen gewissen mittleren „Härtegrad" der Röntgenröhre anwenden, die Röhre muß Strahlen aussenden, welche vom Fleisch nicht sehr absorbiert werden, aber durch die Knochen auch wiederum nicht in wesentlichem Betrage hindurchdringen. Ist ersteres der Fall, so ist die Röhre, wie man sagt, zu weich, im letzteren Fall zu hart. Sehr erwünscht ist es natürlich, Röhren von veränderlichem Härtegrad zu haben, und

zwar um so mehr, als eine Röntgenröhre durch längeren Gebrauch allmählich immer härter wird, weil das durch die Entladungen zerstäubte Elektrodenmetall Gas in sich aufnimmt und dadurch das Vakuum erhöht. Man muß deshalb darauf sehen, durch Zufuhr geringer Gasmengen den Druck im Inneren der Röhre wieder größer machen zu können. Dies geschieht in den Röntgenröhren mit regulierbarem Vakuum (Fig. 326) auf verschiedene Weise. Gut bewährt es sich, in einem kleinen Seitenansatz eine Substanz unterzubringen, welche bei Anwärmen etwas Gas abgibt. Bequem ist als Regulator auch ein in die Glaswand eingeschmolzener Palladiumdraht. Bei Erwärmen desselben mit einer Flamme diffundiert Wasserstoffgas in die Röhre. In der Fig. 325 abgebildeten Röhre ist der Gasdruck durch Entladungen in einem kleinen seitlich angebrachten Entladungsrohr zu regenerieren.


Fig. 326.

416. Vorstellung von der Natur der Röntgenstrahlen. Polarisierte Impuls-, unpolarisierte Fluoreszenzstrahlen. Das Wesen der Röntgenstrahlen ist noch nicht aufgeklärt. Man sieht sie an als die elektromagnetischen Impulse, welche durch den Aufprall der Elektronen auf die Antikathode erzeugt werden. Das plötzliche Stoppen eines Elektrons bedeutet das plötzliche Verschwinden eines elektrischen Stromes, welches eine elektromagnetische Induktionswirkung haben muß. Danach besitzen die Röntgenstrahlen keine bestimmte Wellenlänge, sondern man kann nur von einer gewissen Impulsbreite sprechen. Es wäre dies die Wegstrecke, um welche sich der Strahl ausgebreitet hat, in der Zeit vom Beginn des Stoppens des Kathodenstrahlteilchens bis zum Moment des völligen Stillstands desselben. Die Impulsbreite ist jedenfalls außerordentlich klein, weil sonst eine Beugung des Strahles wahrgenommen werden müßte. Man muß annehmen, daß die Röntgenstrahlen von solchen Kathodenstrahlteilchen herrühren, welche auf atomaren Wegstrecken gebremst werden. Die Härte der Strahlung wächst

mit abnehmender Impulsbreite. Die Energieverteilung der Strahlung um das gebremste Elektron ist auf elektromagnetischer Grundlage von A. Sommerfeld berechnet worden. Sie hängt ab von der Geschwindigkeit des Elektrons. Je mehr diese der Lichtgeschwindigkeit sich nähert, um so mehr strahlt die Energie fast in der Richtung des ursprünglichen Kathodenstrahls, also durch die Antikathode nach hinten, aus. In der genauen Richtung der Verlängerung des Kathodenstrahls wird aber überhaupt keine Röntgenstrahlung ausgesendet. Langsamere Elektronen erzeugen eine Röntgenstrahlung, welche ihr Maximum in einer schiefen Richtung nach hinten durch die Antikathode hindurch hat, und bei ganz langsamen Kathodenstrahlen hat die Röntgenstrahlung in senkrechter Richtung ihr Maximum. Die Strahlung der Vorderseite der Antikathode nach rückwärts ist geringer. Es ist, wie Sommerfeld gezeigt hat, ferner zu erwarten, daß die Impulsbreite der hinter die Antikathode sich ausbreitenden Röntgenstrahlen kleiner, also ihre Härte größer ist, als diejenige der nach rückwärts verlaufenden Strahlen. Ferner müssen die Strahlen polarisiert sein. Die vorstehend genannten Eigenschaften zeigen nun Röntgenstrahlen nur, wenn sie von einer Kohleantikathode erzeugt sind, nicht dagegen, wenn sie von einer metallischen Antikathode herrühren. Man hat darum Grund anzunehmen, daß die Erklärung der Röntgenstrahlen als elektromagnetische Impulse nicht ausreichend ist für Strahlen, die von metallischen Antikathoden erzeugt werden. Man muß sich vielmehr vorstellen, daß durch die aufprallenden Elektronen die Atome der Metalle (vielleicht Elektronen in denselben) zu elektrischen Schwingungen angeregt werden, die aber jedenfalls auch von einer ungemein kurzen Periode und Wellenlänge sind. In Kohle oder anderen wenig dichten Stoffen fehlen diese natürlich unpolarisierten und nach allen Richtungen sich gleichmäßig verteilenden Fluoreszenzstrahlen mehr oder weniger, so daß die polarisierten, eine bestimmte theoretisch zu berechnende Energieverteilung besitzenden Impulsstrahlen bei ihnen mehr zur Geltung kommen.

Die Impulsbreite bzw. Wellenlänge der Röntgenstrahlen ist jedenfalls immer eine überaus kleine. Wie sich aus der Kettelerschen Dispersionsformel (§ 348) für $\lambda = 0$ ergibt, ist für sehr

kurzwelliges Licht der Brechungsquotient 1, d. h. ein Fehlen von Brechung zu erwarten, und auch Beugung könnte nur schwer beobachtet werden. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Röntgenstrahlen ist als diejenige einer elektromagnetischen Störung der Lichtgeschwindigkeit gleich zu erwarten. Experimentelle Untersuchungen hierüber sind von Blondlot und von E. Marx veröffentlicht worden.

417. Einige weitere Eigenschaften der Röntgenstrahlen. Fallen Röntgenstrahlen auf einen festen Körper, so sendet derselbe seinerseits diffus sekundäre Röntgenstrahlen (Sagnac) aus, welche leichter absorbierbar sind als die primären. Ist der getroffene Körper eine Kohleplatte, so zeigen die Sekundärstrahlen nach H. Haga die Erscheinung der Polarisation. Dasselbe gilt nach J. Herweg auch für die von einer Kohleantikathode kommenden primären Röntgenstrahlen.

Ein von Röntgenstrahlen getroffener Körper sendet ferner, wie zuerst von E. Dorn, darauf von Curie und Sagnac gefunden wurde, Elektronen aus, die im Vakuum Kathodenstrahlen bilden. Die Geschwindigkeit der von einer ungeladenen Metallplatte unter dem Einfluß von Röntgenstrahlen ausgesandten Kathodenstrahlen ist viel, nämlich ca. 100 mal größer als diejenige der durch Licht ausgelösten. Sie variiert etwa zwischen den Werten $6 - 10 \cdot 10^9 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$, was Kathodenstrahlen von 10000 – 30000 Volt Entladungspotential entspricht. Sie ist unabhängig von der Intensität der Röntgenstrahlen, wächst aber mit deren Härte. Die Anzahl emittierter Elektronen wächst mit der Intensität der Röntgenstrahlen und der Dichte des bestrahlten Körpers.

Röntgenstrahlen heben ferner, wie ultraviolettes Licht, die Verzögerung der Funkenentladung auf und erteilen Gasen eine ziemlich erhebliche Leitfähigkeit. Beide Effekte beruhen auf einer Ionisation.

Fünfzehnter Abschnitt.

Radioaktivität.

418. Die radioaktiven Substanzen. H. Becquerel fand, daß Uran, wie auch in schwächerem Maße seine Verbindungen, unsichtbare Strahlen aussendet, welche lichtundurchlässige Körper, selbst Metalle, zu durchdringen vermögen. Die gleiche Eigenschaft wurde später von G. C. Schmidt und etwa gleichzeitig von Frau Curie am Thorium und seinen Salzen nachgewiesen. Die Strahlen schwärzen eine photographische Platte, wirken auf viele Stoffe, insbesondere auf Baryumplatinzyanür, phosphoreszenzerregend, ionisieren Gase, heben Funkenverzögerung auf und werden durch diese sehr empfindlichen Erkennungsmittel leicht wahrgenommen. Andere Beobachter, insbesondere Herr und Frau P. Curie, stellten eine solche Radioaktivität in noch größerem Betrage am Uranpecherz fest, woraus zu folgern ist, daß in demselben mindestens eine noch stärker als Uran strahlende Substanz enthalten sein muß. Es gelang Herrn und Frau Curie späterhin durch chemische Prozesse aus dem Uranpecherz zwei Substanzen immer mehr und mehr für sich zu isolieren, welche tausend- und mehrmal stärker strahlen als das reine Uran, und zwar Präparate zweierlei Art, welche chemisch und in der Art der ausgesandten Strahlung gänzlich verschieden sind. Die erst gefundene Substanz gewinnt man auf dem Wege der Wismutisolierung mit dem Wismut auf das engste verbunden, von ihm chemisch nicht zu trennen. Das aus dem Pecherz abgeschiedene Wismut erweist sich als sehr stark radioaktiv, ein Zeichen, daß es noch mit einem chemisch nahe verwandten Element verbunden ist. Dieses Element wurde Polonium genannt. Aus dem im chemischen Isolierungsprozeß gewonnenen Gemisch der Sulfate von Wismut und Polonium kann man durch mehrfaches Sublimieren des Gemisches noch Produkte erhalten, welche prozentisch immer mehr Polonium enthalten, da das aktive Sulfat des Poloniums leichter sich ver-

flüchtigt als das inaktive Wismutsulfat. Etwa ein halbes Jahr später konnten P. und S. Curie und G. Bémont aus dem Uranpecherz eine zweite, sehr stark radioaktive Substanz abscheiden, welche chemisch ganz nahe dem Baryum verwandt ist und bei der Isolierung des Baryums mit demselben zusammen gewonnen wird. Vom Baryum kann dies neue Element vermöge der Eigenschaft getrennt werden, daß sein Chlorid in Alkoholwassergemischen etwas schwerer löslich ist, als das des Baryums. Wenn man daher eine wässerige Lösung der Chloridgemische mit etwas Alkohol versetzt, so fällt zuerst das aktive Chlorid aus, und die gefällte Substanz ist sehr viel stärker radioaktiv als das gelöste Gemisch. Durch genügend häufiges Wiederholen kann man das Chlorid des neuen Elements fast isolieren. Das neue Element ist Radium genannt worden. Es sind so Präparate von Polonium- und Radiumsalz hergestellt worden, welche einen Baryumplatinzyanürschirm dauernd zu hellem Fluoreszenzleuchten bringen. Die Poloniumstrahlen wirken besser auf einen Leuchtschirm aus Zinksulfid. Noch ein drittes radioaktives Element „Aktinium", ist aus der Pechblende von Debierne ausgeschieden worden, welches in seinen Eigenschaften einem bald darauf von Giesel hergestellten, stark aktiven Produkt, das er Emanium nannte, gleichkommt und mit ihm identisch gefunden wurde. Ferner ist von Marckwald eine weitere Substanz aufgefunden worden, welche dem Tellur nahe steht und von ihm Radiotellur genannt wurde. Diese ist später als mit dem Polonium identisch erkannt worden. Im Spektrum des Radiums entdeckte, dadurch seine elementare Natur beweisend, Démarçay neue Linien, welche Baryum nicht zeigt. So z. B. besonders eine bei $\lambda = 381{,}5\ \mu\mu$. Frau S. Curie hat Atomgewichtsbestimmungen durch Ermittelung des in einer gewogenen Menge Chlorid enthaltenen Chlors ausgeführt und mit wachsendem Prozentgehalt an Radium größer werdende Zahlen dafür erhalten. Das stärkst strahlende Präparat, welches kaum mehr Baryum enthalten hat, ergab das Atomgewicht 225, während das des Baryums nur 138 beträgt.

419. Die Strahlungen radioaktiver Körper. Die Strahlung der einzelnen radioaktiven Substanzen ist eine sehr

verschiedenartige. Das Polonium sendet beispielsweise Strahlen aus, welche sehr leicht absorbiert, nämlich durch dünnes Seidenpapier oder Aluminiumfolie bereits fast völlig aufgehalten werden. Radium zeigt auch diese leicht absorbierbare Strahlung, außerdem aber in beträchtlichem Maße eine andere von äußerst großem Durchdringungsvermögen. Diese Strahlen geringer Absorbierbarkeit hat man β-Strahlen, im Gegensatz zu den stark absorbierbaren α-Strahlen, genannt. Die β-Strahlung des Radiums wirkt noch durch mehrere Millimeter dicke Bleiplatten hindurch auf den Baryumplatinzyanürschirm. α-Strahlung des Radiums und die Strahlung des Poloniums sind in ihrem physikalischen Verhalten identisch.

Ein großer Fortschritt in der Erkenntnis der Natur dieser Strahlen wurde mit der Entdeckung gemacht, daß beide Strahlenarten magnetisch ablenkbar sind. Bezüglich der Richtung ihrer magnetischen Ablenkung verhalten sich die α- und β-Strahlen entgegengesetzt. Der Ablenkungssinn für die ersteren ist derselbe wie für die Kanalstrahlen, man hat also die α-Strahlen als durch bewegte positive Teilchen gebildet anzusehen. Die β-Strahlen erweisen sich dagegen in ihrem Verhalten als durchaus mit Kathodenstrahlen identisch, sie bestehen aus negativen Teilchen, welche mit großer Geschwindigkeit von der radioaktiven Substanz ausgeschleudert werden. Es gelang auch bald, die betreffenden Ladungen, welche die Strahlen transportieren, direkt nachzuweisen. Ein metallischer Hohlkörper nimmt negative Ladung an, wenn er von β-Strahlen getroffen wird, und positive Ladung, wenn ein Bündel α-Strahlen in ihn eintritt. Die Versuche gelingen nur im hohen Vakuum, weil das unter dem Einfluß der Strahlen leitend werdende Gas die aufgesammelte Ladung schnell zerstreuen würde.

Der Nachweis, daß β-Strahlen negative Ladung führen, wurde zuerst von Herrn und Frau Curie erbracht; nicht im Vakuum wurden diese Versuche ausgeführt, sondern es wurde der Verlust durch die leitende Luft mittels des Kunstgriffs vermieden, die bestrahlte Metallplatte und deren Zuleitung vollständig mit einem festen Isoliermittel zu umgeben, welches die β-Strahlen durchdrangen. Ein in ein isolierendes Glasrohr geschlossenes Radiumpräparat ladet sich stark positiv auf, weil

die negativen β-Strahlen die Wand durchsetzen, während die positiven α-Strahlen zurückgehalten werden. Beim Öffnen des Röhrchens kann ein kräftiger Entladungsfunke auftreten. An den Substanzen, welche β-Strahlen aussenden, bemerkt man noch eine weitere, die β-Strahlen an Durchdringungsvermögen noch weit übertreffende, aber magnetisch unablenkbare Strahlung. Da ihre Existenz stets von derjenigen der β-Strahlen begleitet ist, sieht man diese sog. γ-Strahlung als eine durch die β-Strahlen hervorgerufene Röntgenstrahlung an. Weil die β-Strahlen äußerst schnelle Kathodenstrahlen sind, so würde damit die sehr geringe Absorbierbarkeit der γ-Strahlen, welche noch 10 cm dicke Bleiplatten zu durchdringen vermögen, im Einklang stehen.

Endlich zeigen radioaktive Substanzen noch eine vierte Strahlungsart, die man als δ-Strahlung bezeichnet. Dieselbe besteht aus sehr langsamen, negativ geladenen Teilchen (Elektronen) und ist als eine von den anderen Strahlungsarten, besonders von den α-Strahlen veranlaßte Sekundärstrahlung langsamer Kathodenstrahlen anzusprechen.

420. Die radioaktiven Umwandlungen. Radioaktive Substanzen geben in Form der eben genannten vier Strahlungen recht bedeutende Energiebeträge ab. Umgibt man die strahlende Substanz mit einem massiven wärmeisolierten Metallblock, der die Strahlen (bis auf einen Teil der auch ihn noch durchdringenden γ-Strahlen) völlig absorbiert, so erwärmen sich Substanz und Metall und weisen, wie zuerst von Curie und Laborde gezeigt wurde, eine um etwa 1,5° höhere Temperatur als die Umgebung auf. Dadurch daß man die Substanz darauf durch eine kleine Heizspule ersetzte und den Strom bestimmte, der eine gleiche dauernde Temperaturerhöhung hervorrief, konnte die von der Substanz in der Zeiteinheit produzierte Wärmemenge ermittelt werden. In dieser Weise, welche von weiteren Beobachtern[1]) noch modifiziert wurde, ist die von 1 gr reinem Radium in einer Stunde entwickelte Wärmemenge zu 118 Grammkalorien bestimmt worden. $5^1/_2$ kg Radium würden danach dauernd

1) Rutherford u. Barnes 1904, Angström 1905, v. Schweidler u. Hess 1909.

die einer Pferdekraft entsprechende Wärmemenge liefern. Auch Wärmeproduktion des Poloniums ist neuerdings von W. Duane gemessen worden. Es erhebt sich die Frage: Woher nehmen die radioaktiven Substanzen die zur ständigen Wärmeproduktion notwendige Energie?

Diese Frage ist dahin gelöst worden, daß die aktiven Körper einen von einer Abnahme ihrer inneren Energie begleiteten Atomzerfall erleiden. Es hat sich ferner gezeigt, daß die uns bekannten radioaktiven Elemente nicht sogleich in einen inaktiven Stoff sich verwandeln, sondern daß diese Verwandlung durch mehr oder weniger Zwischenstufen geschieht, deren jede einzelne ihre Existenz dem vorübergehenden Vorhandensein eines aktiven Stoffes von mehr oder weniger großer Lebensdauer verdankt. Die Vermutung, daß die Atome eines aktiven Elements sich ändern und dabei aus einem labilen in einen stabilen, inaktiven Zustand übergehen, ist zuerst von den Herren Elster und Geitel ausgesprochen worden. Die Theorie der radioaktiven Umwandlungen und ihre experimentelle Begründung ist bald darauf auf Grund Becquerelscher und daran anschließender eigener Versuche (§ 421) von E. Rutherford und F. Soddy gegeben worden.

Soweit unsere bisherigen Kenntnisse reichen, haben wir vier verschiedene, selbständige radioaktive Ausgangsmaterien, nämlich Uranium, Thorium, Radium und Aktinium. Die drei ersteren kennen wir als chemische Elemente in größerer, auch beim Radium schon nach Grammen zählender Menge. Das Atomgewicht dieser drei Elemente ist bekannt, jedes besitzt auch ein eigenes charakteristisches Spektrum. Das Aktinium hat man noch nicht isolieren können. Die konzentriertesten Präparate enthalten es nur als begleitendes Element neben Cererden (Debiernesches Aktinium) oder Lanthan (Gieselsches Emanium) in jedenfalls kaum wägbarer Menge. Ein eigenes Spektrum des Aktiniums ist auch bisher nicht bekannt. Immerhin ist es durch eine Reihe chemischer Reaktionen und durch sein eigenes, radioaktives Verhalten als ein besonderes Element festgestellt worden.

Die genannten vier Elemente sind nun nicht stabil, sondern sie zerfallen, wenn auch nur sehr langsam, unter gleichzeitiger

Aussendung von Strahlen in eine Reihe weiterer, meist bedeutend kurzlebigerer Elemente, deren jedes stets als das Zerfallsprodukt des in der Reihe vor ihm stehenden Elements anzusehen ist. Die Lebensdauer der vier Elemente ist angenähert, verhältnismäßig am genauesten die des Radiums, bestimmt worden. Radium verschwindet zur Hälfte in 1760 Jahren, für Uran wird diese Zeit zu ca. 4000 Millionen Jahren angegeben. Radium ist nach neuesten Untersuchungen (Boltwood) wahrscheinlich auch keine selbständige Ausgangsmaterie, sondern entsteht durch die Zwischenstufe des Ionium aus dem Uran.

Der Zerfall einer radioaktiven Substanz geht nach der gegenwärtig herrschenden, von E. Rutherford und F. Soddy aufgestellten Theorie in der Weise vor sich, daß in jeder Zeiteinheit ein bestimmter Bruchteil der momentan vorhandenen Substanz in eine neue andersartige Substanz übergeht, daß also die pro sek zerfallende Menge, d. i. die Zerfallsgeschwindigkeit, in jedem Moment der vorhandenen Menge proportional ist. Ist die Menge N der Substanz gerade vorhanden, so ist daher

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N,$$

also

$$\log \text{nat} \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

oder

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

wenn N_0 die zu Beginn des Zerfalls ($t = 0$) vorhandene Menge ist.

Die Menge aktiver Substanz nimmt also nach einem Exponentialgesetz ab. Die für die Geschwindigkeit des Zerfalls charakteristische Konstante λ heißt Abklingungskonstante. Statt λ pflegt man meist die sog. Halbwertzeit T anzugeben, d. i. die Zeit, in welcher die Substanz bis auf die Hälfte zerfällt. Sie steht mit λ in der Beziehung:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2} = e^{-\lambda T}$$

oder

$$T = \frac{\log \text{nat } 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}.$$

Die Geschwindigkeit des Zerfalls hat sich als von der Temperatur völlig unabhängig herausgestellt; weder Glühen (bis 1500°

H. W. Schmidt und P. Cermak) noch Abkühlen auf die Temperatur der flüssigen Luft haben einen Einfluß auf dieselbe. Dies bedeutet einen großen Unterschied zwischen dem radioaktiven Atomzerfall und der Dissoziation chemischer Verbindungen, welche letztere stark von der Temperatur beeinflußt wird. Auch die Energiemengen, welche bei beiden Prozessen frei werden, sind von ganz anderer Größenordnung. Zum Vergleich sei die Verbindungswärme von Wasserstoff herangezogen. Bei der Verbrennung von 1 gr Wasserstoff werden 33700 g cal entbunden. Unvergleichlich viel größer ist die bei dem Zerfall von 1 gr Radium auftretende Wärmemenge. In einer Stunde werden von 1 gr Radium, wie oben gesagt, 118 g cal, in einer Sekunde also 0,033 g cal entwickelt. Die Halbwertzeit ist $T = 1760$ Jahre $= 1760 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$ sek, die Zerfallskonstante, d. i. die von 1 gr in der Sekunde zerfallende Menge, ist also

$$\lambda_{Ra} = 0{,}13 \cdot 10^{-10}.$$

Mithin beträgt die bei vollem Zerfall eines Gramms Radium freiwerdende Wärmemenge $2{,}5 \cdot 10^9$ g cal.

421. Die Emanation. Das erste Umwandlungsprodukt des Radiums ist ein Gas, die sog. Emanation, welche vom Radium und seinen Salzen, wie zuerst Dorn feststellte, fortdauernd abgegeben wird. Radiumsalze in fester Form und in trockenem Zustand behalten infolge eines Okklusionsvorganges fast die gesamte produzierte Emanationsmenge bei sich (bis auf etwa $\frac{1}{2}\%$). Sobald sie aber gelöst oder nur angefeuchtet werden, entweicht das Gas und füllt, wie jedes andere, jeden ihm dargebotenen Raum aus. Die Anwesenheit des Gases ist zumeist nur an seinen kräftigen radioaktiven Wirkungen zu erkennen, da die emanierte Menge eine sehr kleine ist. Indessen ist es unter Anwendung größerer Radiummengen auch gelungen, das Gas rein zu erhalten und die elementare Natur desselben durch Aufnahme seines Spektrums zu beweisen. Das Radium sendet bei seiner Umwandlung in Emanation α-Strahlen aus. Die Emanation selbst ist aber auch kein stabiles Produkt, sondern sie zerfällt unter Aussendung weiterer α-Strahlen in weitere aktive Produkte, welche fest sind und sich auf den Gefäßwänden

niederschlagen. Eine angesammelte Menge von Emanationsgas verschwindet daher bald, und zwar in 3,8 Tagen zur Hälfte. Dies hat zur Folge, daß in einem festen Radiumsalz die enthaltene Emanationsmenge nicht unbegrenzt wächst, sondern, ohne daß eine Abgabe nach außen erfolgt, einen Grenzwert erreicht. Die mit 1 gr Ra im radioaktiven Gleichgewicht stehende Emanationsmenge ist von Rutherford zu 0,82 cmm bei 0° und 760 mm Druck bestimmt worden.

Durch Lösen des Radiumsalzes und Durchblasen von Luft durch die Lösung oder Kochen derselben kann man dem Salz die in ihm enthaltene Menge Emanation vollständig nehmen. Es bleibt dann im Salz an stark aktiven Bestandteilen nur das Radium und die ersten weiteren Umwandlungsprodukte der Emanation (Radium A, B, C) zurück. Die letzteren sind aber, wie später noch gezeigt wird, in ca. 4 Stunden bis zur Unmerklichkeit verklungen, so daß nach vierstündigem Warten das Salz nur mehr das aktive Radium enthält. Die Aktivität beträgt dann nur noch 25% der Anfangsaktivität. In vier Wochen ist sie aber wieder auf den normalen Wert gestiegen, weil sich wieder Emanation und die weiteren Produkte gebildet haben, und der alte Gleichgewichtszustand zwischen Bildung und Zerfall wieder erreicht ist. Gleichgewicht herrscht offenbar dann, wenn vom Radium in der Zeiteinheit ebensoviel Emanation gebildet wird, als wiederum zerfällt.



Fig. 327.

Die Eigenschaften der Emanation kann man mit dem Glasapparat Fig. 327 demonstrieren. Löst man in dem im linken Gefäß enthaltenen Wasser bei geschlossenem Hahn etwas Radiumsalz (Chlorid oder Bromid), so leuchtet eine im anderen Gefäß enthaltene phosphoreszenzfähige Substanz (Zinkblende) hell auf, sofort, wenn das Gefäß evakuiert ist, nach kurzer Zeit, wenn das Gefäß Luft enthält. Im letzteren Falle muß die Emanation erst durch Diffusion an die Substanz gelangen. Schaltet man zwischen beide Gefäße ein U-rohr ein, welches man in flüssige Luft taucht, so kommt die Substanz nicht zum Leuchten, weil

das Emanationsgas sich bereits bei — 150° kondensiert und daher nicht in das Ansatzgefäß gelangen kann. Trennt man darauf durch Schließen des Hahnes das letztere von der Radiumlösung, so tritt die Phosphoreszenz ein, sobald die flüssige Luft entfernt wird. Die Emanation verdampft und gelangt nunmehr zur Leuchtsubstanz. Noch deutlicher zeigt man den Kondensationsversuch am Gefäß Fig. 328. In A ist die Radiumlösung, B und C enthalten Leuchtsubstanz; wird bei geschlossenem Hahn C in flüssige Luft getaucht, so leuchtet nur C, und B wird dunkel. Schließt man den Hahn von C und entfernt die flüssige Luft, so ist Emanationsgas nur in C, verbreitet sich aber sogleich über B, dort die Substanz zum Leuchten bringend, wenn der Hahn geöffnet wird. Ramsay und Soddy fanden, daß in einem Gefäß, welches Emanation enthält, nach und nach immer deutlicher das Heliumspektrum auftritt. Bei der Umwandlung der Emanation des Radiums entsteht also Helium. Man hat die Ansicht gewonnen, daß die bei der Umwandlung ausgeschleuderten α-Teilchen geladene Heliumatome sind.



Fig. 328.

Auch Thorium- (Rutherford) und Aktiniumsalze (Debierne) geben eine gasförmige Emanation ab, nicht dagegen die Salze des Urans. Diese Emanationen zerfallen jedoch sehr rasch. Die Halbwertzeit beträgt für die Thoremanation etwa 54 sek und für die Emanation des Aktiniums sogar nur 3,8 sek. Die Emanation des Aktiniums ist eine sehr bedeutende, so daß das Aktinium bei seiner zweiten, von den Untersuchungen des Herrn Debierne unabhängigen Entdeckung durch Herrn Giesel Emanationskörper genannt und in ihm ein neues aktives Element Emanium vermutet wurde, welches sich jedoch später als mit dem Aktinium identisch herausstellte. Die eben beschriebenen Versuche mit Radiumemanation lassen sich nach Goldstein auch mit der Emanation des Aktiniums ausführen und demonstrieren in sehr augenfälliger Weise deren charakteristisches Verhalten. Bei Abschließen der Emanation von der gelösten aktiniumhaltigen Substanz hört nämlich nach 2—3 Sekunden das

Leuchten auf, und wenn das Rohr nicht evakuiert ist, erhält man überhaupt kein Leuchten, weil die Emanation bereits zerfallen ist, bevor sie durch Diffusion an die Blende gelangen kann. Auch die Emanation des Aktiniums wird durch starke Abkühlung verflüssigt. Dort wo die Emanation längere Zeit hindurch verflüssigt wurde, leuchtet die Zinkblende noch stundenlang weiter, weil dort sich die weiteren aktiven Zerfallsprodukte der Emanation vorwiegend niedergeschlagen haben.

Während das Radiumatom sich nach den bisherigen Untersuchungen wohl direkt in das gasförmige Emanationsatom verwandelt, geschieht diese Umwandlung bei Thorium und Aktinium durch Zwischenglieder.

422. Uranium *X*; Thorium *X* und Radiothorium; Aktinium *X* und Radioaktinium. Setzt man zu einer Lösung von Uranylnitrat eine Lösung von Ammoniumkarbonat im Überschuß, so löst sich der zuerst erscheinende Niederschlag bis auf einen kleinen Rest wieder auf. Dieser Rest, der sich auf dem Filter absetzt, sendet fast ausschließlich β-Strahlen, das Filtrat nur α-Strahlen aus. Es sind also auf diese Weise aus einer Uranlösung zwei verschiedene aktive Stoffe getrennt worden. Der feste Rückstand ist Uran X genannt worden. Er verliert mit der Zeit nach einer Exponentialkurve seine Aktivität, in derselben Zeit gewinnt aber die Lösung ihre volle β-Aktivität wieder zurück. Diese Versuche wurden zuerst von H. Becquerel angestellt. Das Uraniumatom zerfällt danach unter Bildung von Uranium X und gleichzeitiger Aussendung von α-Strahlen, und das Uranium X wandelt sich seinerseits mit β-Strahlung in einen weiteren Stoff um.

Ähnliches gilt vom Thorium. Auch von diesem hat man nach den Untersuchungen von Rutherford und Soddy, welche auf Grund der eben genannten Becquerelschen Versuche ausgeführt wurden und mit diesen die Grundlagen zur Aufstellung der Zerfallstheorie gaben, eine Umwandlung in Thorium X anzunehmen, das sich aber seinerseits nicht in einen inaktiven, sondern noch in eine Reihe weiterer aktiver Stoffe verwandelt, unter welchen die gasförmige Emanation die erste Stellung einnimmt. Spätere Arbeiten haben weiter ergeben, daß zwischen

Thorium und Thorium X noch weitere Umwandlungsstufen liegen, welche mit den Namen Mesothorium und Radiothorium belegt wurden. Ähnliche Zwischenstufen, das Radioaktinium und Aktinium X sind auch für das letzte der oben angeführten Ausgangsmaterialien, das Aktinium, gefunden worden. Das Aktinium X verwandelt sich in die Emanation.

423. Die radioaktiven Niederschläge von kurzer Lebensdauer. Die Emanationen der radioaktiven Stoffe sind, wie bereits gesagt, nicht beständig, sondern verschwinden mehr oder weniger schnell, dabei sich in weitere aktive Substanzen verwandelnd. Diese letzteren sind nicht gasförmig, sondern scheiden sich in festem Zustand auf den Wänden des Gefäßes ab. Wird in das emanationshaltige Gefäß ein Draht oder eine Platte gebracht, welche man auf ein größeres negatives Potential (200—300 Volt) gegen die Umgebung aufladet, so bildet sich fast der gesamte; radioaktive Niederschlag auf diesen, während die übrige Gefäßwand fast inaktiv bleibt. Man kann also auch auf diese Weise den Niederschlag sehr konzentrieren. Trotzdem ist es bisher nicht gelungen, denselben in wägbaren Mengen zu erhalten oder ihn auch nur substantiell durch ein verändertes Aussehen der Oberfläche wahrzunehmen. Seine Anwesenheit gibt sich direkt nur durch eine starke Strahlenaussendung kund. Indessen hat man eine größere Anzahl chemischer Reaktionen und physikalischer Prozesse mit ihm vornehmen können, dadurch seinen Charakter als chemische Substanz beweisend. Der auf Platin erzeugte aktive Niederschlag der Radiumemanation löst sich z. B. in Salz- und Schwefelsäure, nicht dagegen in Wasser oder Salpetersäure. Die Lösung wie auch der nach Verdampfen des Lösungsmittels bleibende Rückstand haben dann die Aktivität angenommen. Der aktive Niederschlag von Aktinium wird von Ammoniak aufgenommen. Die aktiven Beschläge sind bei höherer Temperatur flüchtig. Glüht man den aktivierten Platindraht, so verliert er bei ca. 1000° seine Aktivität vollständig. Der Beschlag destilliert nach der Gefäßwand, welche die ganze Aktivität erhält. Aus einer Lösung des radioaktiven Niederschlags kann man ferner denselben auf Metallelektroden elektrolytisch ausscheiden. Es zeigt sich nun

aus solchen Versuchen, daß die aktiven Beschläge nicht homogener Natur sind, sondern aus mehreren verschiedenen Stoffen bestehen, die sich chemisch, physikalisch und in der Art ihrer Aktivität, d. h. in der Schnelligkeit ihres Zerfalls und der Gattung der von ihnen ausgesandten Strahlung unterscheiden. Ein Beispiel mag dies erläutern.

Löst man[1]) den aus Radiumemanation auf einem Platinblech gebildeten aktiven Niederschlag in Salzsäure und läßt die Lösung zuerst ca. $^3/_4$ Stunde stehen (der Grund hierfür ist weiter unten in diesem Paragraphen angegeben), so fällt auf einem ca. 10 mm eingetauchten Kupfer- oder Nickelblech eine radioaktive Substanz aus, welche α-, β- und γ-Strahlen aussendet und in 19,5 min das Strahlungsvermögen sämtlicher drei Strahlenarten bis zur Hälfte verliert. Der Aktivitätsabfall geht nach einer Exponentialkurve. Es ist diese Ausscheidung ein Zeichen dafür, daß die Substanz chemisch edler als Cu und Ni ist, d. h. als weniger oxydierbares Element von diesen zwei Metallen aus auf der elektronegativen Seite der Spannungsreihe steht (s. § 41). Platin bleibt inaktiv, Palladium und Silber zeigen nur spurenweise Strahlung, so daß daraus erhellt, daß wiederum diese Metalle edler als das aktive Material sind. Wählt man für den Versuch ein noch oxydableres Metall, wie Eisen oder Blei, so werden auch diese kräftig aktiv, aber die Abklingung geschieht zuerst nicht nach dem exponentiellen Gesetz, sondern zeigt den regelmäßigen Verlauf erst nach einer Weile, dann aber mit einer größeren Abklingungskonstanten, nämlich der Halbwertzeit $T = 26{,}7$ min. Es ist dies ein Beweis dafür, daß Fe und Pb außer der am Cu bereits sich abscheidenden Substanz noch einen weiteren Stoff aus der Lösung fällen, dessen Zerfall langsamer, nämlich in 26,7 min bis zur Hälfte von statten geht. Die beiden Substanzen sind das sog. Radium B (T = 26,7 min) und Radium C ($T = 19{,}5$ min). Die letztere Substanz entsteht aus dem Radium B und zerfällt ihrerseits weiter unter Aussendung von α-, β- und γ-Strahlen. Radium B sendet bei seiner Umwandlung nur β-Strahlen aus, und zwar solche, die langsamer sind als die β-Strahlen des Radium C.

---

1) F. v. Lerch., Ann. d. Phys. **20**, 345, 1906.

Das erste Umwandlungsprodukt der Radiumemanation wird aber noch durch keine dieser beiden Substanzen gebildet. Im aktiven Niederschlag befindet sich vielmehr zuerst noch eine dritte Substanz, das Radium *A*, welches als die Muttersubstanz des Radium *B* anzusehen ist. Dasselbe zerfällt unter Abgabe von α-Strahlen wesentlich schneller als die beiden anderen, nämlich in 3 min zur Hälfte. Löst man den aktiven Niederschlag für die obigen Versuche, so dürfen dieselben erst begonnen werden, wenn das Radium *A* bis zur Unmerklichkeit abgeklungen ist, wozu $^3/_4$ Stunde ausreichend ist.

Radium *B* und *C* können auch durch die Eigenschaft getrennt werden, daß ihre Verdampfung bei sehr verschiedenen Temperaturen erfolgt. Radium *B* verdampft bereits bei 200°, während bei Radium *C* eine sehr viel höhere Temperatur, nämlich ca. 1100° hierfür erforderlich ist.

424. Die Abklingungskurven des radioaktiven Niederschlags. Am fruchtbringendsten für die Gewinnung neuer Erkenntnisse vom Wesen der radioaktiven Stoffe waren die Untersuchungen über ihre Aktivität. Aus dem im vorigen Paragraphen Gesagten geht ohne weiteres hervor, daß der zeitliche Aktivitätsverlauf der Niederschläge ein nicht sehr einfacher ist, indem in einem solchen Niederschlag mehrere aktive Substanzen von verschiedenem Verhalten existieren, deren eine fortwährend aus dem Zerfall einer anderen hervorgeht. Da die einzelnen Phasen sich bezüglich ihrer Strahlungen unterscheiden, so ist klar, daß die zeitlichen Aktivitätskurven andere sind je nach der Strahlung, mit welcher die Aktivität gemessen wird. Fig. 329 und Fig. 330 zeigen den zeitlichen Verlauf der Strahlungsintensität des Radiumniederschlags, erstere an α-, letztere an β-Strahlen verfolgt; die einzelnen Kurven jeder Figur sind erhalten, nachdem der zu aktivierende Körper die beigeschriebene

Fig. 329.

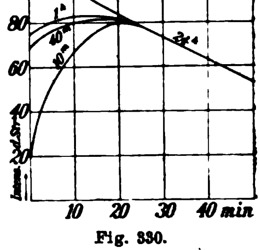


Fig. 330.

Zeit der Einwirkung der Emanation exponiert war. Die Kurven in Fig. 329 zeigen zuerst den sehr schnellen Abfall der α-Aktivität des Radium *A*; nach mehreren Stunden geschieht, was auf der Figur nicht mehr zu sehen, der Abfall langsam mit der Halbwertzeit von ca. 26,7 min des Radium *B*, indem das von ihm produzierte, α-Strahlen aussendende Radium *C* schnell zerfällt. Ganz anderes Aussehen zeigen die Kurven der β-Aktivität. Das erst nur vorhandene Radium *A* sendet gar keine β-Strahlen aus, dagegen bilden sich allmählich Radium *B* und *C*, so daß die β-Aktivität zu einem Maximum ansteigt und dann mit dem fortschreitenden Zerfall dieser Substanzen wieder abnimmt, auch hier zuletzt mit der Halbwertzeit 26,7 min des Radium *B*.

Die analogen Umwandlungsprodukte der Emanation sind auch bei Thorium und Aktinium nachgewiesen worden.

425. Die radioaktiven Niederschläge langer Lebensdauer. Ein lange und kräftig in Radiumemanation aktivierter Körper verliert seine Aktivität nicht völlig, sondern es bleibt ein kleiner, etwa 0,005 Prozent betragender Rest übrig. Im Verlaufe längerer sich über Jahre erstreckender Zeit nimmt diese Restaktivität, wie Rutherford feststellte, wieder zu. Dies hat seinen Grund darin, daß der inaktive Stoff, das Radium *D*, in welches sich das Radium *C* umwandelte, im Laufe langer Zeit seinerseits unter Bildung wieder aktiver Produkte zerfällt. Unter diesen Produkten sind bislang das Radium *E* und Radium *F* bekannt geworden, von denen das erstere noch als aus zwei verschiedenen Substanzen bestehend gefunden wurde. Radium *F* ist identisch mit dem von Frau Curie dargestellten Polonium und dem Marckwaldschen Radiotellur. Es hat eine starke α-Aktivität und verliert dieselbe im Laufe von 143 Tagen zur Hälfte, weil es sich in eine inaktive Materie umwandelt. Das Marckwaldsche Verfahren zur Darstellung des Radium *F* beruht auf der Erscheinung, daß aus einer aus Uranpecherz gewonnenen $BiCl_3$-Lösung auf einem eingetauchten Wismutstäbchen sich ein feiner Niederschlag von Radium *F* absetzt.

Die bisher bekannten radioaktiven Stoffe sind mit Angabe ihrer Halbwertzeit *T* (j = Jahre, t = Tage, st = Stunden), ihrer

Ausstrahlung und einiger charakteristischer Eigenschaften in folgender Tabelle zusammengestellt:

	T	Strahlung	Eigenschaften
Uran (238)	ca. $4 \cdot 10^9$ j.	α	
U-X (234)	22 t	β hart u. weich γ	
Ionium		α und β	chemisch dem Thorium verwandt
Radium (226,5)	1760 j	α	Ba chem. verwandt; Atomgew. 226,4.
Ra-Eman (222,5)	3,8 t	α	träg. Gas v. hoh. Molgew. Kondenstemp. — 65° bei 1 Atm.; — 150° bei sehr niedrigem Druck.
Ra A (218,5)	3,0 min	α	
Ra B (214,5)	26,7 min	β weich	verdampft von 200° an.
Ra C (214,5)	19,5 min	α, β, γ	verdampft v. 1100° an.
Ra D (210,5)	37 (12?) j	keine	lösl. in Säuren; flüchtig unterhalb 1000°.
Ra E_1 (210,5)	6,5 t	keine	flüchtig bei Rotglut.
Ra E_2 (210,5)	4,8 t	β, γ	nicht flüchtig b. 1000°.
Ra F (210,5)	143 t	α	flüchtig bei 1000°; identisch mit Polonium u. Radiotellur.
Endprodukt Blei (206,5)	—	—	
Thorium	ca. $7 \cdot 10^6$ j	α	
Th 1 } Mesothor	5,5 j	keine	löslich } in Ammoniak.
Th 2 } Mesothor	6,2 st	β	unlöslich } in Ammoniak.
Th 3 Radiothor	2 j	α	unlöslich. } in Ammoniak.
Th X	3,7 t	α	Bleibt beim Ausfällen von Th durch NH_3 gelöst.
Th-Eman	54 sec	α	chem. träg. Gas von hoh. Molgew. Kondens. bei — 120°.
Th A	10,6 st	β weich	flüchtig bei ca. 600°.
Th B	55 min	$\alpha\beta\gamma$	flüchtig bei ca. 700°.
Th C	sehr kurz	$\beta\gamma$	

	T	Strahlung	Eigenschaften
Aktinium	1400 j?	keine	
Radioaktin.	19,5 t	α; β weich	
Akt X	10,2 t	α	Trennung wie b. Th X, löslich in Ammoniak.
Akt-Eman.	3,9 sec	α	träges Gas; kondens. in flüss. Luft; erzeugt lebhaft Szintillation.
Akt A	36 min	β weich	flüchtig bei ca. 400°.
Akt B	2,15 min	α	flüchtig bei ca. 700°.
Akt C	5,1 min	β, γ	

426. Entstehung des Radiums aus Uranium. Ionium. Halbwertzeit des Uranium und des Radium. In allen Uranerzen findet man übereinstimmend den Gehalt an Radium demjenigen an Uran proportional (Rutherford, Boltwood, Eve), und zwar auf 1 g Uran einen Radiumgehalt von $0{,}38 \cdot 10^{-6}$ g. Dies legt die Vermutung nahe, daß Radium ein Umwandlungsprodukt des Uranium ist. Im Gleichgewicht müssen nun aber stets gleich viel U-Atome zerfallen, als Ra-Atome entstehen, d. h. es müssen die Zahlen vorhandener Atome beider Stoffe im Gleichgewicht sich wie die Zerfallszeiten verhalten. Die Atomgewichte sind U = 238, Ra = 226,5. Also kommen auf $\frac{10^6}{238}$ Atome Uranium im Uranerz $\frac{0{,}38}{226{,}5}$ Atome Radium. Setzt man die Halbwertzeit des Radium gleich 1760 Jahre, so folgt für diejenige des Uraniums:

$$T : 1760 = \frac{10^6}{238} : \frac{0{,}38}{226{,}5} \quad \text{oder}$$

$$T = 4{,}4 \cdot 10^9 \text{ Jahre.}$$

Der zeitliche Verlauf der Radiumbildung in Uranverbindungen (beobachtet von Soddy, Whetham) spricht nach Rutherford für die Existenz eines langlebigen Zwischenprodukts. Dieses ist nach den Untersuchungen von Boltwood das chemisch dem Thorium nahestehende Ionium.

Die Halbwertzeit des Radiums ergibt sich aus der Angabe in § 428, daß von einem Gramm Radium in der Sekunde

$3{,}4 \cdot 10^{10}$ α-Teilchen ausgesandt werden. Unter der Annahme, daß immer bei jeder von α-Strahlen begleiteten Umwandlung ein Atom ein α-Teilchen abspaltet, ist zu schließen, daß ein Ra-Atom bei seinem völligen Zerfall fünf α-Teilchen abgibt, weil es fünf Umwandlungen erleidet, bei welchen α-Strahlen auftreten. Also zerfallen darnach pro Stunde $\frac{3{,}4 \cdot 10^{10}}{5}$ Radiumatome pro g Radium. Die Gesamtzahl N der in der Masseneinheit des Radiums vorhandenen Atome ist aber bekannt, da man das Atomgewicht des Radiums kennt. Dividiert man N in obige Zahl, so gibt der Quotient den Bruchteil der pro sec zerfallenden Atome. Dies ist aber nichts anderes als die Umwandlungskonstante λ, aus welcher die Halbwertzeit T sogleich zu berechnen ist.

Auch aus der vom Radium produzierten Wärme, sowie aus der Emanationsmenge, mit welcher Radium im Gleichgewicht ist, im Verein mit der Zerfallskonstanten der Emanation ist die Lebensdauer des Radiums berechnet worden. Der in der Tabelle angegebene Wert von 1760 Jahren für die Halbwertzeit gilt zurzeit als der der Wirklichkeit am nahesten kommende.

427. Das Endprodukt des Radiumzerfalls wahrscheinlich Blei. Als das inaktive Endglied der Radiumzerfallsreihe sieht man das Blei an. Es ist in allen Uran und Radium enthaltenden Mineralien vorhanden, und zwar, wie es nach Boltwoods Untersuchungen scheint, in geologisch gleich alten Gesteinen in einer dem Urangehalt proportionalen Menge. Das Radiumatom gibt bei seiner Umwandlung bis zum endgültigen Zustand fünfmal α-Teilchen ab, die Heliumatome sind. Demnach müßte das Endglied des Zerfalls ein Atomgewicht besitzen, das sich von demjenigen des Radiums (226,5) um den fünffachen Heliumwert, d. i. um $5 \times 4 = 20$ unterscheidet. Dies ist in fast überraschender Weise für das Atomgewicht 206,5 des Bleis zutreffend. Die Atomgewichte der Zwischenglieder ergeben sich durch jedesmaligen Abzug von 4 bei einer von α-Strahlung begleiteten Umwandlung; sie sind in der Tabelle angegeben. Die Ergänzung der Atomgewichte für die obersten Glieder der Reihe scheint zu zeigen, daß sich zwischen Uran X und Radium außer dem Ionium noch ein zweites α-strahlendes Zwischenprodukt befindet.

428. Atmosphärische Elektrizität. Es ist durch zahlreiche Beobachtungen an Orten, die über den ganzen Erdball zerstreut sind, nachgewiesen worden, daß normalerweise bei heiterem Wetter ein elektrisches Feld über der Erdoberfläche besteht, dessen Niveauflächen der letzteren parallel laufen, und in dem die Potentialwerte mit steigender Höhe selbst zunehmen. Die leitende Oberfläche der Erde verhält sich also wie ein negativ geladener Körper. Das Gefälle beträgt im mittleren Deutschland:

Höhe	im Sommer	im Winter
0 m	100—300	300—500 $\frac{\text{Volt}}{\text{m}}$
1000 m	25	
3000 m	10	
6000 m	noch weniger	

Der Verlauf des Potentialgefälles zeigt, wie auch direkte Beobachtungen durch Ansaugen der Luft von einem Ballon aus bestätigt haben, daß die Atmosphäre freie positive Elektrizität enthält, und zwar scheinen die Mengen positiver Elektrizität in der Atmosphäre und negativer Elektrizität auf der Erdoberfläche sich zu kompensieren, so daß nach außen die Erde sich wie ein ungeladener Körper verhält. Nach § 387 hat die Luft stets ein gewisses Leitungsvermögen, es wird demnach das elektrische Feld der Erde sich durch die leitende Luft auszugleichen suchen. Die Erfahrung zeigt aber, daß es dennoch sich aufrecht erhält, trotz des unausgesetzten Elektrizitätsflusses. Unsere bisherigen Kenntnisse von der Natur des Leitungsvermögens im Gase gestatten uns, sowohl hierfür eine befriedigende Erklärung zu geben als auch gleichzeitig für eine Reihe weiterer Erscheinungen welche das atmosphärische elektrische Feld zeigt.

Die Leitfähigkeit der Luft rührt wahrscheinlich zum größten Teil von den radioaktiven Stoffen her, welche die Erde enthält. Die Urgesteine enthalten nach Strutt pro cbm $\frac{1}{550} - \frac{1}{40}$ mg Radium. Auch in Meteorsteinen ist Radium vorhanden. Aus den oberen Erdschichten des Festlandes diffundiert und bei Barometerabnahme strömt fortgesetzt emanationshaltige Luft in die Atmosphäre. Wegen der größeren Beweglichkeit der negativen Ionen, die sich mehr oder weniger in allen Fällen von

Gasleitung zeigt, werden aus dem ionisierten strömenden Gas durch den Vorgang der sog. Adsorption bereits mehr negative als positive Ionen zurückgehalten, und das in die Atmosphäre strömende Gas erweist sich darum als positiv geladen. Es ist außerdem wegen des Gehalts an Emanation radioaktiv und ionisiert sich daher fortdauernd selbst. Das Vorhandensein von Emanation in der freien Luft ist leicht dadurch nachzuweisen, daß Drähte, welche man auf einige Tausend Volt negativ geladen frei ausspannt, sich bald mit einem radioaktiven Niederschlag bedecken, welcher in der charakteristischen Weise abklingt. Der Emanationsgehalt ist größer über Festland als über Wasser, besonders groß in Tälern, aber auch bis zu Höhen von 8000 m, vom Ballon aus nachgewiesen. Auch von den in der Atmosphäre erst gebildeten Ionen wandern dauernd durch Diffusion mehr negative als positive an die Erdoberfläche; ferner werden durch alle Arten von Niederschlägen, bei Regen, sinkendem Nebel, von Wasserfällen und vom niederfallenden zerspritzten Meerwasser fortwährend der Erde mehr negative als positive Teilchen zugeführt, und es wird daher kontinuierlich die Erdoberfläche negativ, die Luft positiv geladen, so lange bis durch das entstandene elektrische Feld ein weiteres Überwiegen der Aufnahme negativer Elektrizität verhindert wird.

Die Aufnahme negativer Elektrizität wird ganz besonders da erfolgen, wo das Feld der Erdladung klein ist, d. h. in Hohlräumen, wie z. B. in tiefen Tälern, oder im Inneren von Wäldern. An Bergspitzen ist das elektrische Feld der Erde natürlich groß; dort erfolgt keine Aufnahme negativer Teilchen. Es werden dort vielmehr die positiven Ionen stark angezogen und kompensieren die negative Ladung der Erde. Der atmosphärische Vorgang ist also folgender: Die radioaktive Luft erzeugt aus sich selbst fortwährend Ionen. Die negativen Ionen treten in Tälern und Wäldern in den Erdboden ein; der letztere leitet die negative Elektrizität nach den Bergen hin, wo nach den Verteilungsgesetzen die Dichte der Elektrizität besonders groß sein muß. Das an den Bergspitzen befindliche starke Feld wirkt bewegend auf die positiven Ionen, welche schnell gegen die Berge hin wandern. Hieraus erklärt sich das Vorhandensein positiv geladener Massen in der Luft um Bergspitzen.

Die Ionen haben die Eigenschaft, Kondensationskerne zu bilden. Bildet sich Nebel, so wird jedes Ion mit einem Nebelbläschen behaftet. Ebenso haften sich Ionen, wenn sie sich in Nebel hineinbewegen, an die Wasserteilchen. Sie erfahren dadurch eine bedeutende Vergrößerung ihrer Masse und damit eine erhebliche Verkleinerung ihrer Beweglichkeit. Bilden sich daher nahe der Erdoberfläche Bodennebel, so hält dieser alle nach der Erde hin sich bewegenden positiven Teilchen auf, die Luft zwischen Erdoberfläche und Nebel wird ionenarm, ihre Leitfähigkeit gering. Die positiv geladene Wolkenschicht verursacht ein erhebliches Steigen des Potentialgefälles über der Erdoberfläche. Es ist dies eine stets beobachtete Erscheinung. Hiermit in Zusammenhang steht der Umstand, daß überhaupt die Leitfähigkeit der atmosphärischen Luft um so größer ist, je klarer sie ist, d. h. je weniger suspendierte Nebel- oder Staubteilchen sich in ihr befinden.

Da die Kondensation von Wasserdampf leichter an negativen als an positiven Ionen erfolgt, so ist Gelegenheit gegeben, daß negativ und positiv geladene Wolkenschichten getrennt entstehen können. Ebenso bewirkt die verschieden leichte Adsorption Trennung von Wolkenladungen und damit Potentialdifferenz zwischen verschiedenen Wolkenschichten. Wenn durch eine plötzliche Abkühlung große Tropfen erzeugt werden, welche viele Nebelbläschen in sich vereinigen, so wird die vorher sehr große Oberfläche plötzlich stark reduziert, und es entstehen die ungeheuren, bei Gewittern beobachteten Potentialdifferenzen, welche in Funken von vielen Kilometern Länge sich ausgleichen können.

Die Ursache der Entstehung von Ionen beiderlei Vorzeichens in der freien Luft ist, wie oben gesagt, auf eine Radioaktivität derselben zurückzuführen. Daß es nicht z. B. das ultraviolette Licht der Sonne sein kann, beweist der Umstand, daß in abgeschlossenen Räumen, wie z. B. in Kellern, die Luft ein größeres Leitvermögen besitzt als außen.

429. Die α-Strahlen. a) Herstellung reiner α-Strahlung. Ein Radiumpräparat, aus welchem man durch Glühen die Emanation entfernt hat, zeigt, wenn nach etwa vierstündigem Warten Radium A, B und C zerfallen sind, fast nur die reine

α-Strahlung des Radiums. Eine reine α-Strahlung erhält man auch vom Radium F, das nach der Marckwaldschen Methode oder durch Elektrolyse des aus der Pechblende hergestellten Radiobleis mit geringer Stromdichte rein erhalten wird. Begleitet sind die α-Strahlen von den δ-Strahlen. Diese kann man aber als sehr langsame Kathodenstrahlen mit einem schwachen magnetischen Feld völlig an ihren Ausgangsort zurückbiegen.

b) Szintillation und Zählung der α-Teilchen. Schwankungen der Strahlung. Die α-Strahlen erregen einen Zinkblendeschirm zum Leuchten. Unter einer Lupe sieht man, daß dieses Leuchten ein szintillierendes ist. Es treten fortwährend kleine Lichtblitze auf, die man als durch den Aufprall der α-Teilchen erzeugt ansieht. Als eine reine sog. Triboluminеszenz kann man das Szintillieren aber wohl nicht ansehen, weil sehr stark tribolumineszierende Substanzen, das sind solche, die bei geringstem Stoßen oder Reiben stark leuchten, völlig unempfindlich für α-Strahlen sein können. Durch Zählen der in bestimmter Zeit auftretenden Lichtblitze an Zinkblende und an einem Diamant ist von E. Regener die Anzahl der von einem Radiumpräparat ausgesandten α-Teilchen festgestellt worden. Dasselbe wurde von Rutherford und Geiger nach einer elektrischen Methode erreicht, deren Prinzip kurz das folgende ist. Durch eine kleine Öffnung fliegen α-Teilchen in ein Kondensatorfeld. Durch geeignetes Entfernen des Präparats kann man es erreichen, daß nur ab und zu in kleinen Zeitintervallen, die natürlich ganz unregelmäßig verteilt sind, ein α Teilchen in das elektrische Feld des Kondensators eintritt. Das letztere ist so hoch gewählt, daß das α-Teilchen sogleich eine große Geschwindigkeit erhält und durch Stoß das Gas ionisiert. Jedes Eintreten eines α-Teilchens macht sich dann durch einen Entladungsstoß in der Kondensatorleitung kenntlich, der am Elektrometer bemerkt wird.

Jede einzelne Szintillation entspricht dem Zerfall eines Atoms der radioaktiven Substanz. Ist die sekundlich zerfallende Zahl von Atomen eine sehr hohe, so beobachtet man eine gleichmäßige Strahlung, die mit fortschreitendem Zerfall der Substanz nach dem Exponentialgesetz des § 420 abnimmt. Wenn trotzdem der explosive Atomzerfall äußerst ungleichmäßig vor sich geht,

so entgeht dies für gewöhnlich der Beobachtung, weil man ein Mittel aus ungeheuer vielen Atomexplosionen beobachtet. Aus demselben Grunde kann man zum Beispiel keine Veränderlichkeiten im Druck eines Gases beobachten, obwohl derselbe durch die ganz unregelmäßigen Stöße der Gasmoleküle gegen die Gefäßwände hervorgerufen wird. Hat man dagegen eine sehr schwach aktive Substanz vor sich, von welcher nur wenig Atome in der Zeiteinheit zerfallen, so ist deutlich das unregelmäßige, stoßweise Auftreten der Strahlung an der Szintillation sowohl wie an der hervorgerufenen Gasionisation zu erkennen. Die zeitlichen Schwankungen der Radioaktivität sind zuerst von E. v. Schweidler beobachtet, sodann von Edgar Meyer und E. Regener näher verfolgt worden.

c) Ladung der α-Teilchen. Heliumbildung. Größe des Elementarquantums der Elektrizität. Durch Beobachtung der + Ladung einer Metallplatte, welche im Vakuum der aktiven Substanz gegenübergestellt wurde, ist die insgesamt pro sek ausgesandte Elektrizitätsmenge und durch Kombination mit der Bestimmung der Zahl in der Zeiteinheit ausgesandter Teilchen von Rutherford und Geiger die Ladung eines α-Partikels festgestellt worden. Es ergab sich, daß von 1 g Radium, das mit seinen Zerfallsprodukten im Gleichgewicht steht, in einer sek $3{,}4 \cdot 10^{10}$ α-Teilchen ausgehen und ebensoviel von jedem der anderen α-Strahlen liefernden Produkte. Die Ladung eines α-Teilchens fand sich zu $9{,}4 \cdot 10^{-10}$ el.-stat. Einh.

Wo α-Strahlen in großer Intensität auftreten, hat man die Entstehung von Helium beobachtet. Man sieht darum die α-Teilchen als Heliumatome an, von welchen zwei Elektronen, d. i. zwei Elementarquanten negativer Elektrizität, losgetrennt sind. Das Elementarquantum ergäbe sich hiernach zu $4{,}7 \cdot 10^{-10}$ stat. Einh. (4,65 Rutherford und Geiger, 4,79 Regener). Dieser Wert steht mit dem von Planck[1]) auf ganz anderem Wege, nämlich aus den Strahlungsgesetzen gefundenen ($4{,}69 \cdot 10^{-10}$), in bester Übereinstimmung. Auch die Abweichung vom Thomsonschen Wert (§ 385) kann in Anbetracht der Schwierigkeit solcher Be-

1) Vorl über Theorie der Wärmestrahlung 1906, p. 163.

stimmungen nicht zu groß genannt werden. Es wird wohl der Thomsonsche Wert der zu korrigierende sein.

Die Heliumbildung wurde zuerst von Ramsay am Emanationsgas des Radiums nachgewiesen. Die quantitativen Verhältnisse machten es unwahrscheinlich, daß das Helium ein inaktives Endprodukt der Radiumzerfallsreihe ist. Die Versuche sprechen mehr dafür, daß die α-Teilchen, wie oben gesagt, Heliumatome sind. Dies hat seitdem Rutherford einwandfrei bewiesen, indem er die Emanation des Radiums in ein dünnwandiges Glasröhrchen und das letztere zugeschmolzen in ein völlig luftleer gepumptes Gefäß brachte. Nach zwei Tagen konnte man in diesem von der aktiven Substanz völlig getrennten, den α-Strahlen aber zugänglichen Raume Helium deutlich nachweisen. Pro Gramm Radium wurde die Entstehung von 0,43 cmm im Tag, d. i. 158 cmm im Jahr, festgestellt.

d) Absorption und Ionisation. Die α-Strahlen ionisieren die Gase, diese Wirkung hört aber nach Durchlaufung einer kleinen, wenige cm betragenden Wegstrecke, der sog. Reichweite, fast unvermittelt auf. Dies kann man nach Bragg und Kleemann mit der einfachen Anordnung nachweisen, daß man vor einer Platte, die mit einer dünnen aktiven Schicht versehen ist, einen Kondensator parallel aufstellt, dessen eine Platte zwecks Durchlassung der Strahlen aus Drahtnetz besteht. In einer Entfernung von einigen Zentimetern hört der Kondensator auf, Strom anzuzeigen. Ebendort hört nach Rutherford auch die photographische und fluoreszenzerregende Wirkung auf. Es liegt dies daran, daß die α-Strahlen beim Durchlaufen des Gases, noch mehr von dichten Körpern, ihre Geschwindigkeit einbüßen, um so mehr, je weiter sie vordringen. Zur Erregung von Ionisation sowie von photographischer und Fluoreszenzwirkung ist aber ein gewisses Minimum von Geschwindigkeit erforderlich, das etwa $0{,}82 \cdot 10^9$ cm/sek beträgt; die Wirkung hört auf, sobald die Geschwindigkeit unter diesen kritischen Wert sinkt, der immerhin noch etwa der Hälfte der Anfangsgeschwindigkeit entspricht. Das plötzliche Abbrechen der Wirkung wird dadurch verschärft, daß die stärkste Wirkung gerade dicht vor dem völligen Aufhören eintritt. Absorptionskoeffizient und Ionisation nehmen, bis die Reichweite erreicht ist, wegen der Geschwin-

digkeitsabnahme mit wachsender Schichtdicke zu. Die Reichweiten für α-Strahlen verschiedener Herkunft sind verschiedene, ein Zeichen, daß die α-Strahlen verschiedene Anfangsgeschwindigkeiten haben. Die Reichweiten betragen für die elektrische Wirkung bei

Ra	Eman	Ra A	Ra C	Ra F	Thor C
3,5	4,23	4,83	7,06	3,86	8,6 cm.

Die Reichweite für Szintillationserregung ist nach Szilard einige Millimeter kleiner. Es wäre nicht unmöglich, daß es aktive Substanzen gibt, die α-Strahlen von einer Geschwindigkeit aussenden, welche unterhalb der kritischen liegt. Solche Strahlung müßte wegen des Fehlens der Ionisations- und Leuchtwirkung sich der Beobachtung entziehen. Versuche, solche Strahlenaussendung durch eine Wärmewirkung nachzuweisen, sind bisher resultatlos geblieben.

e) Sekundärstrahlen. α-Strahlen befreien aus Körpern, auf welche sie auffallen, Elektronen in Form der langsamen δ-Strahlen.

f) Magnetische und elektrische Ablenkung. Die α-Strahlen werden magnetisch und elektrisch in gleicher Richtung wie Kanalstrahlen, also wie positive Teilchen abgelenkt. Das abgelenkte Bild eines Spaltes bleibt scharf, ein Zeichen, daß die α-Strahlung homogen ist. Die Ablenkung nimmt an Größe zu, wenn die Strahlen Schichten wägbarer Körper, Gasschichten oder Metallfolie durchsetzen, weil die Geschwindigkeit dann abnimmt. Aus der Kombinatien beider Ablenkungsarten ist die Geschwindigkeit v und spezifische Ladung $\frac{e}{m}$ ermittelt worden zu durchschnittlich:

$$v = 1{,}5 - 2 \cdot 10^9 \text{ cm/sek},$$

$$\frac{e}{m} = 5 \cdot 10^3.$$

Der letztere Wert entspricht einem Heliumatom (Atomgewicht 4), das mit dem doppelten Elementarquantum geladen ist.

430. Die β-Strahlen. a) Herstellung reiner β-Strahlung. β-Strahlen werden unter den Stoffen der Radiumreihe

von Ra C und Ra E_2 ausgesandt. Die β-Strahlung ist leicht von der α-Strahlung durch Einschalten eines Papier- oder Aluminiumblattes zu trennen. 0,1 mm Aluminium genügen zur völligen Zurückhaltung der α-Strahlung. Ra E_2 ist vermöge seiner schweren Flüchtigkeit rein zu erhalten. Mit den β-Strahlen stets verbunden sind γ-Strahlen, die etwa 1% der Wirkung ausmachen. Durch magnetische Ablenkung der β-Strahlen sind beide Strahlenarten zu trennen.

b) Szintillation wird nach E. Regener am Baryumplatincyanür auch durch β-Strahlen erregt, aber in wesentlich schwächerem Betrage wie durch die α-Strahlen.

c) Ladung der β-Strahlen. Die negative Ladung ist, wie bereits erwähnt, zuerst direkt von Herrn und Frau Curie nachgewiesen worden. Die Ladung eines β-Teilchens ist die des freien Elektrons, d. i. das elektrische Elementarquantum. Nach Makower sendet die mit 1 g Radium im Gleichgewicht stehende Menge Radium C in einer Sekunde die Ladung 23,25 el.-stat. Einh. aus, worunter bei Annahme der Zahl $4{,}65 \cdot 10^{-10}$ für das Elementarquantum die Zahl pro sec ausgesandter β-Teilchen zu $5 \cdot 10^{10}$ folgen würde.

d) Absorption und Ionisation. Der Absorptionskoeffizient, d. i. der Koeffizient α in der Intensitätsgleichung $J = J_0 e^{-\alpha d}$, nimmt bei den β-Strahlen des Radium C im Gegensatz zum Verhalten bei α-Strahlen mit wachsender Schichtdicke d der absorbierenden Substanz stark ab, ein Zeichen, daß die Strahlung inhomogen ist. Je dichter eine Substanz, desto stärker absorbiert sie. Uran X sendet zwei Arten von β-Strahlen und dementsprechend auch zwei Arten von γ-Strahlen aus, welche verschiedene Absorbierbarkeit besitzen.

Gase absorbieren die β-Strahlen auch und erleiden dabei eine Ionisation. Beides, Absorption und Ionisation, ist sehr klein im Verhältnis zu der durch α-Strahlen ausgeübten Wirkung.

e) Sekundärstrahlen. Fallen β-Strahlen auf Materie, so geht von dieser eine Sekundärstrahlung aus, die neben sehr langsamen (δ-)Strahlen auch solche von einer Geschwindigkeit gleicher Größenordnung enthalten, wie sie die Primärstrahlen besitzen. Auch die γ-Strahlen erzeugen sekundäre β-Strahlen. Das umgekehrte, eine Erzeugung von γ-Strahlen bei Auftreffen

von β-Strahlen, ist bislang noch nicht bewiesen. Sie ist sehr wahrscheinlich und ist nach der in § 416 besprochenen Theorie von Sommerfeld, soweit sie eine Stopp- und keine Fluoreszenzstrahlung ist, hauptsächlich hinter der Platte, auf welche die β-Strahlen auffallen, zu erwarten. Versuche, welche zur Auffindung vor der Platte entstehender γ-Strahlen ausgeführt worden sind, haben bisher negatives Ergebnis gehabt. Die Sekundärstrahlen sind inhomogen; sie stammen nicht allein aus der äußersten Oberflächenschicht, sondern auch aus größeren Tiefen der Substanz her. Da aus dem Innern die sehr weichen Sekundärstrahlen nicht an die Oberfläche gelangen, sondern absorbiert werden, nimmt die mittlere Härte mit der Dicke des Sekundärstrahlers zu.

f) Magnetische und elektrische Ablenkung. Kaufmannsche Methode der $\frac{e}{m}$-Bestimmung. Beide Arten der Ablenkung breiten einen Strahl fächerförmig aus, zum Zeichen, daß die β-Strahlen inhomogen sind. Der Sinn der Ablenkung kennzeichnet auch die negative Ladung der β-Teilchen. Die β-Strahlen verhalten sich wie inhomogene Kathodenstrahlen, und zwar wie solche von sehr großer Geschwindigkeit, weil ihre Ablenkbarkeit wesentlich geringer ist als diejenige der bisher beobachteten Kathodenstrahlen. Da bei der magnetischen wie bei der elektrischen Ablenkung ein in unabgelenkter Lage scharfes Strahlenbündel fächerartig ausgebreitet wird, ist es nicht möglich, durch aufeinanderfolgende Bestimmungen der beiden Ablenkungen zusammengehörige Wertepaare derselben zu ermitteln. Diese Schwierigkeit umgeht man nach W. Kaufmann durch gleichzeitige elektrische und magnetische Ablenkung in zueinander senkrechten Richtungen. Der unabgelenkt scharfe Phosphoreszenzfleck oder Eindruck auf der photographischen Platte wird, elektrisch und magnetisch abgelenkt, in einen Kurvenast auseinander gezogen, aus dessen Verlauf zusammengehörige Werte der Ablenkungen sofort zu ersehen sind. Die Bestimmung von $\frac{e}{m}$ und v nach dieser Methode hat das interessante Resultat ergeben, daß sowohl v als auch $\frac{e}{m}$ für die verschiedenen Bestandteile der Gesamtstrahlung verschieden sind. Die von Kaufmann

beobachtete kleinste Geschwindigkeit ist $v = 2{,}36 \cdot 10^{10}$ cm/sek; für diese Strahlen ist $\frac{e}{m} = 1{,}31 \cdot 10^7$. Die größte beobachtete Geschwindigkeit ist $v = 2{,}83 \cdot 10^{10}$ cm/sek; für diese Strahlen, deren Geschwindigkeit nahe an die des Lichtes heranreicht, hat $\frac{e}{m}$ den Wert $0{,}63 \cdot 10^7$, ist also wesentlich kleiner.

Bei 30000 Volt Entladungspotential ist die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen erst ca. $\frac{1}{3}$ Lichtgeschwindigkeit.

Anhang.

Das bewegte Elektron. Relativitätsprinzip.

431. Die elektromagnetische Masse eines sich bewegenden Elektrons. Kleine Geschwindigkeit. Die experimentellen Bestimmungen haben nach dem Vorigen zu dem Resultat geführt, daß $\frac{e}{m}$ bei den großen Geschwindigkeiten der β-Strahlen variabel, daß also, da die elektrische Ladung, das Elementarquantum, als eine universelle Konstante angesehen werden muß, die Masse des Elektrons eine Funktion der Geschwindigkeit desselben ist. Diese Veränderlichkeit der Masse scheint auf den ersten Blick die Anwendbarkeit der Elektronentheorie auf die Radiumstrahlen in Frage zu stellen; war es doch gerade die Konstanz der Größe $\frac{e}{m}$, welche man als den hervorragendsten Beweis für die Richtigkeit derselben bei den Kathodenstrahlen ansah. Es ist indessen gelungen, diese Schwierigkeit zu beseitigen. Bereits im Jahre 1881 war von J. J. Thomson nachgewiesen worden, daß ein elektrisch geladener Körper wegen des magnetischen Feldes, das er nach der Maxwellschen Theorie durch seine Bewegung hervorruft, sich äußeren Kräften gegenüber so verhalten müsse, als sei seine Masse um einen gewissen von der Größe seiner Ladung und von seiner Form abhängigen Betrag vergrößert. Die Überlegung, von welcher man dabei auszugehen hat, ist folgende: Um einem ruhenden Massenteilchen m eine Geschwindigkeit v zu erteilen, hat man ihm einen gewissen Energiebetrag zuzuführen, den es dann in Form von kinetischer Energie $\frac{1}{2}mv^2$ beibehält. Es hat also an dem Massenteilchen, solange es beschleunigt wird, eine Kraft anzugreifen, welche die Gegenkraft seiner Trägheit, den sog. Trägheitswiderstand zu überwinden hat. Ist das Massenteilchen elektrisch geladen, so setzt es einer Beschleunigung aber noch

einen weiteren Widerstand entgegen. Denn wenn es in Bewegung gesetzt wird, entsteht ein elektrischer Konvektionsstrom, indem ja ein Elektrizitätstransport durch den Raum stattfindet. Nach der Faraday-Maxwellschen Annahme, die durch das Experiment bestätigt ist, erzeugt der Strom ein Magnetfeld, welches einen gewissen Energiewert bewegter Elektrizität besitzt. Um also die Ladung in Bewegung zu setzen, ist ein weiterer Energieaufwand nötig, solange bis die Ladung konstante Geschwindigkeit erlangt hat. Während dieser Zeit erzeugt das anwachsende Magnetfeld an der Stelle des Teilchens durch Induktion ein elektrisches Feld, welches nach der Lenzschen Regel das Teilchen aufzuhalten, seine Beschleunigung und damit das Anwachsen des Magnetfeldes zu verhindern sucht. Das geladene Teilchen besitzt also eine gewisse Selbstinduktion, es setzt einer Beschleunigung seiner Bewegung einen bestimmten elektromagnetischen Trägheitswiderstand entgegen, der zu demjenigen seiner mechanischen Masse hinzukommt. Ist das geladene Teilchen einmal in Bewegung, so sucht sowohl seine mechanische wie seine elektromagnetische Trägheit umgekehrt es in Bewegung zu erhalten. Denn einer Abnahme seiner Geschwindigkeit entspricht eine Verminderung der Stromstärke und des umgebenden Magnetfeldes, welche die Selbstinduktion hintanzuhalten strebt. Wie die kinetische Energie der mechanischen Masse, so sucht auch die kinetische Energie der bewegten Ladung, d. i. die Energie des Magnetfeldes, erhalten zu bleiben. Die Ladung des Teilchens bewirkt also, daß die mechanische träge Masse (wahre Masse) des Teilchens noch durch elektromagnetische träge Masse (scheinbare Masse) vergrößert wird.

Die Berechnung der letzteren für ein Elektron bildet die Aufgabe der Theorie des bewegten Elektrons. Sie hat auf der Grundlage der Maxwellschen Theorie zu erfolgen und gestaltet sich recht einfach, solange es sich um geringe Geschwindigkeiten des Elektrons handelt. Man kann dann den vom gleichförmig bewegten Elektron erzeugten Strom wie einen stationären behandeln und ohne Berücksichtigung einer endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit, weil diese eben sehr groß ist, das Magnetfeld auf Grund des für stationären Strom gültigen Biot Savartschen Gesetzes berechnen.

Das Magnetfeld in der Entfernung r von einem vom Strom i durchflossenen Leiterelement der Länge l ist nach diesem Gesetz (§ 92) gegeben durch:

$$\mathfrak{H} = \frac{il}{r^2} \sin(l, r),$$

worin i in elektromagnetischen Einheiten auszudrücken ist. Sieht man den Strom im Sinne der Elektronentheorie an als herrührend von den im Draht fließenden Elektronen, so ist, wenn n ihre Anzahl in der Längeneinheit des Drahts, v ihre Geschwindigkeit und e die Ladung eines Elektrons in elektrostatischen Einheiten bedeuten:

$$i = \frac{nev}{c},$$

so daß:

$$\mathfrak{H} = \frac{nlev}{cr^2} \sin(l, r).$$

nl ist die Anzahl aller im Drahtelement l vorhandenen, also aller das berechnete Magnetfeld erzeugenden Elektronen. Soll das Feld eines Elektrons berechnet werden, so wird man die Annahme machen dürfen, daß dieses durch Division des obigen Ausdrucks mit nl erhalten wird, so daß das Magnetfeld an der betrachteten Stelle in der Umgebung des Elektrons folgt zu:

$$\mathfrak{H} = \frac{ev}{cr^2} \cdot \sin\alpha,$$

wo α den Winkel zwischen der Flugrichtung und der Verbindungslinie r vom Elektron nach der betrachteten Feldstelle bedeutet.

Die magnetische Energie in einem Volumenelement dV an dieser Stelle ist daher in einem Medium der Permeabilität $\mu = 1$:

$$dT = \frac{1}{8\pi} \mathfrak{H}^2 dV = \frac{1}{8\pi} \frac{e^2 v^2}{c^2 r^4} \sin^2\alpha \, dV.$$

Um die magnetische Energie im gesamten Raum um das Elektron zu berechnen, hat man diesen Ausdruck über den ganzen Raum zu integrieren. Man verfährt dazu in bekannter Weise so, daß man dV durch Polarkoordinaten, d. h. als kleinen Ausschnitt aus einer Kugelzone der Dicke dr ausdrückt und dann die Integration über den Raum einer Kugel von unendlichem Radius ausführt, die im Inneren von der Oberfläche des Elektrons begrenzt ist. Nimmt man das Elektron kugelförmig vom

Radius a und seine Ladung als auf der Oberfläche dieser kleinen Kugel befindlich an, so sind die Integrationsgrenzen gegeben, nämlich $r = a$ und $r = \infty$. Die Raumintegration, die in ganz analoger Weise wie in § 20 auszuführen ist, ergibt für die magnetische Energie des bewegten Elektrons die Größe

$$T = \tfrac{1}{3}\frac{e^2 v^2}{c^2 a}.$$

Die kinetische Energie der Masse ist $\tfrac{1}{2} m v^2$, mithin die gesamte Bewegungsenergie des Elektrons

$$U = \tfrac{1}{2}\left(m + \tfrac{2}{3}\frac{e^2}{c^2 a}\right) v^2.$$

Es ist dies noch nicht die gesamte Energie des Elektrons, vielmehr kommt für diese noch hinzu die Energie seines elektrostatischen Feldes. Solange die Geschwindigkeit des Elektrons, wie hier ja vorausgesetzt war, nicht groß ist, ist dieser Energieteil von der Geschwindigkeit unabhängig und kann infolgedessen außer acht gelassen werden, wenn wir nur Energieänderungen mit der Geschwindigkeit verfolgen. Dasselbe gilt von einer vorhandenen potentiellen Energie der Masse des Elektrons bezüglich anderer im Raume vorhandener Massen, indem sie lediglich eine Funktion der Lage ist.

Wie der abgeleitete Ausdruck für die Bewegungsenergie zeigt, ist die träge Masse des Elektrons nicht mehr durch seine mechanische Masse allein gegeben, sondern es tritt zu dieser hinzu der Betrag $\tfrac{2}{3}\frac{e^2}{c^2 a}$ elektromagnetischer Masse. Dieser Betrag ist von der Geschwindigkeit des Elektrons unabhängig, es kann daher die bisherige Betrachtung nicht ausreichend sein, um die Vorgänge beim bewegten Elektron völlig darzustellen.

432. Die Geschwindigkeit des Elektrons ist nicht gegen die des Lichts zu vernachlässigen. Die Erklärung hierfür liegt darin, daß die Dinge ganz anders und wesentlich komplizierter werden, wenn die Geschwindigkeit des Elektrons so groß wird, daß sie gegen die Lichtgeschwindigkeit in Betracht kommt. Um den Grund hierfür einzusehen, müssen wir uns die Entstehung des elektromagnetischen Feldes um ein bewegtes Elektron kurz vergegenwärtigen. Wir hatten dasselbe

im vorigen Paragraphen unter Zugrundelegung des Biot-Savartschen Gesetzes einfach formal berechnet, ohne uns über seine Entstehung klar zu werden. Dieselbe hat man sich nun folgendermaßen vorzustellen. Mit dem kugelförmig gedachten Elektron bewegt sich das um dasselbe gleichmäßig radial verlaufende elektrische Feld durch den Raum. Die damit an jeder Stelle seiner Umgebung verbundenen Änderungen der elektrischen Feldstärke und dielektrischen Polarisation bewirken dort nach der Maxwellschen Theorie zu berechnende magnetische Felderregungen. Die mathematische Durchführung der Betrachtung ergibt für das elektromagnetische Feld das Resultat des vorigen Paragraphen. Aber nur für kleine Geschwindigkeit des Elektrons! Die Maxwellsche Theorie ergibt wegen der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wirkungen, daß das elektrische Feld um das geladene Elektron ein merkbar anderes wird, als beim statischen Zustand, sobald das Elektron größere Geschwindigkeiten annimmt, die nicht mehr als klein gegen die Lichtgeschwindigkeit anzusehen sind. Die vorher in gleichmäßiger Verteilung vom Elektron ausgehenden elektrischen Induktionslinien verlassen nämlich (Fig. 331) die in der Bewegungslinie liegenden Pole des Elektrons und drängen sich in der äquatorialen Zone desselben immer mehr zusammen, je mehr sich die Geschwindigkeit des Elektrons der des Lichts nähert. Das elektrische Feld um das Elektron ändert sich demnach mit der Geschwindigkeit, wenn diese groß wird, die Energie des Feldes ist eine größere als bei gleichmäßiger Verteilung, und infolgedessen ändert sich auch die elektromagnetische Energie des schnell bewegten Elektrons in anderer Weise, nämlich schneller als die eines langsam bewegten, und damit erscheint die träge Masse des Elektrons als eine Funktion der Geschwindigkeit. Und noch mehr. Verfolgt man mathematisch die Frage, welchen Widerstand das schnell bewegte Elektron einer Änderung seiner Geschwindigkeit und einer Änderung seiner Bewegungsrichtung entgegensetzt, so findet man beide Trägheitswiderstände abhängig von der Geschwindigkeit, und zwar nicht als die gleichen, sondern als verschiedene

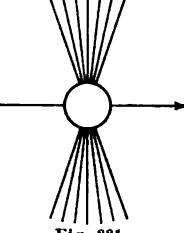


Fig. 331.

Funktionen derselben. Man hat demnach beim schnell bewegten Elektron zwischen einer longitudinalen trägen Masse, die sich einer Änderung der Geschwindigkeit widersetzt, und einer transversalen trägen Masse, die den zentrifugalen Trägheitswiderstand veranlaßt und damit eine Änderung der Bewegungsrichtung zu hindern sucht, zu unterscheiden. Beim langsam bewegten Elektron fällt dieser Unterschied wie bei den bewegten Massen der Mechanik fort. Die schwierige Berechnung der Energie des elektromagnetischen Feldes führt, unter Annahme des Elektrons als einer starren geladenen Kugel vom Radius a, nach M. Abraham für die transversale elektromagnetische Masse des Elektrons zu folgendem Ausdruck:

$$m_{em} = \frac{e^2}{2ac^2} \cdot \frac{1}{\beta^2}\left(\frac{1+\beta^2}{2\beta} \log\text{nat}\frac{1+\beta}{1-\beta} - 1\right)$$

oder in Reihe entwickelt:

$$m_{em} = \frac{e^2}{ac^2}\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{3 \cdot 5}\beta^2 + \frac{6}{5 \cdot 7}\beta^4 + \cdots\right).$$

$\beta = \frac{v}{c}$ ist hierin das Verhältnis der Geschwindigkeit des Elektrons zur Lichtgeschwindigkeit.

Dies Resultat der Theorie zeigt die elektromagnetische Masse in der Tat von der Geschwindigkeit v des Elektrons abhängig. Ist v^2 klein gegen c^2, so nimmt es die im vorigen Paragraphen abgeleitete Form an.

Die Kaufmannschen Messungen an den β-Strahlen des Radiums haben ergeben, daß die obige Formel die beobachtete Veränderlichkeit der Größe $\frac{e}{m}$ sehr angenähert wiedergibt, und daß, wenn man die Größe $\frac{e}{m}$ für ein unendlich langsam sich bewegendes Elektron extrapoliert, man auf den Wert

$$\frac{e}{m_0} = 1{,}823 \cdot 10^7$$

el. m. Einh. pro Gramm kommt, der von dem für Kathodenstrahlen gefundenen konstanten Wert nicht sehr abweicht. Es ist eventuell daraus der Schluß zu ziehen, daß die Elektronen nur elektromagnetische träge Masse besitzen und keinerlei Masse anderer Herkunft, d. h. daß der Widerstand der Elektronen gegen eine Änderung ihrer Geschwindigkeit oder Bewegungsrichtung rein in elektromagnetischen Reaktionskräften

zu suchen ist. Es ist hier aber zu bemerken, daß die Existenz anderer Kräfte nicht ausgeschlossen ist; nur ist bewiesen, daß die von solchen anderen Kräften herrührende Trägheitskraft die träge Masse in derselben Abhängigkeit von der Geschwindigkeit erscheinen läßt.

433. Der Radius des starren kugelförmigen Elektrons. Unter der im Vorigen begründeten Annahme, daß die gesamte Masse des Elektrons elektromagnetischen Ursprungs ist, kann man den Radius a desselben berechnen. Es ist

$$m_0 = \tfrac{2}{3} \cdot \frac{e^2}{ac^2},$$

also

$$a = \tfrac{2}{3} \frac{e}{m_0} \cdot \frac{e}{c^2}.$$

Das Elementarquantum $e = 4{,}7 \cdot 10^{-10}$ und $\frac{e}{m_0} = 1{,}77 \cdot 10^7$ gesetzt, ergibt

$$a = 1{,}85 \cdot 10^{-13} \text{ cm},$$

also in der Größenordnung des Billiontel Millimeter, d. h. ca. eine Million mal kleiner als Molekülgröße.

Daß man gezwungen ist, für das Elektron eine bestimmte Gestalt und endliche Größe anzunehmen, z. B. Kugel vom Radius a, ist, man kann wohl sagen, noch ein wunder Punkt der Elektronentheorie. Daß die endliche Elementarladung des Elektrons nicht in einen mathematischen Punkt konzentriert gedacht werden kann, ist selbstverständlich. Man hat demnach eine bestimmte Verteilung der Ladung anzunehmen, für welche man indessen nicht notwendig die Verteilungsgesetze der Elektrostatik anzusetzen braucht. Wendet man bekannte Sätze aus der Elektrostatik zur Berechnung der Energie des Elektronenfeldes an, so ist zu folgern, daß die Ladung des Elektrons dasselbe zu expandieren streben muß, weil die Energie des Feldes auf diese Weise ein Minimum zu erreichen sucht. Daraus ist aber weiter zu schließen, daß die elektrischen und magnetischen Kräfte allein nicht das Elektron definieren; es müssen noch Kräfte anderer Natur, die wir Kohäsionskräfte nennen wollen, wirken, um dem elektrostatischen Expansionsbestreben das Gleichgewicht zu halten und dem Elektron seine Form zu sichern. Daraus folgt, daß

man mit der Annahme einer Existenz nur elektromagnetischer und gar keiner Kräfte anderer Natur, wozu die Möglichkeit der rein elektromagnetischen Erklärung der Trägheit herausfordert, nicht auskommen kann.

Weiter steht hiermit in Verbindung, daß bei sehr großer Geschwindigkeit das Elektron sich deformieren, und zwar in der Bewegungsrichtung abplatten muß. Denn da die Verteilung der elektrischen Kraft und damit der Ladung des Elektrons eine ungleichförmige wird, in dem Sinne, daß die Ladung von den in der Bewegungslinie liegenden Polen fortströmt, so muß jetzt an den Polen die zusammenziehende Kohäsionskraft das elektrische Expansionsbestreben überwiegen (siehe § 439). Diese Deformation muß von energetischen Vorgängen begleitet sein.

434. Elektron und Materie. Absolute Bewegung und Relativitätssatz der Mechanik. In der Abrahamschen Theorie[1]) wird das Elektron von einem ruhenden Beobachter als kugelförmig und starr angesehen. Es bewegt sich in den β-Strahlen mit einer Geschwindigkeit, welche derjenigen des Lichts nahekommt, und hat seine Ladung auf der Oberfläche oder im Volumen verteilt. Durch die gute Übereinstimmung der Kaufmannschen Messungen mit dieser Theorie schien die Frage nach der Konstitution des Elektrons zunächst einigermaßen abgeschlossen. Da machte jedoch H. A. Lorentz darauf aufmerksam, daß der Theorie des starren Elektrons sich Schwierigkeiten in den Weg stellen. Wenn man nämlich ein mit sehr großer Geschwindigkeit sich bewegendes Gebilde als unveränderlich starr ansieht, so müßte man einen Einfluß schneller absoluter Bewegungen, z. B. der translatorischen Erdbewegung, auf gewisse optische und elektromagnetische Erscheinungen wahrzunehmen imstande sein. Ein solcher Einfluß hat aber trotz genauester Untersuchungen nicht festgestellt werden können. Um das Verständnis der hier in Betracht kommenden Erscheinungen zu erleichtern, wollen wir zunächst die Beziehungen des Elektrons und der Materie untereinander und zum Raum

1) M. Abraham, Gött. Nachr. 1902; über die Theorie des starren kugelförmigen Elektrons siehe auch A. Sommerfeld, Gött. Nachr. 1904, p. 99, 363.

erörtern und alsdann uns zu der Definition einer absoluten Bewegung und zur Behandlung der Frage wenden, wie eine solche nachgewiesen werden, welchen Einfluß dieselbe auf mechanische und elektromagnetische Vorgänge ausüben kann.

Die Kaufmannschen Resultate kann man, wie oben gesagt, dahin interpretieren, daß die träge Masse des Elektrons nur durch sein elektromagnetisches Feld bedingt ist. Man hat dann das Elektron als weiter nichts als einen Ausgangspunkt gewisser Äther-, oder wenn wir dieses Wort vermeiden wollen, gewisser Raumveränderungen anzusehen. Es ist ein Quellpunkt elektrischer Kraftlinien, die, wenn er im Raume in Ruhe ist, gleichförmig nach allen Seiten verlaufen. Bewegt sich das Elektron, so wandert das Feld mit ihm durch den Raum. Dies ist nach Maxwellscher Anschauungsweise gleichbedeutend mit der Entstehung eines magnetischen Feldes im Raum, welches die Translation des elektrischen Feldes vermittelt. Es ist also das Elektron eine modifizierte Stelle des Raumes, die durch den Raum sich bewegen kann unter Hervorrufung der elektromagnetischen Erscheinungen in demselben. Die elektromagnetischen Vorgänge bewirken die Trägheit des Elektrons. Es ist aber, wie schon gesagt, keineswegs ausgeschlossen, daß das Elektron noch andere Zustandsänderungen im Raume hervorruft, welche allerdings eine gleiche oder ähnliche Abhängigkeit von der Geschwindigkeit ihrer Bewegung haben müßten wie die elektromagnetischen. Solchen Zustandsänderungen ist vielleicht die Gravitationskraft zuzuschreiben, deren elektromagnetische Erklärung noch nicht gelungen ist. Nach der Elektronentheorie hat man nun auch jeden wägbaren Körper als aus Elektronen zusammengesetzt anzusehen. M a t e r i e i s t m i t h i n m o d i f i z i e r t e r R a u m. Ungeheure Mengen von positiven und negativen Urquanten der Elektrizität, von Quell- und Sinkstellen elektrischer Kraftlinien, bilden größere Elektronenkomplexe. Überwiegen Elektronen eines Vorzeichens an Zahl, so erscheint der Komplex geladen. Änderung im Bewegungszustand der Materie zeitigt die mechanische Kraft der Massenträgheit, herrührend von den Änderungen der elektromagnetischen Felder, die jedes einzelne Elektron um sich erzeugt, die aber in endlicher Entfernung durch elektrische oder magnetische Effekte nicht wahrnehmbar sind wegen ihrer

völligen Unordnung bei beiderlei Vorzeichen. Ist der Körper geladen, so ist ein überschüssiges, als solches wahrnehmbares elektrisches Feld und bei Bewegung elektromagnetisches Feld vorhanden. Die Trägheit der Materie ist hiernach eine elektromagnetische Rückwirkungskraft, welche der absolut ruhende Raum auf seine modifizierte Stelle, d. h. auf die Materie ausübt.

Die viel diskutierte Frage, ob der Äther sich mit der Materie mitbewegt, hat nach obigen Auseinandersetzungen keinen rechten Sinn mehr. Die Materie als ein kompliziertes Quellsystem elektromagnetischer Raumveränderungen bewegt sich durch den absolut feststehenden Raum.

Es fragt sich nun: Wie können wir eine absolute Bewegung im Raume nachweisen? Zuerst — eigentlich der kompliziertere, uns aber in seiner äußeren Erscheinung geläufigere Fall — die Bewegung der Mechanik. Denken wir uns bei Nacht in einem Luftballon, so gelingt es uns auf keine Weise durch Beobachtungen irgendwelcher Art, eine gleichförmige, geradlinige Bewegung desselben nachzuweisen. Nur durch Beobachtung der relativen Bewegung gegen irgendeinen in Ruhe befindlichen Punkt der Umgebung, der sich z. B. auf der Erdoberfläche befindet oder irgendwie im umgebenden Luftraum konstruiert ist, ist es möglich, eine Ballonbewegung zu konstatieren. Jede Änderung der Bewegung ist dagegen sofort wahrzunehmen, sei es daß sie an der Größe der Geschwindigkeit oder an der Richtung stattfindet. Sie wird sogleich an Trägheitserscheinungen kenntlich, welche wir am eigenen Körper als eine Kraftäußerung, die uns nach vorn, hinten oder nach der Seite treibt, empfinden, welche wir aber auch z. B. an einer Federwage messen können. So können wir also B e w e g u n g s ä n d e r u n g e n ihrer Richtung und nach einmaligem Vergleich (Eichung) unserer Federwage mit einer relativen Bewegung auch ihrer Größe nach jederzeit angeben. Wir können auch durch die Summation kontinuierlich beobachteter Bewegungsänderungen jederzeit die Größe der momentanen Geschwindigkeit bezogen auf irgendeinen anfänglichen Wert angeben, n i e m a l s j e d o c h d e n a b s o l u t e n B e t r a g d e r s e l b e n. Eine gleichförmige Absolutbewegung ist durch mechanische Hilfsmittel nicht festzustellen, man bleibt stets auf eine Relativmessung angewiesen. B e w e g u n g s-

änderungen sind dagegen durch die als Trägheit sich äußernde Kraft absolut nachweisbar. Relative Bewegungen zur Umgebung bleiben die gleichen, wenn wir in Ruhe, dagegen die Umgebung sich relativ zu uns bewegt. Änderungen dieser Bewegung machen sich uns aber nicht durch Auftreten von Trägheitskräften bemerkbar. Daraus ist zu folgern, daß Absolutbewegung einer Masse im Raum und eine Änderung derselben nötig ist, um Trägheitskräfte an ihr wirken zu lassen, und daß die Kraft der Trägheit eine Kraft ist, welche der absolute Raum auf die Materie ausübt, eine Beschleunigung derselben zu verhindern strebend.

Auch die Bewegung der Erde bzw. unseres Sonnensystems ist, sofern sie gleichförmig an Größe und Richtung ist, nur durch Relativmessungen gegen Fixsterne, nicht dagegen durch mechanische Messungen irgendwelcher Art auf der Erde festzustellen. Richtungsänderungen sind dagegen durch Experimente auf der Erde ohne Beobachtung der Umgebung sogleich anzugeben. Der Foucaultsche Pendelversuch sowie die Abweichung eines frei fallenden Körpers vom Lot geben ein Beispiel für den Fall der Drehung der Erde um ihre Achse. Die Drehung der Erde um die Sonne ist in einem terrestrischen Versuch wohl noch nicht gezeigt. Ihr Nachweis mag praktisch vielleicht zu großen Schwierigkeiten begegnen, ist aber prinzipiell durchaus möglich. Eine jährlich periodische Modifikation der Foucaultschen Drehung erfolgt durch die Bewegung um die Sonne nicht, weil die Erdachsenrichtung im Raume, auch infolge der von ihm auf die Erdmasse ausgeübten Trägheitskraft, konstant ist. Die eben besprochenen Tatsachen bilden den Inhalt des Relativitätssatzes der Mechanik.

Die kinetische Energie einer bewegten Masse ist eine relative Größe, die einen verschiedenen Wert je nach dem Bewegungszustand des sie messenden Beobachters hat. Auch die Energieverteilung zwischen zwei Systemen ist eine relative und hängt von der Absolutbewegung der beiden Systeme ab. Wird z. B. durch Abschießen einer Kanone der Masse M mit bestimmter Pulverladung auf der ruhend gedachten Erde eine Kugel der Masse m abgefeuert, so daß sie eine Geschwindigkeit u erhält, so erhält die Kanone durch Reaktion eine Geschwindigkeit U

nach der entgegengesetzten Richtung derart, daß $mu = MU$ ist. Die kinetische Gesamtenergie des aus Kugel und Kanone bestehenden Systems ist $\frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}MU^2$. Berücksichtigt man jetzt die Erdbewegung, die dem ganzen System eine Absolutgeschwindigkeit U_0 gibt, und schießt die Kugel in der Bewegungsrichtung der Erde ab, so ist die kinetische Energie der Kugel nach dem Schuß $\frac{1}{2}m(u + U_0)^2$, die der Kanone $\frac{1}{2}M(U_0 - U)^2$; vor dem Schuß sind die Energien $\frac{1}{2}mU_0^2$ und $\frac{1}{2}MU_0^2$, daher hat die kinetische Energie der Kugel zugenommen um $\frac{1}{2}mu^2 + muU_0$, diejenige der Kanone nur um $\frac{1}{2}MU^2 - MUU_0$. Die Summe beider Energiezuwachse ist wegen der Beziehung $mu = MU$ die gleiche wie im Falle fehlender Absolutbewegung, aber die Verteilung zwischen Geschütz und Geschoß ist eine andere.

435. Absolute und relative Bewegung beim elektrischen und elektromagnetischen Feld. Auch für die statischen und dynamischen Erscheinungen des elektrischen Feldes gilt der Relativsatz, indem die Kraftwirkungen der Elektrostatik und Elektrodynamik sich als unabhängig von einer Bewegung des Systems erweisen, sobald diese an Richtung und Größe gleichförmig ist. Es ist z. B. nicht möglich, an einem bewegten Konduktor eine Änderung der statischen Elektrizitätsverteilung zu bemerken.

Ebenso erweist sich die in einem Drahtkreis durch elektromagnetische Induktion in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge als nur durch die Relativbewegung des Leiters zum Magnetfeld bestimmt, dagegen als unabhängig von einer gleichzeitigen Absolutbewegung beider. In diesem Versuch geht die Relativität sogar noch weiter, indem sie auch für beschleunigte Bewegung gilt. Wird die relative Lage einer Spule zu einem Magneten etwa durch starre Verbindung konstant erhalten, so kann man das System beider in beliebiger Weise bewegen und drehen, in beliebige Orientierung zur Erdbewegung bringen, ohne daß ein Induktionsstrom nachzuweisen wäre. Verändert man (Fig. 332) die relative Lage eines Magneten zu einem Drahtkreis entweder durch Translation der Spule oder des Magneten, so ist die induzierte Elektrizitätsmenge in beiden Fällen die gleiche, obwohl die Vorgänge im Grunde genommen verschie-

dene sind. Wird der Draht bewegt, so erzeugt man im Sinne der Elektronentheorie durch die Überführung der Elektronenladungen eine ungeheure Zahl elementarer Konvektionsströme. Jedes bewegte Elektron erfährt im Magnetfeld eine Antriebskraft, die sich im entstehenden Induktionsstrom äußert. Anders, wenn der Magnet bewegt wird. Durch die Veränderung des Magnetfeldes entsteht an der Stelle des Leiters im Sinne der Maxwellschen Theorie ein elektrisches Feld, das die Elektronen im Leiter in Bewegung setzt. Die genauere Analyse beider Vorgänge ergibt Gleichheit der insgesamt im Drahtkreis bewegten Elektrizität.

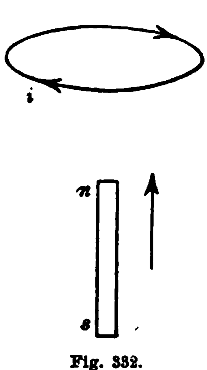


Fig. 332.

Ähnliches beweist ein anderer, von Roentgen ausgeführter Versuch. Stellt man einen geladenen Kondensator so auf, daß die Kraftlinien desselben senkrecht zur Richtung der Erdbewegung sind, so muß nach der Maxwellschen Theorie ein Magnetfeld erzeugt werden, welches senkrecht zur Richtung der Kraftlinien und zur Bewegungsrichtung steht. Dasselbe wäre nachweisbar, wenn es gelänge, eine Magnetnadel absolut im Raume ruhend aufzuhängen. Hängt man eine solche Nadel elektrostatisch geschützt im Kondensatorfeld auf, so bewegt sie sich natürlich mit, und der Versuch zeigt nicht die geringste Andeutung eines entstehenden Magnetfeldes. Es liegt dies daran, daß durch die Bewegung der Nadel anderweitige elektrodynamische Kräfte entstehen, welche die Wirkung des von den bewegten Kondensatorladungen herrührenden Magnetfeldes gerade kompensieren. Diese Kompensation findet aber, wie eine genaue Behandlung des Problems auf Grundlage der Maxwellschen Theorie zeigt, nur statt für eine *gleichförmige* Bewegung des Systems. Eine Beschleunigung müßte dagegen einen kleinen Effekt zeitigen.

Wie die mechanische, so ist auch die elektrische und die magnetische Energie eines Systems eine relative Größe, die je nach dem Bewegungszustand des Beobachters verschiedene Werte hat. Das elektrische Feld eines geladenen Konduktors, das für uns nur elektrostatische Energie besitzt und von keinem wahrnehmbaren magnetischen Feld begleitet ist, wird für einen Beobachter,

der außerhalb der Erde einen Standpunkt einnimmt, auch magnetische Energie besitzen, deren Größe vom Bewegungszustand des Standpunktes abhängt. Um die physikalischen Größen ihrem absoluten Betrage nach zu kennen, fehlt der Physik der im absoluten Raume ruhende Bezugspunkt.

Für alle Erscheinungen in statischen und dynamischen elektrischen und magnetischen Feldern besteht nach der Maxwellschen Theorie, und wie sich auch experimentell gezeigt hat, der Relativsatz, d. h. sie werden von einer gleichförmigen Absolutbewegung nicht verändert, sondern werden lediglich durch relative Lagenänderungen im System bestimmt. In § 437 wird indessen gezeigt werden, daß dies Resultat aus der Theorie nur solange folgt, als Abweichungen von zweiter Ordnung nach der Geschwindigkeit, d. h. Größen, die dem Quadrate des Verhältnisses von System- und Lichtgeschwindigkeit $\left(\frac{v^2}{c^2}\right)$ proportional sind, nicht in Betracht kommen, wenn also die Geschwindigkeit des bewegten Systems nicht zu groß wird. In diesem Falle muß, um die trotzdem sich zeigende Relativität erklären zu können, mit Lorentz eine besondere Hypothese in die Theorie eingeführt werden.

436. Absolute und relative Bewegung bei den optischen Erscheinungen. Da wir von der Lichtbewegung heutzutage wissen, daß sie elektromagnetischer Natur ist, so haben wir auch bei den optischen Erscheinungen die Gültigkeit des Relativsatzes zu erwarten. Die Frage nach dem Einfluß absoluter Bewegungen auf die Gesetze der Lichtfortpflanzung hat bereits lange vor Kenntnis der elektromagnetischen Lichttheorie die Physiker auf das Lebhafteste beschäftigt. In einer großen Zahl wertvoller experimenteller Arbeiten suchte man die Entscheidung der Frage zu erbringen, ob der Äther, der Träger der Lichtbewegung, sich mit der Materie mitbewegt, ob er insbesondere an der Bewegung der Erde im Weltenraum teilnimmt oder ob er in völliger Ruhe verharrt, jede Materie ohne Reibung durchdringend und darum von jedem bewegten Körper unbeeinflußt. Bei der Schnelligkeit der Lichtfortpflanzung sind für solche Versuche große Geschwindigkeiten der Materie erforderlich, und so zielte die große Mehrheit aller Untersuchungen

dahin, einen Einfluß der jährlich periodischen Bewegung der Erde um die Sonne auf optische Erscheinungen festzustellen. Die Geschwindigkeit des Erdballs beträgt bei dieser Bewegung etwa ein Zehntausendstel der Lichtgeschwindigkeit. Bei einigen Versuchen hat man auch den Einfluß der Rotationsbewegung der Erde untersucht, bei welcher ein Punkt am Äquator $\frac{1}{650\,000}$ Lichtgeschwindigkeit hat.

Unter den Versuchen, einen Einfluß der Erdbewegung auf die Gesetze der Lichtfortpflanzung festzustellen, ist an erster Stelle der berühmte Versuch von Arago zu nennen, in welchem sich die Ablenkung des von einem Fixstern herrührenden Lichts durch ein achromatisches Prisma[1]) als unabhängig von der Orientierung auf der Erde erwies. Der Versuch wurde von Arago noch vom Standpunkt der Emissionstheorie diskutiert. Fresnel gab 1818 die Erklärung des Versuchs auf Grund zweier Annahmen. Erstens sollte der Äther in absoluter Ruhe verharren, zweitens sollte die bewegte Materie einen Einfluß auf die Lichtausbreitung haben, indem sie eine Lichtbewegung in bestimmter Weise teilweise mit sich führt. Die Lichtgeschwindigkeit in einem in der Richtung des Strahls mit der Geschwindigkeit v bewegten Körper sollte größer erscheinen, aber nicht um den vollen Betrag v, sondern nur um einen Bruchteil kv. Die Größe k wurde Mitführungskoeffizient genannt. Derselbe

---

1) Stellt man den Versuch nicht mit einem achromatischen, sondern mit einem dispergierenden Prisma an, so sieht man einen Einfluß der Erdbewegung in dem sog. Dopplereffekt. Bewegt sich die Erde mit der Geschwindigkeit v auf den Stern zu, so fängt der relativ zum Stern und zum Raum bewegte Beobachter in der Zeiteinheit mehr Schwingungen auf; die Schwingungszahl n erscheint um die Anzahl $n\frac{v}{c}$ vergrößert, die Periode erscheint verkleinert, und dies macht sich durch eine der Dispersion des Prismas entsprechende Änderung der Strahlablenkung, d. h. durch eine Verschiebung der Spektrallinien nach dem violetten Ende des Spektrums zu kenntlich. Umgekehrte Verschiebung findet bei Entfernung der Erde vom Stern statt. Die entsprechende Erscheinung der Tonhöheänderung bei Bewegung des Hörers oder der Tonquelle ist auch in der Akustik eine wohlbekannte. Der Dopplereffekt muß offenbar der gleiche bleiben, ob der der Erde benachbarte Äther mit derselben mitgeht oder ruht, und kann daher nicht zur Entscheidung der Frage dienen. Im Aragoschen Versuch ist der Dopplersche Effekt natürlich einflußlos.

sollte in einem Medium des Brechungsquotienten n nach Fresnel den Betrag $1 - \frac{1}{n^2}$ haben. Fresnel zeigte, daß, wenn man diese Hypothesen einführt, man nicht nur den Aragoschen Versuch, sondern auch weitere bekannte Experimente über den Einfluß der Erdbewegung völlig erklären kann. Unter diesen letzteren war es ganz besonders die Aberration des Lichts, die äußerst genau bestimmt ($20'', 492 \pm 0'', 006$) werden konnte und stets die ganz besondere Aufmerksamkeit der Astronomen und Physiker erregte. Die Aberration war durch die Fresnelsche Annahme des ruhenden Äthers in einfachster Weise zu erklären. Es war zunächst zu erwarten, daß der Aberrationswinkel größer werden müßte, wenn man in dem Aberrationsversuch das Fernrohr mit einem Medium füllt, in welchem sich das Licht langsamer fortpflanzt. Fresnel zeigte indessen, daß der Winkel genau der gleiche bleiben muß, wenn man eine Mitführung der Lichtbewegung durch die Materie in dem genannten, durch den Mitführungskoeffizienten bestimmten Betrage annimmt. Der Versuch wurde von Boscovich, sowie später sehr genau von Airy mit Wasser ausgeführt, und die Unabhängigkeit des Aberrationswinkels vom Medium festgestellt. Ebenso ist auch die Anwesenheit der Fernrohrlinsen für die Größe der Aberration belanglos. Endlich wurde die Mitführung der Lichtwellen von Fizeau (1851) und später sehr genau von Michelson und Morley (1886) im strömenden Wasser direkt gemessen, und die Richtigkeit des von Fresnel angenommenen Wertes experimentell bewiesen.

Durch die genannten Versuche war indessen der Beweis für die Richtigkeit der ersten Fresnelschen Annahme, nämlich der des ruhenden Äthers, nicht erbracht. Es gelang nämlich Stokes (1845), dem die Annahme, der Äther durchdränge ohne Widerstand selbst so ungeheure Schichtdicken wie die Erde, nicht zulässig erschien, der Nachweis, daß die Erscheinungen der Aberration sich auch vollständig erklären lassen, wenn man eine Mitbewegung des Äthers mit der Materie, d. h. hier also der Erde, zuläßt. Er nahm an, der Äther habe an der Erdoberfläche die gleiche Geschwindigkeit wie die Erde, zeige also kein Gleiten gegen diese, und konnte zeigen, daß man nur noch eine

gewisse weitere Annahme über die Art der Ätherbewegung machen müsse, um die Aberration befriedigend zu erklären. Diese Annahme (Bewegung des Äthers irrotationell, Existenz eines Geschwindigkeitspotentials) leidet allerdings, worauf H. A. Lorentz (1887) hinwies, daran, daß sie hydrodynamisch unmöglich ist. Lorentz konnte aber durch eine Modifikation der Stokesschen Theorie, welche unter Hinzufügung der Annahme des Fresnelschen Wertes für den Mitführungskoeffizienten die Fresnelsche Annahme als Grenzfall (Äthergeschwindigkeit = Null) enthält, beweisen, daß alle optischen Versuche an außerirdischen und an terrestrischen Lichtquellen ihre Erklärung durch die allgemeinere Theorie finden, daß sie also nicht die Entscheidung der Frage nach dem ruhenden oder bewegten Äther erbringen. Es gehören hierher alle die vielen Versuche, welche die Einflußlosigkeit der Erdbewegung auf die Gesetze der Reflexion, Brechung, Doppelbrechung usw. beweisen.

Eine Beobachtung von Fizeau (1860), daß die Drehung, welche die Polarisationsebene eines Lichtstrahles bei dem Durchgang durch geneigte Glasplatten erleidet, mit der Orientierung zur Erdbewegung sich änderte, wurde von ihm als für die Fresnelsche Annahme sprechend ausgelegt. Indessen ist, abgesehen davon, daß die Theorie des Versuchs recht kompliziert ist, derselbe auch später von Brace (1905) mit negativem Erfolg wiederholt worden, also nicht als sicher anzusehen.

Ein Aufschluß über die Frage nach der Ätherbewegung schien aber von dem im folgenden Paragraphen besprochenen Versuch zu erwarten zu sein.

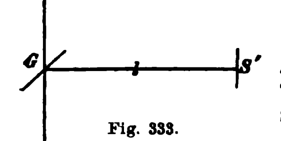


Fig. 333.

437. Der Interferenzversuch von Michelson. In Fig. 333 ist G eine durchsichtige Glasplatte. Dieselbe läßt einen auffallenden Lichtstrahl zum Teil hindurch nach dem Spiegel S, zum Teil reflektiert sie ihn nach dem Spiegel S'. Beide Spiegel reflektieren die auf sie fallenden Strahlen; die reflektierten Strahlen werden von G wieder teils hindurchgelassen, teils reflektiert, und die miteinander laufenden Teile gelangen zur Interferenz. Sind die Entfernungen von S und S' von G gleich l, so ist die Zeit, welche die Strahlen brauchen,

um von G nach einem Spiegel und zurück zu gelangen, für beide Spiegel die gleiche und zwar gleich $\frac{2l}{c}$, wenn c die Lichtgeschwindigkeit. Ist das ganze System aber in der Richtung GS in gleichförmiger Translationsbewegung mit der Geschwindigkeit v begriffen, so ist diese Zeit, vorausgesetzt, daß der Äther sich nicht mitbewegt, für den Strahl GSG gleich

$$\frac{l}{c-v}+\frac{l}{c+v}=\frac{2lc}{c^2-v^2}=\frac{2l}{c\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}.$$

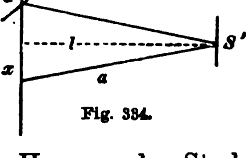


Fig. 334.

Etwas komplizierter liegen die Dinge für den nach dem Spiegel S' verlaufenden Strahl. Von S' wird, wenn das System sich bewegt, nicht mehr der rechtwinklig zur Bewegungsrichtung ausgehende Strahl nach G reflektiert, sondern, weil G während der zum Hin- und Hergang des Strahles benötigten Zeit seine Lage geändert hat, ein etwas geneigter Strahl (Fig. 334). Der Weg dieses Strahles $2a$ verhält sich zu dem vom Spiegel in derselben Zeit zurückgelegten Weg $2x$ wie die Licht- zur Spiegelgeschwindigkeit, d. h.

$$\frac{x}{a}=\frac{v}{c}.$$

Ferner ist

$$a^2=l^2+x^2=l^2+\frac{v^2}{c^2}a^2,$$

also

$$a=\frac{l}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Der Strahl braucht also zum Hin- und Rückgang die Zeit

$$\frac{2l}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Es folgt aus der angestellten Betrachtung, daß die zum Hin- und Hergang nach jedem der beiden Spiegel benötigten, im ruhenden System gleichen Zeiten verschiedene Größen bekommen, sobald das System bezüglich zum Äther eine Translationsbewegung ausführt. Ordnet man also die Spiegel und die Glasplatte G so drehbar an, daß man einmal die Richtung GS, dann die Richtung GS' mit der Richtung der Erdbewegung zusammen-

fallen lassen kann, so muß hierbei eine Verschiebung der Interferenzstreifen eintreten.

Der Versuch wurde zuerst von A. A. Michelson (1881), sodann unter verfeinerten Bedingungen noch einmal von ihm in Gemeinschaft mit E. W. Morley (1887) angestellt und hatte ein negatives Ergebnis. Dasselbe negative Resultat hatte eine nochmalige Wiederholung des Versuchs durch Morley und Miller (1905). Michelson zog aus dem Versuchsergebnis den Schluß, daß die Fresnelsche Hypothese des ruhenden Äthers nicht richtig sein könne, daß vielmehr der Stokesschen Theorie der Vorzug gegeben werden müsse. Ein Versuch Michelsons (1897) mit einer ähnlichen, nur statt horizontal vertikal angeordneten Interferometeranordnung, welcher bezweckte, einen Unterschied in der Mitbewegung des Äthers in verschiedener Höhe über dem Erdboden festzustellen, war auch ohne Erfolg, konnte allerdings, wie Lorentz (1897) bemerkte, auch kein positives Ergebnis haben, sofern mit Stokes eine irrotationelle Ätherbewegung angenommen wird. Immerhin zeigte das Fehlen einer Verschiebung der Interferenzstreifen, daß die Äthermitführung durch die Erde nicht in der Form erfolgen kann, wie etwa eine Kugel eine inkompressible reibende Flüssigkeit mitnimmt (kein Geschwindigkeitspotential).

Da die Grundlagen der Stokesschen Theorie unserer modernen Auffassung von Äther und Materie wenig annehmbar erscheinen, so war eine andere Erklärung für den negativen Ausfall des Michelsonschen Versuchs sehr erwünscht. Dieselbe wurde unabhängig von Fitzgerald und von H. A. Lorentz durch eine überaus interessante Annahme gegeben. Bevor diese besprochen wird, müssen wir einige Bemerkungen über den Standpunkt der Maxwellschen und der Elektronentheorie zu den hier ventilierten Fragen machen.

438. Elektromagnetische Lichttheorie und Relativsatz bei schnellen Bewegungen. Deformation der Materie. Unsere Erörterungen, daß niemals eine konstante Absolutbewegung in elektromagnetischen, also auch optischen Versuchen wahrnehmbar sein soll, scheinen nach dem Bisherigen mit dem theoretischen Inhalt des vorigen Paragraphen in Wider-

spruch, dagegen mit dem negativen Ergebnis des Michelsonschen Versuchs durchaus im Einklang zu stehen. Dies ist aber, wie Lorentz gezeigt hat, nicht der Fall, sondern es müßte nach der elektromagnetischen Lichttheorie doch ein im Michelsonschen Versuch wahrnehmbarer Effekt der Erdbewegung existieren; und zwar deswegen, weil der Relativsatz nach ihr nicht mehr gilt, sobald die Geschwindigkeit des Systems groß wird. Wir erwähnten schon in § 432, daß bei großer Geschwindigkeit eine Verzerrung des elektrischen Feldes eintritt, und daß die träge Masse des Elektrons dann eine Funktion der Geschwindigkeit wird. Solange dies nicht in wahrnehmbarer Weise der Fall, solange ergibt auch die Maxwellsche Theorie des Elektromagnetismus die Gültigkeit des Relativsatzes für alle elektrischen, elektromagnetischen und optischen Erscheinungen. Berücksichtigung des genannten Umstands ergibt aber, wie Lorentz nachwies, Abweichungen von demselben. Diese Abweichungen sind wie die Feldverzerrung bei jeder Geschwindigkeit vorhanden, sie können aber, weil sie dem Quadrat des Geschwindigkeitsverhältnisses proportional sind, d. h. also klein zweiter Ordnung sind, sich erst bei sehr großer Systemgeschwindigkeit bemerkbar machen. Jedoch ist die Michelsonsche Anordnung so empfindlich, daß man einen Einfluß der Translationsgeschwindigkeit der Erde wohl mit ihr bemerken müßte. Trotzdem fehlt er und beweist durch sein völliges Ausbleiben die Gültigkeit des Relativsatzes über die ihm ursprünglich gezogenen Grenzen hinaus. Die Fitzgerald-Lorentzsche Annahme, die zur Erklärung dieser durchs Experiment bewiesenen erweiterten Gültigkeit des Relativsatzes in die elektromagnetische Lichttheorie und überhaupt in die gesamte Physik eingeführt wurde (1892), ist folgende:

> Die Verbindungslinie zweier Punkte eines festen Körpers behält nicht die gleiche Länge, wenn sie einmal der Richtung der Erdbewegung parallel läuft und dann senkrecht dazu gehalten wird, vielmehr ist sie im ersteren Falle im Verhältnis $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ kürzer als im letzteren. Ein jeder Körper erleidet in Richtung seiner Bewegung eine Verkürzung im obigen Betrage, während seine quer zur Bewegung gerichteten Dimensionen unverändert bleiben.

Diese Annahme mag auf den ersten Blick verblüffend erscheinen; sie hat indessen, ganz besonders vom Standpunkt der Elektronentheorie gesehen, nicht gar so viel Unwahrscheinlichkeit, wenn man bedenkt, daß die elektrischen Kräfte durch die Bewegung im obigen Betrage modifiziert werden. Man hat nur ähnliches für alle zwischen den Teilchen der Materie wirkenden Kräfte anzunehmen, um die Längenänderung wohl begreiflich zu finden. Wird die Annahme in die Überlegungen des § 437 eingeführt, so fällt, wie ganz leicht ersichtlich, wegen der dadurch bedingten Verkürzung des optischen Weges für den in der Erdbewegungsrichtung verlaufenden Lichtstrahl jede zeitliche Differenz fort, und das negative Ergebnis des Michelsonschen Versuchs ist damit erklärt. Die Fitzgerald-Lorentzsche Hypothese erweitert demnach die Gültigkeit des Relativsatzes auf beliebige Geschwindigkeiten, sofern sie gleichförmig an Größe und Richtung sind.

Erwähnt werden mag hier, daß die Elektronentheorie der Materie nicht nur die oben erwähnte Fresnelsche Hypothese der Mitführung der Lichtwellen durch die bewegte Materie leicht verständlich macht, sondern sogar, wie Lorentz gezeigt hat, den experimentell bestätigten Fresnelschen Wert für die Größe des Mitführungskoeffizienten ergibt. Die Lichtbewegung teilt sich, wie schon ausführlich in der Theorie der Dispersion (§ 347) erörtert worden ist, zwischen dem Äther und den Elektronen, einen Teil übernimmt der in der Elektronentheorie ruhend gedachte Äther, einen Teil die Elektronen der bewegten Materie; daher die teilweise Mitteilung der Geschwindigkeit der letzteren an die Lichtbewegung.

439. Deformation des Elektrons. Prinzip der Relativität. Einen weiteren großen Schritt vorwärts bedeutete es, als Lorentz die Hypothese der Deformation auf das bewegte Elektron erweiterte (1904). Es gelang ihm der Nachweis, daß, während die Annahme eines starren Elektrons von unveränderlicher Kugelgestalt den Relativsatz für große Geschwindigkeiten nicht zuläßt, der letztere völlig mit der Maxwellschen und Elektronentheorie vereinbar wird, wenn man für das Elektron die gleiche Abplattung in der Bewegungsrichtung zuläßt, die für die

ausgedehnte Materie angenommen wurde. Wie in § 433 bereits erwähnt wurde, bietet auch die Vorstellung einer solchen Deformation des Elektrons der Anschauung keine Schwierigkeiten. Die Einführung des deformierbaren Elektrons in die Elektronentheorie ergibt eine völlige Unabhängigkeit aller beobachtbaren elektrischen und optischen Erscheinungen auch in zweiter Ordnung von einer gleichförmigen Absolutbewegung. Ist die Hypothese richtig, so gilt daher folgender allgemeine Satz:

Alle Beobachtungen, die an einem gleichförmig bewegten materiellen System ein mitbewegter Beobachter machen kann, unterscheiden sich nicht im geringsten von den Beobachtungen, die ein ruhender Beobachter in demselben ruhenden System machen würde. Es ist darum völlig unmöglich, aus irgendwelchen Messungen im System den Absolutwert seiner Geschwindigkeit im Weltenraum festzustellen. Änderungen dieses Wertes an Größe und Richtung sind dagegen zu beobachten.

Man ist seitdem zu der Ansicht gekommen, in diesem Satze eine prinzipielle Eigenschaft der Materie bezüglich aller physikalischen Erscheinungen ausgesprochen zu sehen, und hat nach dem Vorgang von Einstein diesem Satz den Namen „Prinzip der Relativität“ gegeben. Gewissermaßen den umgekehrten Weg wie Lorentz einschlagend, hat Einstein das Relativitätsprinzip als obersten Grundsatz aller physikalischen Erscheinungen an die Spitze seiner Betrachtungen gestellt und von ihm ausgehend mathematisch die Transformationen festgestellt, welche in der Elektrodynamik bewegter Körper anzubringen sind. Es hat sich bei dieser Ausarbeitung der Relativitätstheorie gezeigt, daß fast alle Größen der Physik, die für uns feststehende Begriffe bildeten, eine Umwandlung erfahren, indem sie nicht mehr feste, unveränderliche Größen darstellen, sondern einen relativen Charakter annehmen, indem ihr Wert von der Geschwindigkeit des betreffenden Systems im absoluten Raum abhängt. So gilt dies in erster Linie von dem Begriff der Länge. Dieselbe ist für einen bestimmten materiellen Körper nicht mehr eine bestimmte, absolute Größe, sondern hängt vom Bewegungszustand im Raum ab, indem einem ruhenden Beobachter eine Linie

anders dimensioniert erscheinen muß, wenn sie in ihrer eigenen Richtung sich bewegt, als wenn sie ruht, und zwar in dem von Lorentz angegebenen Verhältnis. Einem Beobachter, der sich mitbewegt, erscheint aber die Länge unveränderlich. Die Länge bildet demnach einen relativen Begriff, der davon abhängt, von welchem Bezugssystem aus man sie definiert.

440. Die Zeitveränderungen in einem bewegten System nach der Relativitätstheorie. Das Relativitätsprinzip verlangt also, daß nur relative Bewegungen eines Systems zum Beobachter von dem letzteren bemerkt werden können, daß es dagegen auf keine Weise möglich sein soll, durch irgendein erdachtes Experiment eine gleichförmige Absolutbewegung eines Systems mitsamt Beobachter nachzuweisen. Die Aussichtslosigkeit des Michelson-Morleyschen Versuchs, welche das Relativitätsprinzip verlangt, führt zu der eben beschriebenen Relativität des Begriffs der Länge, daß nämlich eine jede Längenabmessung in der Bewegungsrichtung im Verhältnis $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ verkürzt wird, wenn v die Geschwindigkeit des Systems, c die des Lichts im absoluten Raum bedeutet. Es folgt daraus gleich weiter, daß die Länge überhaupt ein unbestimmter Begriff ist, indem wir ja nichts von einer etwa vorhandenen Geschwindigkeit unseres Weltensystems im Raum wissen.

Auch die Definitionen der Zeit und des Begriffs Gleichzeitigkeit für zwei Ereignisse bedürfen im bewegten System gewisser Veränderungen, wenn es nicht möglich sein soll, mit Zeitmeßinstrumenten eine Absolutbewegung nachzuweisen. Dies zeigt folgende Überlegung: Es mögen zwei Punkte A und B in der Translationsrichtung des Systems um die Strecke l voneinander getrennt liegen. Dann braucht ein Lichtstrahl, um von A nach B und wieder zurück nach A zu gelangen, im ruhenden System die Zeit $\frac{2l}{c}$, dagegen im bewegten System mit Berücksichtigung der Verkürzung der Strecke l nach Obigem die längere Zeit $\frac{2l}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$. Damit also durch hin- und hergeworfene Lichtsignale zwischen A und B kein Unterschied in

dieser Zeitdauer bemerkt werden kann, müssen Uhren im bewegten System vom ruhenden aus beobachtet langsamer gehen als im ruhenden System. Für den mitbewegten Beobachter geht die bewegte Uhr aber ebenso wie für den ruhenden Beobachter die ruhende Uhr.

Im ruhenden System braucht ferner ein Lichtstrahl natürlich die gleiche Zeit, um von A nach B oder um von B nach A zu gelangen. Dies ist im bewegten System nicht mehr der Fall, es besteht vielmehr hier eine Asymmetrie im Gange der Lichtstrahlen. Findet die Systembewegung von A nach B statt, so braucht der Lichtstrahl mehr Zeit, um von A nach B zu gelangen als umgekehrt. Man könnte nun Vorrichtungen ersinnen, dies nachzuweisen. Sind etwa in A und B zwei Uhren, die im ruhenden System gleichzeitig so schnell aufeinanderfolgende Signale geben, daß ein von A gegebenes Signal in B gerade in dem Moment ankommt, wo B das nächste Zeichen gibt, so wird im ruhenden System auch ein von B gegebenes Signal gerade im Moment des nächstfolgenden Signals von A in A anlangen. Bewegt sich aber das System in der Richtung AB, so wird ein A-Signal in B etwas nach dem folgenden B-Signal, ein B-Signal in A etwas vor dem nächsten A-Signal eintreffen. Damit dies nicht eintritt und experimentell bemerkt werden kann, muß im bewegten System das „gleichzeitige" Signalgeben so erfolgen, daß jedes Signal in B etwas später gegeben wird als in A, d. h. für einen ruhenden Beobachter muß sich die Zeit an zwei in der Translationsrichtung um eine Strecke l auseinander liegenden Orten um einen gewissen Betrag unterscheiden. Der Begriff gleichzeitig ist in einem ruhenden und einem bewegten System nicht mehr derselbe, und es ergibt sich daraus eine weitere Zeittransformation, welche auch Zeit- und Raumgröße in Verbindung treten läßt. Die zeitliche Differenz τ, welche zwei, im ruhenden System gemessen, um die Strecke l in der Translationsrichtung auseinanderliegende synchrone Uhren im bewegten System haben müssen, ist, wie man verhältnismäßig einfach ableiten kann,

$$\tau = \frac{lv}{c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Man sieht aus obigen Betrachtungen, daß auch die Zeit zu einem relativen Begriff wird, indem Uhren in bewegten Systemen je nach deren Geschwindigkeit verschieden schnell gehen und außerdem an verschiedenen Orten verschiedene Zeit angeben, ohne daß indessen für einen mitbewegten Beobachter dies in irgendeiner Weise wahrnehmbar wäre. Es hören also nach der Relativitätstheorie die althergebrachten, voneinander unabhängigen Begriffe von Raum und Zeit auf, als solche zu bestehen, und sind nur noch in unmittelbarer Verknüpfung miteinander brauchbar.

441. Die träge Masse des deformierten Elektrons. Lorentz und Einstein haben auch die aus dem Relativitätsprinzip, also durch die besprochenen Raum-Zeittransformationen sich ergebenden Bewegungsgleichungen für das deformierte Elektron angegeben. Die Abhängigkeit der transversalen und der longitudinalen elektromagnetischen Masse desselben von der Geschwindigkeit ist danach folgende:

$$m_t = \frac{2}{3}\frac{e^2}{a}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

$$m_l = \frac{2}{3}\frac{e^2}{a}\frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^3}}.$$

Hierin ist a der Radius des ruhenden Elektrons, e seine Ladung, die im Zustand der Ruhe als gleichmäßige Oberflächenladung vorausgesetzt ist.

Die Ausdrücke weichen von den Abrahamschen für das starre kugelförmige Elektron recht erheblich ab. Trotzdem ergibt sich das überraschende Resultat, daß die Kaufmannschen Beobachtungen durch die neue Formel für die transversale Masse etwa ebenso gut darstellbar sind, wie durch die in § 432 gegebene Abrahamsche Gleichung. Es bedarf ungemein diffiziler Untersuchungen am bewegten Elektron (β-Strahlen, Kathodenstrahlen), um eine Entscheidung der Frage herbeizuführen, welche Theorie sein Verhalten besser darstellt, die dem Relativitätsprinzip widersprechende Abrahamsche Theorie des starren Elektrons oder die auf dem Prinzip der Relativität fußende Lorentz-Einsteinsche Theorie des deformierbaren Elektrons.

Die Existenz einer dritten, von A. H. Bucherer aufgestellten Theorie des bewegten Elektrons, welche dasselbe auch, nur in etwas anderer Weise, nämlich bei konstant bleibendem Volumen, deformierbar ansieht, soll hier nur beiläufig erwähnt werden. Welche Theorie als die richtige anzusehen ist, darüber gehen zurzeit die Meinungen noch auseinander. Man wird aber wohl die mit dem Relativitätsprinzip im Einklang stehende Theorie des Elektrons als die zu bevorzugende bezeichnen müssen. Kaufmann[1]) hat auf Grund seiner äußerst genau durchgeführten Messungen an den β-Strahlen des Radiums sich allerdings gegen die Lorentz-Einsteinsche Theorie aussprechen müssen. Für die Relativtheorie sprechen vor allem die Ergebnisse der Arbeiten von A. H. Bucherer[2]) an β-Strahlen und von E. Hupka[3]) an lichtelektrisch ausgelösten Kathodenstrahlen. Beide Arbeiten sind jedoch nicht unwidersprochen geblieben.[4])

Erwähnt werden mag hier noch, daß die Relativitätstheorie es ausschließt, daß in der Natur Geschwindigkeiten vorkommen, welche größer sind als die des Lichts. Wie der Ausdruck für die Maßstabsverkürzung zeigt, würde jeder materielle Körper bereits für Lichtgeschwindigkeit zu einem ebenen Gebilde zusammenschrumpfen, und Überlichtgeschwindigkeit führt zu imaginärem Wert, ist also physikalisch undenkbar. Aber auch Lichtgeschwindigkeit ist für Materie schon unmöglich, wie denn auch die träge Masse in diesem Fall unendlich groß wird. Das Gesetz der einfachen Addition von Geschwindigkeiten hört dementsprechend zu bestehen auf, sobald es sich um Geschwindigkeiten von der Größenordnung der Lichtgeschwindigkeit handelt, sonst müßte man durch Zusammensetzung von Geschwindigkeiten eine Überlichtgeschwindigkeit erlangen können.

442. Darstellung der Relativitätstheorie durch Minkowski. Die Relativitätstheorie hat durch H. Minkowski[5])

1) W. Kaufmann, Ann. d. Phys. **19**, 487, 1906.

2) A. H. Bucherer, Ann. d. Phys. **28**, 513, 1909.

3) E. Hupka, Ann. d. Phys. **31**, 169, 1910.

4) A. Bestelmeyer, Ann. d. Phys. **30**, 166, 1909. W. Heil, Ann. d. Phys. **31**, 519, 1910.

5) H. Minkowski, Raum und Zeit. Vortrag geh. auf d. Kölner Naturforscherversammlung. 1908. Phys. Zeitschr. Ausführliche Abhandlung in Gött. Nachr. 1908, p. 53.

eine sehr elegante mathematische Fassung erhalten, die sich auf einer genial erdachten und ungemein übersichtlichen graphischen Darstellung ihrer Raum-Zeittransformationen aufbaut. Nur in kurzer Andeutung kann hier der Grundgedanke wiedergegeben werden. Von der Tatsache ausgehend, daß man niemals einen Ort anders als zu einer bestimmten Zeit bemerken und eine Zeit anders als an einem Ort beobachten kann, daß also Raum und Zeit nur verbunden Gegenstand unserer Wahrnehmung sind, werden die drei Achsen der Raumkoordinaten durch eine vierte, die Zeitachse vermehrt. Ein Punkt in diesem System, Weltpunkt genannt, entspricht einem bestimmten Wertsystem x, y, z, t, d. h. einem Ort in einem bestimmten Zeitmoment. Ortsveränderung geht während einer Zeitveränderung vor sich, ein anderer Punkt stellt einen anderen Ort zu anderer Zeit dar, eine Linie im System, eine sog. Weltlinie, gibt dann das Bild für den Lebenslauf eines substantiellen Punktes, der von Weltpunkt zu Weltpunkt gelangt. Bewegt sich der Punkt nur in der Richtung der x-Achse, so verläuft die Weltlinie ganz in der Ebene der Achsen x und t. Eine zur t-Achse parallele Gerade in dieser Ebene bedeutet dann einen ruhenden Punkt, indem mit wachsendem t die Größe x unverändert bleibt. Eine um den Winkel α gegen die t-Achse geneigte Gerade bedeutet konstante Geschwindigkeit des Punktes, die den Wert $v = \operatorname{tang} \alpha$ hat. Trägt man auf der Zeitachse statt der Zeit t die Werte ct ab, so ist $\operatorname{tang} \alpha = \frac{v}{c}$, d. h. die Tangente des Neigungswinkels der Geraden gibt die Geschwindigkeit des Punktes mit der Lichtgeschwindigkeit c als Einheit an. Konstruiert man in der x-ct-Ebene eine Hyperbel mit der Gleichung $c^2t^2 - x^2 = 1$, zieht vom Anfangspunkt der Koordinaten eine beliebige Gerade, die die Hyperbel schneidet, legt ferner im Schnittpunkt die Tangente an die Hyperbel und durch den Koordinatenanfang eine Parallele zu dieser Tangente, so bildet diese Parallele mit der gezogenen Geraden ein schiefwinkeliges Koordinatensystem, das so beschaffen ist, daß die Transformation der Koordinaten von dem alten auf dieses neue System die Raum-Zeittransformationen der Relativitätstheorie darstellt.

Schluß.

Die letzten Abschnitte dieses Buches haben dargetan, wie fruchtbar sich die Elektronentheorie auf den verschiedensten Gebieten der Physik gezeigt hat, wie sie häufig in denkbar einfachster Weise das Wesen von Erscheinungen erkennen läßt, deren Erklärung auf anderem Wege sehr gezwungen oder überhaupt unmöglich ist. Die Theorie ist indessen in keiner Weise als ein fertiges Gebäude zu betrachten. Unter den Händen bedeutender Baumeister ist dieses aber in einem rapiden Fortschritt begriffen, und dauernd mehrt sich die Fülle des zusammengetragenen experimentellen Baumaterials, das durch die Theorie zu festen Mauern verkittet wird. Und wenn sich auch noch hie und da Risse und Öffnungen zeigen, die der Ausfüllung bedürfen, so können solche doch der bereits jetzt erlangten Festigkeit des Baues keinen Eintrag mehr tun. Die Schlußbetrachtungen im letzten Abschnitt haben weiter gezeigt, daß das Gebäude ein sehr neuartiges ist, und es zunächst sehr unbequem erscheint, dem Rufe der Bauherren in dasselbe zu folgen. Heißt dies doch nichts weniger, als mit den bisherigen Anschauungen zu brechen und von fast allen überkommenen, fundamental erscheinenden Begriffen sich loszusagen. Die unantastbar geglaubten, grundlegendsten Werte, Raum und Zeit, sie verlieren ihre Selbständigkeit und sollen, um die einleitenden Worte Minkowskis zu seinem denkwürdigen Vortrag auf der 80. Naturforscherversammlung zu Köln zu benutzen, „von Stund an völlig zu Schatten herabsinken, und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren."

SACHREGISTER.

42*

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Encyklopädie der Elementar-Mathematik. Ein Handbuch für Lehrer und Studierende von **H. Weber** und **J. Wellstein**, Professoren an der Universität Straßburg i. E. In 3 Bänden. gr. 8.

I. **Elementare Algebra und Analysis.** Bearbeitet von **H. Weber.** 3. Auflage. Mit 40 Figuren. [XVIII u. 532 S.] 1909. Geb. *M.* 10.—

II. **Elemente der Geometrie.** Bearbeitet von **H. Weber, J. Wellstein** und **W. Jacobsthal.** 2. Aufl. Mit 251 Figuren. [XII u. 596 S.] 1907. Geb. *M.* 12.—

III. **Angewandte Elementar-Mathematik.** Bearbeitet von **H. Weber, J. Wellstein** und **R. H. Weber** (Rostock). Mit 358 Figuren. [XIII u. 666 S.] 1907. Geb. *M.* 14.—

Das Werk verfolgt das Ziel, den künftigen Lehrer auf einen wissenschaftlichen Standpunkt zu stellen, von dem aus er imstande ist, das, was er später zu lehren hat, tiefer zu erkennen und zu erfassen, und damit den Wert dieser Lehren für die allgemeine Geistesbildung zu erhöhen. — Das Ziel dieser Arbeit ist nicht in der Vergrößerung des Umfanges der Elementar-Mathematik zu ersehen oder in der Einkleidung höherer Probleme in ein elementares Gewand, sondern in einer strengen Begründung und leicht faßlichen Darlegung der Elemente. Das Werk ist nicht sowohl für den Schüler selbst als für den Lehrer und Studierenden bestimmt, die neben jenen fundamentalen Betrachtungen auch eine für den praktischen Gebrauch nützliche, wohlgeordnete Zusammenstellung der wichtigsten Algorithmen und Probleme darin finden werden.

„. . . Zwei Momente müssen hervorgehoben werden, die dem Buche das Gepräge verleihen. Das eine liegt darin, daß die grundlegenden Fragen der Geometrie eine eingehende Behandlung erfahren, in einem Umfange, wie er in zusammenfassenden Werken sonst nicht anzutreffen ist. . . . Das zweite Moment ist in dem Umstande zu erblicken, daß die Verfasser es nicht darauf angelegt haben, eine pragmatische Vorführung des üblichen Vorrats an geometrischen Sätzen, Konstruktionen und Rechnungen zu geben, sondern daß es ihnen mehr darum zu tun war, an ausgewähltem Material die wissenschaftlichen Methoden der Geometrie zur Geltung zu bringen und überall auf die Grundfragen einzugehen. Ist so die theoretische Seite, namentlich in einigen Abschnitten, stark zum Ausdruck gekommen, so ist doch auch auf die praktischen Bedürfnisse Rücksicht genommen, die freilich erst mit dem dritten Bande ihre endgültige Befriedigung finden sollen; doch ist dafür an verschiedenen Stellen, so in der Trigonometrie und in der analytischen Geometrie, schon vorgearbeitet worden. . . . So darf der Inhalt des zweiten Bandes der ‚Encyklopädie der Elementar-Mathematik' als ein sehr reichhaltiger bezeichnet werden, der über die Grenzen dessen, was in der Schule geboten werden kann, erheblich hinausführt, der aber auch — und das ist noch wichtiger und offenkundig der Hauptzweck des Werkes — eine Vertiefung des geometrischen Wissens vermittelt. Jüngere Lehrer der Mathematik werden das Buch gewiß oft und mit Nutzen zu Rate ziehen, namentlich wenn sie im Unterrichte zu prinzipiell wichtigen Fragen kommen, um sich über die leitenden Gedanken zu orientieren."

(Zeitschrift für das Realschulwesen.)

Lehrbuch der Experimentalphysik. Von Geh. Regierungsrat Dr. **A. Wüllner,** weil. Professor an der Technischen Hochschule zu Aachen. In 4 Bänden.

I. Band: **Allgemeine Physik und Akustik.** 6., verbesserte Auflage, bearbeitet von **A. Wüllner** und **A. Hagenbach.** Mit 333 Abbildungen und Figuren. [XIV u. 1058 S.] 1907. Geh. *M.* 16.—, in Halbfranz geb. *M.* 18.—

II. — **Die Lehre von der Wärme.** 5. Auflage. Mit 131 Abbildungen und Figuren. [XI u. 936 S.] gr. 8. 1896. Geh. *M.* 12.—, in Halbfranz geb. *M.* 14.—

III. — **Die Lehre vom Magnetismus und von der Elektrizität** mit einer Einleitung: Grundzüge der Lehre vom Potential. 5. Auflage. Mit 341 Abbildungen und Figuren. [XV u. 1415 S.] gr. 8. 1897. Geh. *M.* 18.—, in Halbfranz geb. *M.* 20.—

IV. — **Die Lehre von der Strahlung.** 5. Auflage. Mit 299 Abbildungen und Figuren im Text und 4 lithogr. Tafeln. [XII u. 1012 S.] gr. 8. 1899. Geh. *M.* 14.—, in Halbfranz geb. *M.* 16.—

Bei gleichzeitigem Bezuge aller 4 Bände ermäßigt sich der Gesamtpreis des Werkes geh. auf *M.* 32.—, in Halbfranz geb. auf *M.* 40.—

Die wissenschaftlichen Vorzüge dieses reich ausgestatteten Lehrbuches sind von der Kritik einstimmig anerkannt worden. Das Werk hat sich die Aufgabe gestellt, einerseits die physikalischen Lehren in weiteren Kreisen bekannt zu machen, andererseits denen, die tiefer in das Gebiet des physikalischen Wissens eindringen wollen, als Vorschule zu dienen; es hat aber, ohne den ersten Zweck außer acht zu lassen, die zweite wissenschaftliche Aufgabe mehr ins Auge gefaßt, als dies von den verbreitetsten Lehrbüchern der Physik bis jetzt geschehen ist. In der vorliegenden sechsten Auflage des ersten Bandes ist an dem Charakter des Werkes nichts geändert. Sie sucht den neueren Arbeiten gerecht zu werden, die bis zum Jahre 1906 berücksichtigt sind. Das Buch soll unter dem steten Hinweise auf die Originalarbeiten eine Übersicht geben über den augenblicklichen Stand der experimentellen Physik und über die theoretischen Auffassungen, zu denen die Physik zurzeit gelangt ist. Nur auf eine, wie wir glauben, nicht unwesentliche Verbesserung nach der historischen Seite möge hingewiesen werden: bei den Zitaten der einzelnen Arbeiten haben die Verfasser die Zahl des betreffenden Erscheinungsjahres hinzugefügt, so daß hierdurch auch eine Übersicht der historischen Entwicklung der Physik gegeben ist

„Der Inhalt umfaßt alles, was gegenwärtig auf dem Gebiete der Wissenschaft bekannt ist, und sind die diesbezüglichen Abhandlungen sehr ausführlich und klar gehalten, wobei aus den einschlägigen Spezialfächern das Notwendige angeführt und durch Angabe der betreffenden Quellen und Werke zu einem übersichtlichen Ganzen verarbeitet ist. Das Lehrbuch ist namentlich den Studierenden der Hochschulen hinsichtlich der Systematik wärmstens zu empfehlen."

(Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereins.)

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Grundlinien einer Experimentalphysik für Ingenieure. Nach Vorlesungen, gehalten an der Technischen Hochschule München, von Professor Dr. **Hermann Ebert**, München. In 2 Bänden. [ca. 600 S.] gr. 8. Geb. [Band I erscheint im Januar 1911.]

Lehrbuch der praktischen Physik. Von weil. Dr. **Friedr. Kohlrausch** in Marburg. Zugleich als elfte, stark vermehrte Auflage des Leitfadens der praktischen Physik. Mit 400 Figuren. [XXXII u. 736 S.] gr. 8. 1910. Geb. *M.* 11.—

Unter den praktischen Einführungen in das physikalische Experimentieren nimmt „Der Kohlrausch" der Kritik nach die erste Stelle ein. Davon zeugt auch die große Anzahl seiner Auflagen. Dem Anfänger bietet er einen sicheren Wegweiser für alle physikalischen Arbeiten, dem wissenschaftlich Weiterarbeitenden eine Fülle trefflichen Nachschlagematerials. Den angehenden Praktikanten führt er von den einfachsten technischen Handhabungen, die er im Anfang erlernen muß, bis zu den schwierigsten Untersuchungen und feinsten Messungen. Mit großer Präzision ist der nötige mathematische Formelschatz entwickelt. In der neuesten Auflage wurden besonders die Kapitel über Elektrometrie, Wechselströme erweitert sowie die elektrochemischen und elektrotechnischen Abschnitte. Hinzugekommen ist ein Kapitel über Radioaktivität, mit dem der Verfasser jedem Leser des Buches einen willkommenen Zuwachs zu bieten hofft.

„... Alles in allem hat man den Eindruck, daß sich das Buch nachgerade asymptotisch der Linie nähert, über die hinaus es nicht mehr vervollkommnet werden kann. An der glanzvollen Entwicklung der deutschen Physikerschule hat das Kohlrauschsche Buch in allen seinen Auflagen einen schwerwiegenden Anteil gehabt. Mit der neuen Auflage und dem veränderten Namen wird es sicherlich dieser seiner schönen Mission treu bleiben und reichen Segen zu stiften fortfahren." (**Physikalische Zeitschrift.**)

„... Eine ganz besondere Bedeutung hat ferner das vorliegende Werk als Nachschlagebuch, denn in knapper und doch verständlicher Form umfaßt es einen außerordentlich reichen Inhalt und bringt vieles, was man in sehr umfangreichen Lehrbüchern vergebens sucht." (**Zeitschrift für das Realschulwesen.**)

Lehrbuch der Physik. Zum Gebrauch beim Unterricht, bei akademischen Vorlesungen und zum Selbststudium. Von **E. Grimsehl**, Direktor der Oberrealschule auf der Uhlenhorst zu Hamburg. Mit 1091 Figuren, 2 farbigen Tafeln und Tabellen physikalischer Konstanten und Zahlentabellen. [XII u. 1052 S.] gr. 8. 1909. Geh. *M.* 15.—, geb. *M.* 16.—

„Dieses in jeder Beziehung zeitgemäße Werk des bekannten Verfassers, der durch zahlreiche praktische Apparatkonstruktionen und methodische Arbeiten geschätzt ist, vereinigt alle Eigenschaften, die es befähigen, ein unentbehrliches Lehr- und Lernmittel zu geben. Es fesselt durch die unmittelbare Verständlichkeit, durch die zahlreichen zum Teil eigenartigen vorzüglichen Abbildungen, und durch höchst angenehmen, übersichtlichen Druck, und die Meisterschaft, womit überall das richtige Verhältnis zwischen Induktion und Deduktion getroffen ist, wird schwer zu überbieten sein. Daß sehr vieles in dem Buche original ist, ist angesichts des Erfolges, mit dem der Verfasser alle Gebiete der Physik durcharbeitet und zum Teil persönlich gestaltet hat, nicht verwunderlich. Das Buch hat aber noch andere wertvolle Eigenschaften. Es enthält in richtigem Maße eingestreute geschichtliche Bemerkungen. ..." (**Neue Jahrbücher für Pädagogik.**)

„... Man merkt allenthalben, daß das Buch direkt aus dem Unterricht herausgewachsen ist. Es ist ebenso gründlich als anregend. Es enthält sehr viele originelle Versuchsanordnungen und kann bei seiner großen Ausführlichkeit gar manche Gebiete viel besser durcharbeiten als die landläufigen Lehrbücher und Leitfäden. Von den einfachsten Elementen der Infinitesimalrechnung hat der Verfasser an verschiedenen Stellen Gebrauch gemacht. Daß der Verfasser nicht dogmatische Hypothesen und Theorien voranstellt, sondern immer zeigt, wie dieselben entstanden sind und inwieweit sie Berechtigung haben, kann, wer es mit dem Unterricht ernst meint, nur billigen. ... Das Buch ist allen Physiklehrern auf wärmste zu empfehlen."
(**Vierteljahrsberichte des Wiener Vereins zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts.**)

Taschenbuch für Mathematiker und Physiker. Unter Mitwirkung von **Fr. Auerbach, O. Knopf, H. Liebmann, E. Wölffing** u. a. herausgegeben von **Felix Auerbach.** I. Jahrgang 1909/10. Mit einem Bildnis Lord Kelvins. [XLIV u. 450 S.] 8. 1909. Geb. n. *M.* 6.—

—— II. Jahrgang 1911. Unter Mitwirkung von **D. Hilbert, H. Greinacher, G. Hessenberg, O. Knopf, H. Liebmann, W. Lietzmann, H. Reissner, K. Simons, O. Töplitz, W. Wien** und **R. Ziegel** herausgegeben von **F. Auerbach** und **R. Rothe.** Mit einem Bildnis H. Minkowskis. [ca. 500 S.] 8. Geb. ca. *M.* 6.— [Erscheint im Dezember 1910.]

Leitfaden zum elektrotechnischen Praktikum. Von Dr. **G. Brion**, Privatdozent an der Technischen Hochschule zu Dresden. Mit 380 Figuren. [XIV u. 404 S.] gr. 8. 1910. Geh. *M.* 10.—, geb. *M.* 11.—

Das Werk will dem Studierenden ein Wegweiser durch das so wichtige elektrotechnische Praktikum sein. Es behandelt speziell die für den Techniker in Betracht kommenden experimentellen Untersuchungen im Laboratorium. Nach einigen einleitenden Aufgaben aus der Physik folgen die besonders leicht zu überblickenden Verhältnisse bei den einfachen Maschinen, ihre konstruktive Ausführung und die Untersuchung ihrer Eigenschaften. Nach Möglichkeit ist stets der Zusammenhang zwischen den physikalischen Grundgesetzen und denjenigen technischen Erscheinungen festgelegt, welche in den Laboratoriumsaufgaben behandelt werden. Um dieses Ziel zu erreichen, mußte manches mit hineingenommen werden, was eigentlich in ein Lehrbuch der Elektrotechnik gehört; anderseits wurde auf die konkrete Ausführung der modernen Maschinen, Apparate, Instrumente und deren Eigenschaften besonderes Gewicht gelegt.

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Beispiele und Übungen aus Elektrizität und Magnetismus. Von Professor Dr. **Robert Weber**, Neuchâtel (Schweiz). Mit 74 Figuren. [VIII u. 330 S.] 8. 1910. [Unter der Presse.]

Wissenschaftliche Grundlagen der Elektrotechnik. Von **Galileo Ferraris**, weil. Professor an der Universität Turin. Nach den Vorlesungen über Elektrotechnik, gehalten in dem R. Museo Industriale in Turin, deutsch herausgegeben von Dr. **Leo Finzi**, Professor an der Kgl. Technischen Hochschule zu Aachen. Mit 161 Figuren. [XII u. 358 S.] gr. 8. 1901. Geb. *M.* 12.—

Die Erfindung des magnetischen Drehfeldes durch Galileo Ferraris, welche einen neuen gewaltigen Aufschwung der elektrischen Industrie einleitete, hat den Namen dieses genialen italienischen Forschers weit über die Grenzen seines Vaterlandes hinaus bekannt gemacht. Nicht minder aber verdienen in weiteren Kreisen bekannt zu werden seine theoretischen Vorlesungen über Elektrotechnik. Denn theoretische Erörterungen, welche von einem Forscher stammen, der auf dem Gebiete der Praxis bahnbrechend wirkte, müssen besonders wertvoll erscheinen, weil von vornherein anzunehmen ist, daß darin den Forderungen der Praxis gebührend Rechnung getragen wird. Dieses geschieht denn auch durchaus in dem vorliegenden Werke, welches nach den Vorlesungen, die Galileo Ferraris an dem Reale Museo Industriale in Turin über die Grundlagen der Elektrotechnik hielt, zusammengestellt und unter der wissenschaftlichen Mitwirkung von Dr. Rudolf Blochmann in deutscher Übersetzung von Dr. Leo Finzi herausgegeben worden ist. — Das Werk behandelt in sechs Kapiteln das Gesamtgebiet der Elektrotechnik auf Grund der von Faraday und Maxwell entwickelten Anschauungen, welche durch die genialen Arbeiten von Heinrich Hertz ihre glänzende experimentelle Bestätigung gefunden haben.

Theorie der Elektrizität. Von **M. Abraham**, Professor am R. Istituto Tecnico Superiore zu Mailand.

I. Band. **Einführung in die Maxwellsche Theorie der Elektrizität.** Mit einem einleitenden Abschnitte über das Rechnen mit Vektorgrößen in der Physik. Von **A. Föppl.** 3. Aufl. von M. Abraham. Mit 11 Fig. [XVIII u. 460 S.] gr. 8. 1907. Geb. *M.* 12.—

II. — **Elektromagnetische Theorie der Strahlung.** Von **M. Abraham.** 2. Auflage. Mit 6 Figuren. [XI u. 404 S.] gr. 8. 1908. Geb. *M.* 10.—

Der bereits in 3. Auflage vorliegende erste Band des Werkes beginnt mit der allgemeinen mathematischen Behandlung der Vektoren und der Vektorfelder und versieht so den Leser mit dem Rüstzeug, dessen er beim Studium der modernen Elektrizitätstheorie bedarf. Die physikalischen Grundlagen der Maxwellschen Theorie werden auf induktivem Wege entwickelt, indem von den Gesetzen der statischen und stationären elektrischen und magnetischen Felder ausgegangen und erst dann zu den elektromagnetischen Feldgleichungen aufgestiegen wird; diese werden durch zahlreiche Anwendungen, insbesondere auf elektrische Wellen, dem Verständnis nahegerückt. Die Theorie des Ferromagnetismus und die Elektrodynamik bewegter Körper bilden den Schluß des Bandes; hier bietet sich öfters Gelegenheit, auf die Auffassungen der Elektronentheorie anzuspielen. Die Dynamik der Elektronen, die in dem zweiten Bande ausführlich entwickelt wird, gibt die Grundlage für die Theorie beider Arten elektromagnetischer Strahlung. Bei der Behandlung der Dispersion, der Magneto-Optik und der Optik bewegter Körper schließt der Verfasser sich im wesentlichen an H. A. Lorentz an. Er löst auf Grund der Lorentzschen Theorie das Problem der Reflexion des Lichts durch einen bewegten Spiegel und leitet so das thermodynamische Gesetz der strahlenden Wärme ab. Gewisse für die drahtlose Telegraphie fundamentale Sätze über die Strahlung, die von hochfrequenten Strömen in linearen Leitern, insbesondere in Sendeantennen, ausgeht, haben im zweiten Bande ihren Platz gefunden. Beide Bände zusammen vermitteln eine umfassende Kenntnis des gegenwärtigen Standes der Elektrizitätstheorie.

„... Die Behandlung der Elektrizitätslehre hat durch die Einführung der Vektorgrößen an Stelle ihrer Komponenten außerordentlich an Klarheit und Durchsichtigkeit gewonnen, so daß das Rechnen mit Vektoren sich immer mehr Bahn bricht und manche Autoren, namentlich englische, sich ausschließlich ihrer bedienen. Der Elektrotechniker, der tiefer in die Materie seines Faches eindringen will, wird sich daher wohl oder übel mit dieser neueren mathematischen Sprache beschäftigen müssen, und da könnten wir ihm hierzu kaum ein besseres Werk als das Föpplsche anraten, indem er nebstbei in vollendeter Weise in die Maxwellsche Theorie eingeführt wird." **(Zeitschrift des Österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereins.)**

Neuere Fortschritte auf dem Gebiete der Elektrizität. Von Dr. **F. Richarz**, Professor an der Universität Marburg. 2. Auflage. Mit 97 Abbildungen. [VI u. 128 S.] gr. 8. 1902. Geb. *M.* 1.50.

Zweck der Schrift ist, in zwar wissenschaftlicher, aber gemeinverständlicher Weise, ohne Zuhilfenahme mathematischer Entwicklungen, diejenigen Vorstellungen und Versuche auseinanderzusetzen, welche dem elektrischen und magnetischen absoluten Maßsysteme, den Hertzschen elektrischen Schwingungen und seinen elektrischen Wellen, der Telegraphie ohne Draht und den Tesla-Strömen zugrunde liegen.

„... Gleich ausgezeichnet nach Form und Inhalt, kann die Lektüre des Büchleins jedem aufs wärmste empfohlen werden, der sich für die Ergebnisse und Probleme der neueren Forschung auf dem Gebiete der Elektrizität interessiert. Auch der Fachmann wird an der eleganten und geistreichen Darstellung des Verfassers — insbesondere in den Auseinandersetzungen über die Faraday-Maxwellsche Theorie — seine Freude haben. . . ." **(Archiv der Mathematik und Physik.)**

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Elektrizitäts-Durchgang in Gasen. Von **J. J. Thomson,** D. Sc. Lld. Ph. D. Er. S. Fellow etc. Deutsche autorisierte Ausgabe unter Mitwirkung des Autors besorgt und ergänzt von Dr. **Erich Marx,** Privatdozent an der Universität Leipzig Mit 187 Figuren. [VII u. 587 S.] gr. 8. 1906. Geh. *M* 18.—, geb. *M* 19.—

Das neu erforschte Gebiet der Kathodenstrahlen, der Röntgenstrahlen, der photoelektrischen Erscheinungen und der Radioaktivität, das je länger je mehr in die Interessensphären der gesamten Naturwissenschaft eingreift, findet in vorstehendem Werke eine zusammenfassende Darstellung: die 19 Kapitel des Werkes bilden in sich abgerundete Monographien der Spezialgebiete der Gasentladung, der Radioaktivität und der Röntgenstrahlung. Die schnelle Aufklärung des Gebietes ist ein glänzender Beweis der Fruchtbarkeit gaskinetischer Vorstellungen: die stets auf den Mechanismus des physikalischen Vorganges gerichtete Fragestellung zeitigte im Cavendish Laboratorium die ersten Messungen der Wanderungsgeschwindigkeit der Ionen im Gase, führte J. J. Thomson zuerst zu der fruchtbaren, die Erscheinungen der Funkenentladung voll beherrschenden Idee, der Ionisation durch Ionenstoß, hat in der Kathodenstrahlung die Elektronen erkennen gelehrt und hat neuerdings zu einer die Erscheinungen der Radioaktivität umfassenden, für die Vorstellung vom Aufbau der Materie tiefbedeutenden Hypothese geführt. Die vom Bilde ausgehende, vor Einsetzen der mathematischen Analyse die dem Vorgange zugrunde liegende Mechanik der Erscheinungen klar explizierende Darstellung wird es auch dem der analytischen Methode fern Stehenden ermöglichen, einen Einblick in das neue Gebiet zu gewinnen. Um hier dem Leser das Studium zu erleichtern, ist die deutsche Ausgabe mit Marginalien versehen, die den Inhalt der einzelnen Abschnitte sofort beim Durchblättern erkenntlich machen. Im übrigen ist in der deutschen Ausgabe den Fortschritten, die die Wissenschaft seit Erscheinen des englischen Werkes zu verzeichnen hat, Rechnung getragen.

Anfangsgründe der Maxwellschen Theorie verknüpft mit der Elektronentheorie. Von Dr. **Fr. Richarz,** Professor an der Universität Marburg Mit 69 Figuren. [IX u. 246 S.] gr. 8. 1909. Geh. *M* 7.—, in Leinwand geb. *M* 8.—

„Obwohl das Buch nur wenig über 200 Seiten umfaßt, kommen doch alle wesentlichen Punkte zur Sprache. Die mathematischen Ableitungen sind durchweg klar und leicht verständlich gehalten, und die physikalische Bedeutung der theoretischen Überlegungen findet überall die für das Verständnis nötige Berücksichtigung. Das Buch kann daher sowohl jenen, die sich auf dem Gebiet der Elektrizitätslehre bloß orientieren wollen, als jenen, die ein tieferes Eindringen beabsichtigen, wärmstens empfohlen werden, besonders da es durch die Benutzung der Begriffe der Elektronentheorie und durch die Einführung der Elemente der Vektoranalysis den Leser für das Studium der ausführlicheren Originalarbeiten wohl vorbereitet und ausrüstet."
(Naturwissenschaftliche Rundschau.)

The Theorie of Electrons and its Applications to the Phenomena of Light and Radiant Heat. A course of lectures delivered in Columbia University, New York, in March and April 1906 by **H. A. Lorentz,** Professor in the University of Leiden, Lecturer in mathematical physics in Columbia University for 1905—1906. [IV u. 322 S.] gr. 8. 1909. Geh. *M* 8.—, geb. *M* 9.—.

Dieses Werk ist aus Vorlesungen entstanden, die der Verfasser im Frühjahr 1906 an der Columbia University in New York gehalten hat. Es behandelt: 1. Die allgemeinen Prinzipien und die Theorie freier Elektronen; 2. Die Emission und Absorption von Wärmestrahlen; 3. Die Theorie des Zeeman-Effektes; 4. Die Fortpflanzung des Lichtes in einem aus Molekülen bestehenden System und die Theorie des inversen Zeeman-Effektes; 5. Die optischen Erscheinungen in bewegten Körpern. In einem Anhang werden mathematische Berechnungen, die im Texte nur in großen Zügen angedeutet sind, ausführlich gegeben.

Einleitung in die theoretische Elektrizitätslehre. Von Dr. **J. Wallentin,** Regierungsrat und Landesschulinspektor in Wien. Mit 81 Figuren. [X u. 444 S.] gr. 8. 1904. Geb. *M* 12.—

Das Buch entwickelt die Grundsätze der mathematischen Theorie der Elektrizität und des Magnetismus. Es verfolgt als hauptsächlichsten Zweck, den Studierenden zu befähigen, die Originalwerke und Abhandlungen auf dem Gebiete der mathematischen Theorie der Elektrizität und des Magnetismus mit Erfolg lesen zu können; deshalb wurde die Darstellung der einzelnen Lehren möglichst ausführlich und unter Vermeidung rechnerischer Schwierigkeiten gehalten.

Über Elektronen. Vortrag, gehalten auf der 77. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Meran. Von Dr. **W. Wien,** Professor an der Universität Würzburg. 2., die Fortschritte der Wissenschaft berücksichtigende Auflage. [39 S.] gr. 8. 1909. Geh. *M* 1.40.

Seitdem der Begriff der Elektronen in die Wissenschaft eingeführt wurde, haben sich im Zusammenhang mit ihm eine Fülle ungeahnter neuer Naturvorgänge und weittragender theoretischer Folgerungen ergeben. In diesem Vortrage werden die wichtigsten Ergebnisse, die auf diesem Gebiete gewonnen sind, in einer auch dem Nichtfachmann faßlichen Form dargelegt. Dabei handelt es sich nicht nur um subtile Experimente und komplizierte Anordnungen von Apparaten, sondern auch um theoretische Probleme, zu deren Bewältigung häufig die äußerste Anspannung der von der mathematischen Analyse entliehenen Kräfte erforderlich ist.

„Wiens Vortrag erregte seinerzeit durch die Klarheit des Ausdruckes und die geschickte Verständlichmachung schwierigster Untersuchungen berechtigtes Aufsehen. Ihn noch besonders zu empfehlen, ist überflüssig. Nur darauf sei hingewiesen, daß seine Lektüre auch für die Schüler der obersten Klassen sehr angezeigt wäre. Den Vortrag begleiten 29 Anmerkungen. Die Ausstattung des Heftes ist sehr vornehm." **(Zeitschrift für das Realschulwesen.)**

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin.

Mathematische Einführung in die Elektronentheorie. Von Dr. A. H. Bucherer, Privatdozent an der Universität Bonn. Mit 14 Figuren. [IV u. 148 S.] gr. 8. 1904. Geb. ℳ 3.20.

Die wunderbaren Entdeckungen auf dem Gebiete der Radioaktivität und der Gasentladungen haben den Physiker mit ungeahnten Eigenschaften der Materie bekannt gemacht und ihn genötigt, seine Vorstellungen von dem Wesen der Materie und allgemein der physikalischen Erscheinungen einer weitgehenden Revision zu unterziehen. Bei der sich heute vollziehenden Umgestaltung rückt das Elektron mehr und mehr in den Vordergrund und wird allmählich zum Fundament des theoretischen Aufbaues der Physik. Der Forscher, welcher dieser eminent wichtigen Entwicklung folgen will, sei es nun, daß er theoretisch oder daß er experimentell auf dem Gebiete der Elektronenphänomene tätig ist, muß sich durchaus mit den mathematischen Grundlagen der Theorie vertraut machen. Ihm hierzu einen Leitfaden an die Hand zu geben, ist das Bestreben des Verfassers gewesen, und zwar hat er die einfachsten mathematischen Hilfsmittel zu diesem Zwecke verwandt. Das prinzipiell Wichtige auf dem Einzelgebiete der Elektronentheorie ist so eingehend behandelt, daß es zur Beherrschung der Theorie ausreichen dürfte.

Einführung in die Maxwellsche Theorie der Elektrizität und des Magnetismus. Von Dr. Cl. Schaefer, Privatdozent an der Universität Breslau. Mit einem Bilde J. C. Maxwells und 32 Figuren. [VIII u. 174 S.] 8. 1908. Steif geh. ℳ 3.40, geb. ℳ 3.80.

Der Verfasser war bemüht, mit den einfachsten Mitteln eine möglichst durchsichtige Darstellung des Faraday-Maxwellschen Gedankenkreises zu geben; die zum Verständnis notwendigen mathematischen Vorkenntnisse sind auf ein Minimum reduziert. Die Darstellung zerfällt in 5 Kapitel. Das erste behandelt die elektrostatischen Phänomene, das zweite die Gesetze der Magnetostatik. In den Kapiteln 3 und 4 (Elektromagnetismus und Induktion) dringt die Darstellung zu den allgemeinen Maxwellschen Gleichungen vor; im 5. Kapitel endlich werden sie auf die für die Maxwellsche Theorie charakteristischen Phänomene, die elektrischen Wellen in Isolatoren und Leitern angewendet, unter besonderer Berücksichtigung der elektromagnetischen Lichttheorie.

Einführung in die Theorie des Magnetismus. Von Dr. Richard Gans, Professor an der Universität Tübingen. Mit 40 Figuren. [VI u. 110 S.] 8. 1908. Kart. ℳ 2.40, geb. ℳ 2.80

Mit möglichst geringen Voraussetzungen — entsprechend einem Lehrbuch für Ingenieure und Studierende — ist die Maxwellsche Theorie dargestellt und aus ihr das für die Lehre vom Magnetismus Wesentlichste abgeleitet. Besonderer Wert ist auf die Theorie der in der Technik üblichen Meßverfahren gelegt, die Prinzipien der wichtigsten Erscheinungen und Apparate sind behandelt.

Das Leitvermögen der Elektrolyte, insbesondere der Lösungen, Methoden, Resultate und chemische Anwendungen. Von weil. Dr. Friedr. Kohlrausch in Marburg und Dr. L. Holborn, Mitglied der physikalisch-technischen Reichsanstalt. Mit Figuren und 1 Tafel. [XVI u. 211 S.] gr. 8. 1898. Geb. ℳ 5.—

Das Buch stellt sich zunächst die Aufgabe, Methoden und Instrumente zur Messung des Leitvermögens der Elektrolyte eingehend zu behandeln, sowohl für genauere Bestimmungen, wie für die weit mehr vorkommenden Gelegenheiten, bei denen ein halbes oder ein ganzes Prozent Fehler nicht schadet. Besondere Aufmerksamkeit wird u. a. der bequemen Eichung der Widerstandsgefäße geschenkt sowie der Zusammenstellung von Vorsichtsmaßregeln zur Vermeidung von Fehlern bei der Anwendung von Wechselströmen. Zu den Lösungen dann übergehend, berücksichtigt das Buch zunächst die Technik einer bequemen Herstellung von Lösungen und sodann ihre elektrische Untersuchung. Der Zusammenhang mit der Dissoziationstheorie wird kurz erläutert. Nach der praktischen Seite gibt das Buch Anwendungen, von denen einige Beispiele gegeben werden. Im Anhang befinden sich unter anderen Zusammenstellungen von Hilfszahlen usw. Tabellen, auf denen die Beobachtungen an wässerigen Lösungen, die in den Originalabhandlungen alle auf das Quecksilber als Widerstandseinheit bezogen sind, auf das Ohm umgerechnet erscheinen.

Magneto- und Elektrooptik. Von Dr. Woldemar Voigt, Professor der theoretischen Physik in Göttingen. Mit 75 Figuren. [XIV u. 396 S.] gr. 8. 1908. Geb. ℳ 14.—

Das Werk ist entstanden durch Zusammenarbeitung mehrerer vor einigen Jahren an der Göttinger Universität gehaltenen Vorlesungen. Es geht über diesen Bereich aber noch hinaus, einmal durch eine ausführliche theoretische Darstellung einiger seinerzeit nur andeutungsweise behandelten Kapitel (wie z. B. des magnetischen Kerr-Effektes und der elektrischen Doppelbrechung in azentrischen Kristallen); sodann durch Einfügung aller der schönen seit jenen Vorlesungen gemachten Entdeckungen (z. B. des von J. Becquerel aufgefundenen Zeeman-Effektes an Kristallen). Durch das Entgegenkommen mehrerer auswärtiger Forscher ist es möglich gewesen, eine große Zahl von charakteristischen Erscheinungen durch Reproduktionen nach Originalphotogrammen zu veranschaulichen. Die zur Darstellung theoretischer Resultate dienenden Kurven sind sämtlich mit Hilfe berechneter Zahlen konstruiert, nicht nur schematisch gezeichnet.

„Diese erschöpfende Behandlung der magneto- und elektrooptischen Erscheinungen wird gewiß allen Physikern willkommen sein, da sie ein Bedürfnis erfüllt, das wohl jeder empfunden hat, der es vermochte, die Fülle von Ergebnissen zu überblicken, welche das letzte Dezennium, insbesondere auf dem Gebiete der Magnetooptik, nach Zeemans grundlegender Entdeckung gebracht hat."

(Physikalische Zeitschrift.)